

# 银纳米球阵列的表面等离子体共振特性

张明 吕靖薇 刘昭廷 杨琳 柴雅婷 汪发美

东北石油大学电子科学学院, 黑龙江 大庆 163318

**摘要** 采用离散偶极近似(DDA)法计算直线、平面和立方体排列的银纳米球阵列的消光谱及其电场分布情况。研究表明,银纳米球阵列的表面等离子体共振峰随银纳米球直径的增大而红移,随纳米球个数的增多而蓝移;不同结构银纳米球阵列间的耦合作用对其表面等离子体共振模式有显著影响,相同直径的银纳米球阵列耦合作用由强到弱的排列方式分别为平面排列、立方体排列、直线排列;银纳米球阵列的光谱特性与入射光偏振态的变化密切相关。

**关键词** 光谱学; 银纳米球阵列; 消光谱; 离散偶极近似; 耦合作用; 电场分布

**中图分类号** O433.4 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/LOP53.081601

## Surface Plasmon Resonance Properties of Silver Nanosphere Arrays

Zhang Ming Lü Jingwei Liu Zhaoting Yang Lin Chai Yating Wang Famei

College of Electronics Science, Northeast Petroleum University, Daqing, Heilongjiang 163318, China

**Abstract** The extinction spectra and electric field distribution of silver nanosphere arrays positioned in a line, plane or cube are calculated by discrete dipole approximation. It is demonstrated that the surface plasmon resonance peaks of extinction spectra are red-shifted with the increase of silver nanosphere diameter and blue-shifted with the increase of the number of nanospheres. The coupling effects of silver nanoparticles with different structures between arrays have a significant impact on their surface plasmon resonance mode. It is found that the electric field coupling effects of silver nanosphere arrays positioned in a plane, cube and line is weakened in the order, when the arrays have the same diameter. The spectral characteristics of nanosphere arrays are closely related to the changes of polarization state of the incident light.

**Key words** spectroscopy; silver nanosphere arrays; extinction spectrum; discrete dipole approximation; coupled effect; electric field distribution

**OCIS codes** 160.4236; 290.2200; 350.5400

## 1 引言

局域表面等离子体共振(LSPR)技术是近年来非常热门的新型光学传感技术,它对介质折射率的微小变化极其敏感,具有测量精度高、易实现传感器微型化、样品无需标记和无背景干扰等诸多优点,在生物医学、食品安全检测、石油化学等领域具有广阔的应用前景<sup>[1-3]</sup>。LSPR传感特性与贵金属纳米结构有密切关系,纳米颗粒的尺寸、形状、偏振方向及金属本身的介电常数对局域光谱特性有显著影响,通过改变以上参数,可实现对等离子体共振频率的调控<sup>[4-5]</sup>。

在众多纳米结构中,金属纳米阵列能够对材料结构和组成进行设计和剪裁,因而在光学、磁学及电子学等方面展现出巨大的应用潜力<sup>[6-9]</sup>。Zheng等<sup>[10]</sup>制备出有序纳米Au结构阵列,发现与单体Au纳米粒子相比,Au纳米阵列的消光谱发生明显的红移,消光强度得到了很大的提高,通过改变纳米粒子的尺寸可使其LSPR波长在可见光到近红外范围内变化。陈元浩等<sup>[11]</sup>对金属椭球阵列的透射特性进行分析,发现该金属

收稿日期: 2016-04-15; 收到修改稿日期: 2016-05-04; 网络出版日期: 2016-07-13

基金项目: 国家自然科学基金(51374072)

作者简介: 张明(1981—),男,硕士,讲师,主要从事表面等离子体共振技术方面的研究。E-mail: 525882916@qq.com

结构具有强的光学透明现象。于杰等<sup>[12]</sup>采用静电近似理论计算 Ag 纳米棒阵列的消光谱,发现 Ag 纳米棒阵列在纵向共振波长的偏振性能明显优于在横向共振波长的偏振性能。目前,研究人员已对简单结构球形纳米阵列的消光特性进行了系统的理论计算和分析。但是,不同结构排列的球形纳米阵列所具有的新颖功能和特性尚待深入研究。

虽然人们已对金属纳米阵列的光学性质进行了实验研究<sup>[13-15]</sup>,但由于纳米结构制备工艺复杂、成本较高,目前对金属纳米颗粒及阵列结构的研究多借助于数值计算方法<sup>[16]</sup>,如时域有限差分法(FDTD)<sup>[17]</sup>、离散偶极近似法(DDA)<sup>[18]</sup>、有限元法(FEM)<sup>[19]</sup>和多极法(MMP)<sup>[20-21]</sup>等。其中,DDA 相对于其他的数值计算方法,适用范围更广,在计算光与金属纳米粒子的相互作用方面表现出较强的优势,是研究纳米粒子光学特性的重要手段<sup>[22]</sup>。

本文以银纳米球阵列为研究对象,利用 DDA 和基于 DDA 的开源仿真软件 DDSCAT7.3 系统研究了银纳米球阵列的消光特性,给出 2 个、4 个和 8 个纳米球阵列直线排列、平面排列及立方体排列时,粒子尺寸对 LSPR 峰位和强度的影响,考察不同阵列排布方式的电场分布及其规律,并根据共振峰的红移量判断阵列之间耦合作用的强弱,从而阐明其物理本质。

## 2 离散偶极近似理论

1973 年,Purcell 等<sup>[23]</sup>首次提出了 DDA 理论,之后 Draine 等<sup>[24-25]</sup>对该理论作了进一步修改和完善,使 DDA 理论逐步成为一种算法。DDA 是计算复杂介质中任意形状纳米粒子光学性质的重要手段之一<sup>[26-27]</sup>。

研究纳米粒子的光学性质主要就是研究它的吸收、散射及消光性质,DDA 将局域场与粒子中任意一个点偶极子的相互作用表示为

$$\mathbf{P}_i = \alpha_i \mathbf{E}_{\text{loc}}(\mathbf{r}_i), \quad (1)$$

式中  $\alpha_i$  为点偶极子的极化率, $\mathbf{E}_{\text{loc}}$  由两部分组成,分别为入射光电场  $\mathbf{E}_{\text{inc},i}$  与其他  $N-1$  个偶极子激发的场  $\mathbf{E}_{\text{other},i}$ ,其中入射光电场和其他偶极子激发场分别表示为

$$\mathbf{E}_{\text{inc},i} = \mathbf{E}_0 \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i - \omega t)], \quad (2)$$

$$\mathbf{E}_{\text{other},i} = - \sum_{j \neq i} \mathbf{A}_{ij} \mathbf{P}_j, \quad (3)$$

式中  $\mathbf{E}_0$  代表入射波的振幅, $\mathbf{k}$  代表入射波波矢,  $|\mathbf{k}| = k = \omega/c$ ,  $-\mathbf{A}_{ij} \mathbf{P}_j$  是指在位置  $j$  处的偶极子在位置  $i$  处所激发的电场,其关系式可表示为

$$\mathbf{A}_{ij} \mathbf{P}_j = \frac{\exp(ikr_{ij})}{r_{ij}^3} \left\{ k^2 \mathbf{r}_{ij} \times (\mathbf{r}_{ij} \times \mathbf{P}_j) + \frac{(1 - ikr_{ij})}{r_{ij}^2} \times [r_{ij}^2 \mathbf{P}_j - 3\mathbf{r}_{ij}(\mathbf{r}_{ij} \cdot \mathbf{P}_j)] \right\}, i \neq j, \quad (4)$$

其中  $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$ ,  $r_{ij}$  为  $\mathbf{r}_{ij}$  的长度,由于(4)式已规定矩阵  $\mathbf{A}_{ij}$  中的  $i \neq j$ ,因此可定义为

$$\mathbf{A}_{ij} = \alpha_i^{-1}, \quad (5)$$

这样,散射问题可简要的归结为

$$\sum_{j=1}^N \mathbf{A}_{ij} \mathbf{P}_j = \mathbf{E}_{\text{inc},i}, i = 1, 2, \dots, N. \quad (6)$$

在求出极化矢量  $\mathbf{P}_j$  之后,就可得到相应的吸收截面

$$C_{\text{abs}} = \frac{4\pi k}{|\mathbf{E}_{\text{inc}}|^2} \sum_{i=1}^N \left\{ \text{Im}[\mathbf{P}_i (\alpha_i^{-1})^* \mathbf{P}_i^*] - \frac{2}{3} k^3 \mathbf{P}_i \mathbf{P}_i^* \right\}, \quad (7)$$

$$C_{\text{ext}} = \frac{4\pi k}{|\mathbf{E}_0|^2} \sum_{j=1}^N \text{Im}(\mathbf{E}_{\text{inc},j} \mathbf{P}_j). \quad (8)$$

此外,若粒子的总体积为  $V$ 、偶极子的间距为  $d_0$ ,则满足

$$V = N d_0^3. \quad (9)$$

若定义粒子的有效半径  $a_{\text{eff}} = (3V/4\pi)^{1/3}$ ,则相应的消光系数  $Q_{\text{ext}}$  满足

$$Q_{\text{ext}} = C_{\text{ext}} / (\pi a_{\text{eff}}^2). \quad (10)$$

不同结构银纳米球阵列如图 1 所示。图 1(a)为 2 个直线排列银纳米球阵列,图 1(b)为 4 个直线排列银

纳米球阵列,图 1(c)为 4 个平面排列银纳米球阵列,图 1(d)为 8 个平面排列银纳米球阵列,图 1(e)为 8 个直线排列银纳米球阵列,图 1(f)为 8 个立方体排列银纳米球阵列。其中,入射光为平面波,波矢平行于  $X$  轴,偏振平行于  $Y$  轴。除特别指明,本文计算的纳米阵列周围的介电环境为真空。

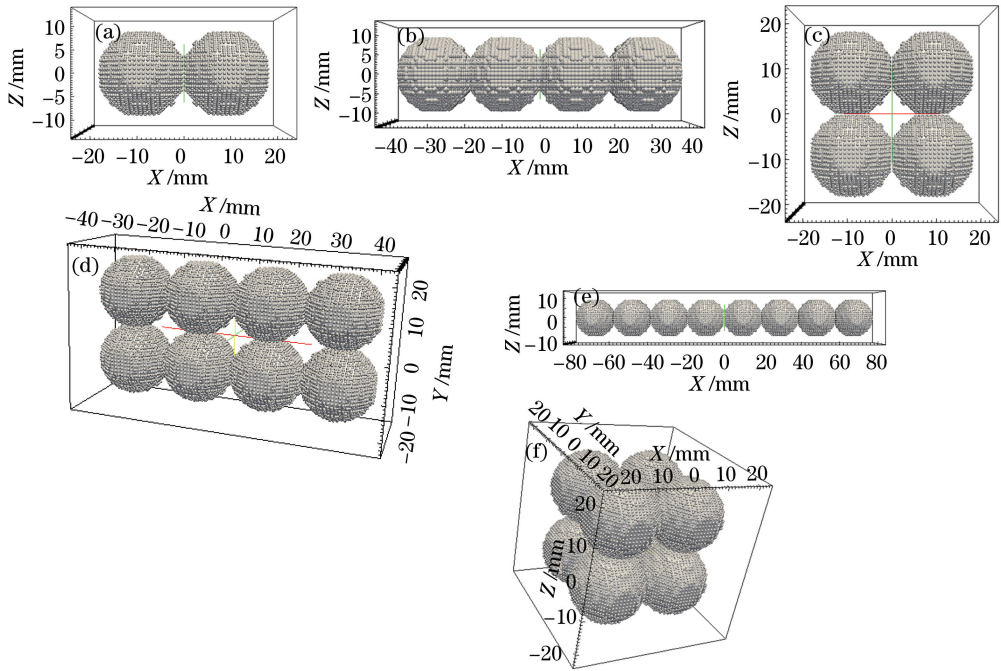


图 1 不同结构的银纳米球阵列的结构示意图。(a)2 个,直线排列; (b)4 个,直线排列; (c)4 个,平面排列; (d)8 个,平面排列; (e)8 个,直线排列; (f)8 个,立方体排列

Fig. 1 Schematic of silver nanosphere arrays with different structures. (a) Two spheres in a line; (b) four spheres in a line; (c) four spheres in a plane; (d) eight spheres in a plane; (e) eight spheres in a line; (f) eight spheres in a cube

### 3 结果与讨论

#### 3.1 直线排列银纳米球阵列的消光特性

图 2 为 2 个、4 个和 8 个直线排列的银纳米球阵列的消光谱图。假定外界介质折射率为 1,银纳米球阵列的每个纳米球直径为  $d$ 。由图 2 可以看出,对于 2 个、4 个和 8 个直线排列的银纳米球阵列,其消光谱只存在 1 个共振峰,且随着纳米阵列直径的增大,共振峰向右移动,且变化范围较小。这表明随着纳米球直径的增加,共振吸收峰发生红移。一方面,银纳米球直径越大,电子弛豫时间越长,共有化振动频率越低,导致表面等离子体共振波长红移<sup>[28]</sup>;另一方面,直线排列的银纳米球之间没有距离,光照所激发的表面等离子体激

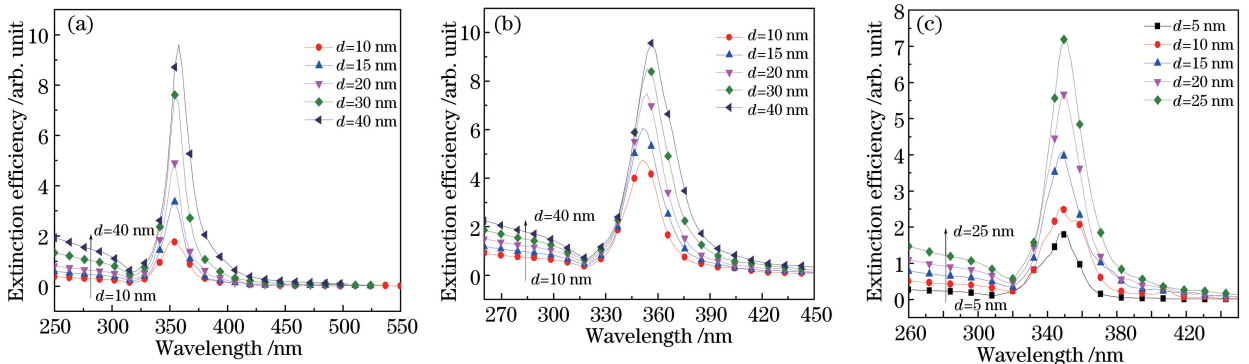


图 2 不同直径银纳米球直线排列阵列的消光谱。(a)2 个银纳米球阵列; (b)4 个银纳米球阵列; (c)8 个银纳米球阵列

Fig. 2 Extinction spectra of nanospheres positioned in a line with different diameters.

(a) Two silver nanospheres; (b) four silver nanospheres; (c) eight silver nanospheres

元通过光子隧穿作用发生耦合,耦合的加剧亦致使共振峰发生红移<sup>[29]</sup>。进一步研究还发现,2个、4个和8个相同直径( $d=20$  nm)银纳米球阵列的共振波长分别为354,353,349 nm,表明随着阵列个数的增加,表面等离子体激元之间的光子隧穿耦合作用逐渐减小,有效电子振动的距离减小,导致共振峰蓝移。

图3为2个、4个和8个直线排列的银纳米球阵列的电场分布轮廓图。由图3可见,对于2个银纳米球阵列,在靠近2纳米球的表面临近处电场最强,而其他位置表面的电场相对较弱且分布不均匀。表明在 $\lambda=354$  nm处,2个纳米球之间的相互作用最强,导致表面等离子体共振峰的出现。对于4个直线排列的银纳米球阵列,即在 $\lambda=353$  nm处,其表面电场分布不均匀;对于8个直线排列银纳米球阵列,即在 $\lambda=349$  nm处,其中间纳米球两侧表面电场分布较均匀,而在两端的纳米球电场分布最强。这是由于在光的照射下,金属内部电荷分布不均匀,形成对应于电荷密度的起伏震荡,致使银纳米球阵列产生表面电场增强现象<sup>[16]</sup>。

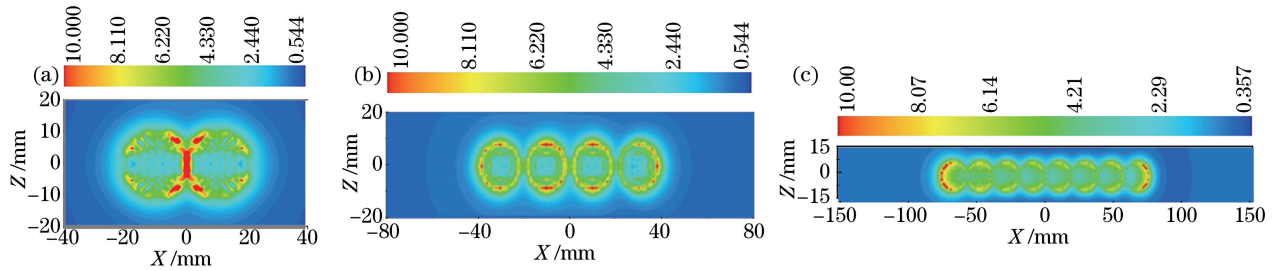


图3 直线排列银纳米球阵列的电场分布轮廓。(a)2个银纳米球阵列;(b)4个银纳米球阵列;(c)8个银纳米球阵列

Fig. 3 Electric field contour around nanospheres positioned in a line.

(a) Two silver nanospheres; (b) four silver nanospheres; (c) eight silver nanospheres

### 3.2 平面和立方体排列银纳米球阵列的消光特性

为考察不同结构银纳米球阵列对表面等离子体共振峰的影响,固定外界介质折射率为1,图4给出了4个、8个银纳米球阵列平面排列和8个立方体排列的消光谱。由图4可见,平面排列、立方体排列的银纳米球阵列消光谱均存在多个共振峰,随着阵列尺寸的增大,每一个共振峰均发生红移,共振强度逐渐增强;并且长波长位置的多个共振峰比短波长位置的共振峰红移得多。金属纳米阵列的局域表面等离子体是一个天然的光电混合体系,它不仅伴有电荷的转移,而且也伴有能量的转移和传递。直径均为20 nm的8个银纳米球的立方体结构阵列、平面结构阵列和4个银纳米球平面结构阵列的共振波长分别为408,411,413.5 nm,充分表明纳米球阵列之间存在电荷转移,即银表面的电子密度发生改变,不同结构银纳米球阵列的表面等离子体耦合作用逐渐增强,从而引起表面等离子体共振峰的红移,因此,直径均为20 nm的银纳米球阵列耦合作用由弱到强的排列结构为8个银纳米球立方体结构、8个银纳米球平面结构、4个银纳米球平面结构。

图5为4个和8个平面排列的银纳米球阵列的电场分布轮廓。从图5中可以看出,4个和8个平面排列的银纳米球阵列,在上下两个纳米球的表面临近处电场强度为最强,而其他位置的电场较弱。对于8个平面

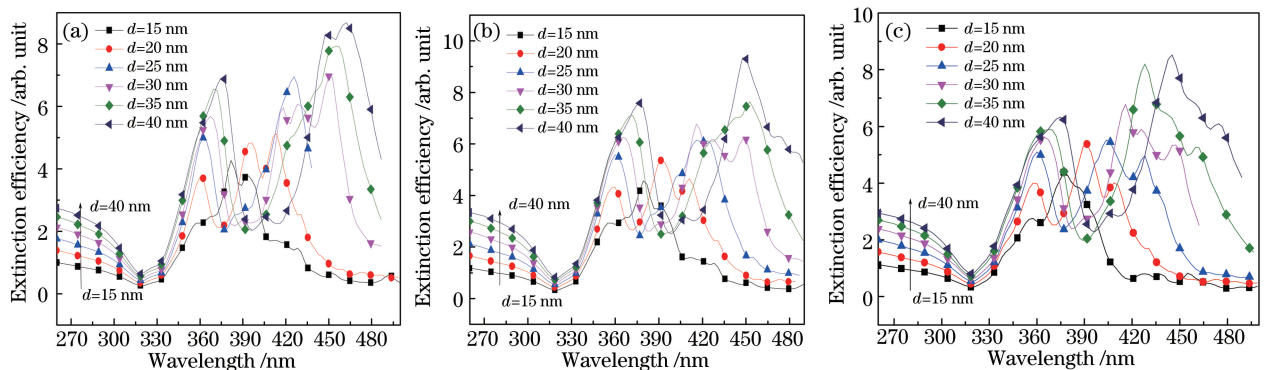


图4 不同直径的银纳米球平面排列、立方体排列阵列的消光谱。

(a)4个银纳米球平面排列;(b)8个银纳米球平面排列;(c)8个银纳米球立方体排列

Fig. 4 Extinction spectra of nanospheres positioned in a plane or cube with different diameters. (a) Four nanospheres positioned in a plane; (b) eight nanospheres positioned in a plane; (c) eight nanospheres positioned in a cube

排列的银纳米球阵列,每个纳米球阵列的两端电场强度较强,周围的电场强度为最弱。这是相同类型的电荷分布在每个纳米球阵列的内表面,使得银纳米球阵列内部的同种类型电荷相互排斥,促使电荷集中在垂直于入射偏振光的两端区域,进而导致银纳米球阵列外表面对称耦合的增强和峰位的红移<sup>[30]</sup>。

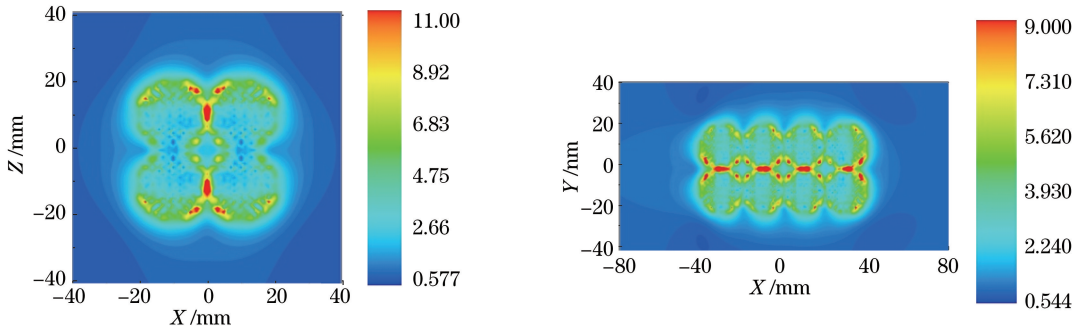


图5 平面排列银纳米球阵列的电场分布轮廓。(a)4个银纳米球阵列;(b)8个银纳米球阵列

Fig. 5 Electric field contour around nanospheres positioned in a plane. (a) Four silver nanospheres; (b) eight silver nanospheres

为了分析相同直径、不同结构纳米球阵列之间的耦合影响,图6给出了不同结构及不同阵列排布方式的银纳米球阵列消光谱。其中,不同结构阵列的纳米球直径 $d=20$  nm。从图6中可以看出,2个、4个和8个直线排列银纳米球阵列的等离子体共振波长分别为354,353,349 nm,且4个和8个平面排列纳米球阵列的共振波长分别为413.5 nm和411 nm,8个立方体排列的纳米球阵列共振波长为408 nm。由此可知,相同直径的纳米球阵列耦合作用由强到弱的排列方式分别为平面排列、立方体排列、直线排列。

为研究偏振方向对纳米阵列的影响,图7给出了不同偏振态时8个银纳米球直线排列阵列的消光谱。其中,银纳米球直径 $d=20$  nm,分别选取入射光的偏振态沿Y轴和X轴方向。从图7可以看出,当入射光的偏振态沿Y轴方向时,消光谱中有且只有1个等离子体共振峰,共振波长为349 nm。当入射光的偏振态沿X轴方向时,由于高阶偶极子的作用,产生了多个消光峰,偶极共振峰峰位为514 nm。由此可知,入射光偏振态的变化对纳米球阵列的光谱特性有显著影响。

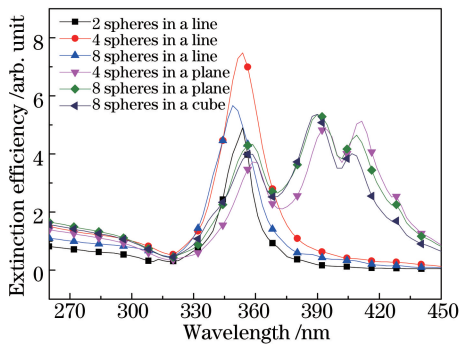


图6 相同直径的银纳米球阵列消光谱

Fig. 6 Extinction spectra of nanosphere arrays with the same diameter

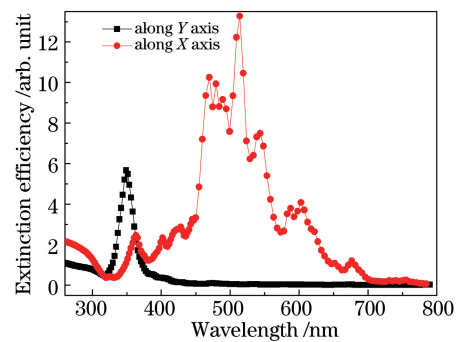


图7 不同偏振态时8个银纳米球直线排列的消光谱

Fig. 7 Extinction spectra of eight nanosphere arrays positioned in a line as a function of polarization of the incident light

## 4 结 论

利用DDA系统研究了银纳米球阵列排布结构对其表面等离子体共振的影响,得到如下主要结论:

- 1) 直线排列的纳米球阵列共振峰随球直径的增加而红移,随纳米球个数的增加,消光谱变化规律大致相同,并只有一个共振峰;
- 2) 平面排列、立方体排列纳米球阵列的消光谱存在多个共振峰,每个共振峰均随银纳米球直径的增大而发生红移,且共振峰强度随银纳米球直径的增大而逐渐增强;
- 3) 纳米球个数对阵列耦合作用有显著影响,相同直径直线排列的纳米球阵列耦合作用随纳米球个数的

增多而减弱,相同直径平面排列、立方体排列银纳米球阵列的耦合作用由弱到强的排列结构依次为 8 个银纳米球立方体结构、8 个银纳米球平面结构、4 个银纳米球平面结构。

以上为实现消光峰可控的纳米球阵列的制备提供了坚实的理论基础。

### 参 考 文 献

- 1 Bouhelier A, Beversluis M R, Novotny L. Applications of field-enhanced near-field optical microscopy [J]. *Ultramicroscopy*, 2004, 100(3-4): 413-419.
- 2 Khlebtsov B N, Khlebtsov N G. Biosensing potential of silica/gold nanoshells: Sensitivity of plasmon resonance to the local dielectric environment[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2007, 106(1-3): 154-169.
- 3 Lin Shijie, Shen Yang, Jin Chongjun. Numerical study on the transmission properties and sensing performance of a periodic array of V-type opened silver tubes[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2015, 52(5): 052402.  
林世杰, 沈 杨, 金崇君. V 形开口纳米银圆管阵列的投射特性及其传感性能的数值研究 [J]. *激光与光电子学进展*, 2015, 52(5): 052402.
- 4 Guo Yanfang, Kong Fanmin, Li Kang. A DDA calculation on the optical properties of metal nanoparticles[J]. *Optical Techique*, 2012, 38(3): 317-322.  
郭艳芳, 孔凡敏, 李 康. 金属纳米颗粒光学性质的离散偶极近似计算 [J]. *光学技术*, 2012, 38(3): 317-322.
- 5 Ye Wencai, He Xiaomeng, Lin Zijie, *et al.* Effect of refractive index of substrate on fabrication and optical properties of hybrid Au-Ag triangular nanoparticle arrays[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2015, 52(5): 051601.  
叶文才, 贺小猛, 林子杰, 等. 基底折射率对金银复合纳米阵列的制备及光学性能的影响 [J]. *激光与光电子学进展*, 2015, 52(5): 051601.
- 6 Wang Y W, Zhang L D, Meng G W, *et al.* Fabrication of ordered ferromagnetic nonmagnetic alloy nanowire arrays and their magnetic property dependence on annealing temperature[J]. *J Phys Chem B*, 2002, 106(10): 2502-2507.
- 7 Lin Y, Xie T, Zhang L D, *et al.* Ordered nickel oxide nanowire arrays and their optical absorption properties[J]. *Chem Phys Lett*, 2003, 380(5-6): 521-525.
- 8 Vila L, Vincent P, Piroux L, *et al.* Growth and field-emission properties of vertically aligned cobalt nanowire arrays[J]. *Nano Lett*, 2004, 4(3): 521-524.
- 9 Zhu S L, Luo X G, Du C L. Discrete dipole approximation aided design method for nanostructure arrays[J]. *Chem Phys Lett*, 2007, 24(10): 2902-2905.
- 10 Zheng Y B, Juluri B K, Mao X, *et al.* Systematic investigation of localized surface plasmon resonance of long-range ordered Au nanodisks arrays[J]. *J Appl Phys*, 2008, 103(1): 014308.
- 11 Chen Yuanhao, Liu Guiqiang, Huang Kuan, *et al.* Investigation of optical transparent properties of sub-wavelength complex structure of a metal ellipsoid periodic array and a metal film[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2013, 50(7): 071602.  
陈元浩, 刘桂强, 黄 宽, 等. 亚波长金属椭球周期阵列-金属薄膜复合结构的光透明特性研究 [J]. *激光与光电子学进展*, 2013, 50(7): 071602.
- 12 Yu Jie, Zhang Junxi, Zhang Lide, *et al.* Surface plasmonic micropolarizers based on Ag nanorod arrays[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(7): 0723001.  
于 杰, 张俊喜, 张立德, 等. 基于 Ag 纳米棒阵列的表面等离子激元微型偏振器 [J]. *光学学报*, 2014, 34(7): 0723001.
- 13 Zhang Junxi, Zhang Lide, Chang Ming, *et al.* Optical polarization of ordered silver nanowire arrays: Theoretical investigation[J]. *Journal of the Graduate School of the Chinese Academy of Sciences*, 2005, 22(4): 401-405.  
张俊喜, 张立德, 常 明, 等. 银纳米线有序阵列的光偏振的理论研究 [J]. *中国科学院研究生院学报*, 2005, 22(4): 401-405.
- 14 Ma Cuiman, Zhang Ruifeng, Liao Junwei, *et al.* Optical properties of Au-Ag nanocages dimer[J]. *The Journal of Light Scattering*, 2013, 25(4): 354-359.  
马翠满, 张瑞峰, 廖骏伟, 等. 金银合金纳米笼二聚体光学性质的研究 [J]. *光散射学报*, 2013, 25(4): 354-359.
- 15 Zhang Junmeng, Qu Shengchun, Zhang Lisheng, *et al.* SERS enhancement dependence on the diameter of silver nanoarrays[J]. *The Journal of Light Scattering*, 2011, 23(1): 21-27.  
张君梦, 曲胜春, 张利胜, 等. 银纳米阵列直径对 SERS 增强效果的影响 [J]. *光散射学报*, 2011, 23(1): 21-27.

- 16 Zhang Xiaofeng, Zhou Wei. Analysis of Ag nanosphere and array's LSPR phenomena based on DDA and FDTD method [J]. Chinese Medical Equipment Journal, 2014, 35(5): 1-5.  
张晓锋, 周伟. 基于 DDA 和 FDTD 算法的银纳米球及其阵列 LSPR 现象分析[J]. 医疗卫生装备, 2014, 35(5): 1-5.
- 17 Young J L. Propagation in linear dispersive media: Finite-difference time-domain methodologies[J]. IEEE Transactions on Antenna and Propagation, 1995, 43(4): 422-426.
- 18 Draine B T. The discrete dipole approximation and its application to interstellar graphite grains[J]. Astrophys J, 1988, 333(22): 848-872.
- 19 McMahon J M. Gold nanoparticle dimer plasmonics: Finite element method calculations of the electromagnetic enhancement to surface-enhanced Raman spectroscopy[J]. Anal Bioanal Chem, 2009, 394: 1819-1825.
- 20 Liaw J W, Chen C S, Chen J H. Enhancement or quenching effect of metallic nanodimer on spontaneous emission[J]. Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 2010, 111(3): 454-465.
- 21 Myroshnychenko V, Carbo-Argibay E, Pastoriza-Santos I, *et al.* Modeling the optical response of highly faceted metal nanoparticles with a fully 3D boundary element method[J]. Adv Mater, 2008, 20: 4288-4293.
- 22 Deng Yan. Influence of polarization of light on optical properties of single gold nanorod[J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 2010, 27(6): 732-736.  
邓燕. 入射光偏振对金纳米棒状颗粒光学性质的影响[J]. 量子电子学报, 2010, 27(6): 732-736.
- 23 Purcell E M, Pennypacker C R. Scattering and absorption of light by nonspherical dielectric grains[J]. Astrophysical Journal, 1973, 186(2): 705-714.
- 24 Draine B T, Goodman J J. Beyond Clausius-Mossotti: Wave propagation on polarizable point lattice and the discrete dipole approximation[J]. Astrophys J, 1993, 405(2): 685-697.
- 25 Draine B T, Flatau P J. Discrete-dipole approximation for scattering calculations[J]. J Opt Soc Am A, 1994, 11(4): 1491-1499.
- 26 Mishchenko M I, Hovenier J W, Travis L D. Lightscattering by nonspherical particles: Theory, measurements, and applications[J]. Meas Sci Technol, 2000, 11(12): 1827.
- 27 Draine B T, Flatau P J. Discrete-dipole approximation for periodic targets: Theory and tests[J]. J Opt Soc Am A, 2008, 25(11): 2693-2703.
- 28 Huang Qian, Zhang Xiaodan, Wang Shuo, *et al.* Fabrication and optical properties of functional optical silver nano-films [J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(4): 2731-2736.  
黄茜, 张晓丹, 王烁, 等. 功能光学纳米 Ag 薄膜的制备及其光学特性研究[J]. 物理学报, 2009, 58(4): 2731-2736.
- 29 Huang Qian, Wang Jing, Cao Liran, *et al.* Research of surface enhanced Raman scattering caused by surface plasmon of Ag nano-structures[J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(3): 1980-1986.  
黄茜, 王京, 曹丽冉, 等. 纳米 Ag 表面等离子体激元引起的表面增强拉曼散射光谱研究[J]. 物理学报, 2009, 58(3): 1980-1986.
- 30 Zhu J, Ren Y J. The Effect of negative curvature on the plasmonic coupling of concentric core-shell metallic nanostructures[J]. Plasmonics, 2014, 9: 1077-1084.