

基于多项式确定性矩阵的 SIFT 医学图像配准算法

杨 飒¹ 夏明华² 郑志硕¹

¹广东第二师范学院物理系, 广东 广州 510310

²中山大学信息科学与技术学院, 广东 广州 510310

摘要 考虑到随机测量矩阵存在硬件上存在无法实现的缺陷, 结合压缩感知的稀疏投影理论, 提出了基于多项式确定性矩阵的尺度不变特征变换(SIFT)医学图像配准算法。通过增加方向梯度数提高特征向量的有效性, 利用测量数为 7 的多项式确定性矩阵对关键点特征向量进行降维, 用欧式距离作为特征向量匹配的相似性度量, kd 数据结构避免穷举。实验结果表明, 该算法和传统 SIFT 算法及几种改进的 SIFT 算法相比, 配准性能有了显著提高, 同时确定性矩阵有利于图像配准系统的硬件实现。

关键词 图像处理; 图像配准; 压缩感知; 特征提取; 多项式确定性矩阵

中图分类号 TP391.4 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP53.081002

Medical Image Registration Algorithm Based on Polynomial Deterministic Matrix and SIFT Transform

Yang Sa¹ Xia Minghua² Zheng Zhishuo¹

¹Department of Physics, Guangdong University of Education, Guangzhou, Guangdong 510310, China

²Institute of Information Science and Technology, Sun Yat-Sen University, Guangzhou, Guangdong 510310, China

Abstract Given that random measurement matrix has defect in hardware realization, a scale-invariant feature transform (SIFT) based on polynomial deterministic matrix algorithm is proposed combining with the sparse projection of compressive sensing theory. The effectiveness of feature vector is enhanced by increasing the numbers of orientation gradient. The dimension of SIFT feature vector is decreased by a polynomial deterministic matrix with the measurement numbers of 7. Accordingly, the Euclidean distance is introduced to compute the similarity and dissimilarity between feature vectors used for image registration, and kd data structure is used to avoid exhaustion. Experimental results show that the proposed algorithm has better performance than the traditional SIFT algorithm and some current modified SIFT algorithms. At the same time, the deterministic matrix is beneficial to hardware implementation of image registration system.

Key words image processing; image registration; compressive sensing; feature extraction; polynomial deterministic matrix

OCIS codes 100.2000; 100.2960; 100.3008

1 引言

在医学图像处理领域, 医学图像配准起着非常重要的作用, 它是多模态医学图像信息融合的基础, 有助于提高手术引导、放射治疗计划制定以及治疗效果跟踪的精准性。基于特征提取的配准方法因速度快、实时性好而得到广泛应用。1999 年 Lowe^[1-2] 提出了尺度不变特征变换(SIFT)算法, 该算法通过对尺度空间进行检测, 筛选出具有平移、旋转、尺度不变性的特征点, 目前已广泛应用于医学图像配准领域^[3-5]。

为提高 SIFT 算法特征提取的有效性和实时性, 可以利用 Candès 等^[6-8] 在 2006 年提出的压缩感知(CS)理论, 该理论利用信号的稀疏表示对特征描述向量进行降维处理, 以提高特征提取的有效性和配准速度。

收稿日期: 2016-03-04; 收到修改稿日期: 2016-04-27; 网络出版日期: 2016-07-28

基金项目: 国家自然科学基金(11547212)

作者简介: 杨 飒(1970—), 女, 硕士, 高级实验师, 主要从事图像信息处理方面的研究。E-mail: yangsa@gdei.edu.cn

CS理论用远少于传统采样定理所需的采样点数恢复原信号,其研究成果已在信号处理等领域得到广泛应用^[9-12]。压缩感知理论指出,任意 N 维的可压缩信号或者在某个变换域稀疏的信号 \mathbf{X} ,可以利用一个特定矩阵 \mathbf{R} (也称为测量矩阵)将其投影到一个低维空间上,获得降维的测量信号 $\mathbf{Y}(\mathbf{Y}=\mathbf{R}\mathbf{X})$,其中 \mathbf{Y} 的维度为 M ($M<N$)。 $M\times N$ 维的测量矩阵必须满足约束等距特性(RIP)^[6]。测量矩阵的设计是压缩感知理论中最重要的部分,它在测量信号获取和重建的过程中起着关键性作用,也是信号采样质量的关键保证^[13]。测量矩阵的设计应满足以下条件:对稀疏度相同的信号 \mathbf{X} ,采集数 M 越小越好;便于算法优化和硬件实现;普适性好,大多数可压缩信号或稀疏信号都适用。

测量矩阵 \mathbf{R} 可以用 $M\times N$ 维的随机测量矩阵来构造,随机测量矩阵重构的重建信号失真小,但对存储空间要求大,计算复杂度较高,在实验仿真时存在不确定性,且实际应用时硬件电路难以实现。为节省存储空间,Haupt等^[14]提出了用托普利兹矩阵构造随机测量矩阵,但是无法克服在硬件上难以实现的缺陷。本文采用确定性测量矩阵代替随机测量矩阵,该矩阵的传输和存储仅需系统方程和参数,可以减少存储空间,提高传输效率,且确定性测量矩阵在实际应用时能用硬件实现。deVore等^[15]提出利用多项式来构造确定性测量矩阵,正是利用了确定性测量矩阵在硬件可以实现的优越性。

本文提出了基于多项式确定性矩阵的SIFT医学图像配准算法,在SIFT的关键点描述向量生成阶段,将压缩感知理论中的稀疏表示应用于数据降维,利用测量数 $M=7$ 的多项式确定性矩阵对提取的关键点特征向量作出改进并进行降维,用降维后的测量信号作为关键点特征描述向量,将高维特征向量降为低维测量信号。该算法在保持SIFT关键点检测稳定性的同时,减少了特征向量的维数,提高了特征提取的有效性和配准速度,有利于图像配准系统的硬件实现。

2 多项式确定性矩阵简介

假设一个有限域、素数阶的集合 F , F 中的元素个数为 p ,元素的取值范围为 $\{0,1,2,\dots,p-1\}$ 。设有一多项式集合 P_r , r 为任意自然数,并且满足 $0<r<p$, P_r 中的多项式 $Q(x)$ 的最高次幂小于等于 r , $Q(x)\in P_r$, $Q(x)=a_0+a_1x+\dots+a_r x^r$,其中多项式系数 $a_0,a_1,\dots,a_r\in F$,可以构成的多项式个数为 $N=p^{r+1}$ 。定义一个 $p\times p$ 维的矩阵 \mathbf{E} ,矩阵中的元素全部为零,各元素的位置表示为 $\{(0,0),(0,1),(0,2),\dots,(p-1,p-2),(p-1,p-1)\}$ 。在矩阵 \mathbf{E} 某一列的某个位置插入数值1,把 $x\rightarrow Q(x)$ 当做 $F\rightarrow F$ 的映射,即 $Q(x)$ 的自变量 x 和函数值 $Q(x)$ 都取自 F 。当矩阵 \mathbf{E} 的第 x 列的第 $Q(x)$ 位置变成1时,将矩阵 \mathbf{E} 转换为 $M\times 1$ 的列向量 \mathbf{v}_Q ,这里 $M=p^2$,从列向量 \mathbf{v}_Q 的第一个位置开始,前 p 个元素中有一个1,前 $2p$ 个元素中有两个1,因此, \mathbf{v}_Q 中共有 p 个1,多项式系数全部取完后,可以产生的列向量有 $N=p^{r+1}$ 个。将这 N 个列向量组成 $M\times N$ 的矩阵 Φ_0 。则 $\Phi=(1/\sqrt{p})\Phi_0$ 满足RIP性质,其限制等容数 $\delta=(k-1)r/p$ 为常数,其中 $k\leq p/r+1$ 。

多项式确定性矩阵具有以下特点: p 取值于素数域, $p\in\{2,3,5,7,11,13,17,19,23,\dots\}$,所以测量值(采集数) $M=p^2$ 的取值范围有限, $M\in\{4,9,25,49,121,169,289,361,529,\dots\}$; p 越大,矩阵的构造时间越长。

3 基于多项式确定性矩阵的SIFT医学图像配准算法

所提出的基于多项式确定性矩阵的SIFT医学图像配准算法分为五个主要阶段:1)尺度空间峰值选择;2)稳定关键点筛选;3)关键点主方向分配;4)基于多项式确定性矩阵的关键点描述向量生成;5)特征点描述向量的度量和配准。

3.1 基于多项式确定性矩阵的关键点描述向量生成

由第三个阶段分配好关键点主方向后,每一个关键点已包含了位置、尺度和方向这三种信息。此时需要为每个关键点建立一个特征向量(描述符),使其不随光照、视角等变化而改变,具有平移、缩放和旋转不变特性。

为确保旋转不变性,先将坐标轴水平方向旋转到关键点所在尺度空间图像主方向上(即关键点主方向)。

以关键点为中心取 16×16 的邻域窗口,如图 1(a)所示。每个小格代表关键点邻域所在尺度空间的一个像素,像素值为 $L(x, y)$, x 和 y 表示该像素的位置,像素的梯度模值及梯度方向分别为

$$m(x, y) = \sqrt{[L(x+1, y) - L(x-1, y)]^2 + [L(x, y+1) - L(x, y-1)]^2}$$

$$\theta(x, y) = \arctan\{ [L(x, y+1) - L(x, y-1)] / [L(x+1, y) - L(x-1, y)] \}。 \quad (1)$$

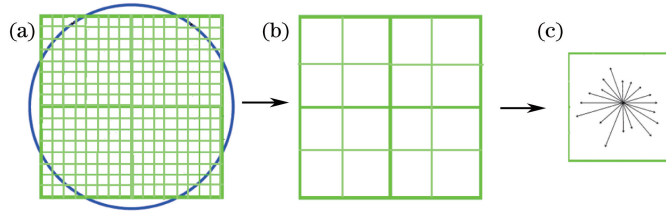


图 1 关键点邻域像素的梯度幅值与梯度方向处理过程。(a)关键点 16×16 邻域像素和高斯加权窗;
(b) 4×4 个种子点;(c)种子点的 18 个方向域

Fig. 1 Gradient magnitude and direction treating process of key point neighbourhood pixel. (a) 16×16 neighbourhood pixel of key point and Gaussian weighting window; (b) 4×4 seed points; (c) 18 direction regions of seed point

把 16×16 的邻域窗口按照 4×4 进行划分,分成 16 个小方块,如图 1(b)所示,每个小方块称为一个种子点。每个种子点各像素的梯度方向范围为 $0^\circ \sim 360^\circ$,为了增加配准的稳健性,按照 20° 为一个方向域,共有 18 个方向域。将种子点内的各像素梯度方向按照 18 个方向域进行归类,对各方向域内像素梯度幅值进行累加,图中圆圈代表像素梯度幅值的高斯加权范围。各种子点的梯度幅值和梯度方向如图 1(c)所示,箭头方向表示为种子点在一个方向域的方向,箭头长度表示为该方向域的梯度幅值。

一个关键点产生 16 个种子点,每个种子点有 18 个方向域,因此一个关键点产生的 SIFT 特征向量维度达到 $16 \times 18 = 288$ 维,为去除光强度变化对关键点的影响,可以对特征向量幅值进行归一化处理,此时 SIFT 特征向量具有平移、缩放和旋转不变特性。288 维的特征向量计算量大导致实时性不好、实用性不强。这里将压缩感知理论中的稀疏表示应用于数据降维。

将关键点特征向量表示为 288×1 的列向量 \mathbf{Z} ,利用 288×288 的小波变换基矩阵 Ψ 将信号 \mathbf{Z} 稀疏表示为 \mathbf{X} , \mathbf{X} 满足

$$\mathbf{Z} = \Psi \mathbf{X}, \quad (2)$$

式中 \mathbf{Z} 中的元素用 z_i 表示, \mathbf{X} 中的元素用 x_i 表示,基矩阵 Ψ 的行向量用 ψ_i 表示, $i \in \{1, 2, \dots, 288\}$, 则有,

$$z_i = \psi_i \mathbf{X} = \sum_{j=1}^{288} \psi_{ij} x_j, \quad (3)$$

可见, \mathbf{X} 为 288×1 的列向量,该列向量的稀疏度为 K ,即 \mathbf{X} 中有 K 个系数不为零,剩余的 $N - K$ 系数等于零或非常小。

建立一个 $M \times N$ 维的多项式确定性矩阵 $\Phi \in \Phi_0^{M \times N}$,这里,为便于快速构造确定性矩阵,同时对稀疏信号 \mathbf{X} 进行有效采样,取 $p = 7, r = 2$,则 $M = 49, N = 343$ 。根据文献[14],从 Φ 中随机挑选 N' 列,构成 $M \times N'$ 的多项式确定性矩阵 $\mathbf{R}^{M \times N'}$, $\mathbf{R}^{M \times N'}$ 满足 RIP 性质,其中 $p^{r+1} - (r+1)p^2 < N' < p^{r+1}$ 。

将稀疏信号 \mathbf{X} 在稀疏随机投影 \mathbf{R} 上进行投影, $\mathbf{Y} = \mathbf{R}\mathbf{X}$,获得随机测量值 \mathbf{Y} 。至此,利用多项式确定性矩阵 \mathbf{R} 获得的关键点特征描述向量,其维度从 288 维降到 49 维。

3.2 特征描述向量的度量和图像配准

对于需配准比较的两个特征描述向量,一个取自模板图像,表示为 $U_i = \{u_{i1}, \dots, u_{iM}\}$,另一个取自待配准图像,表示为 $V_i = \{v_{i1}, \dots, v_{iM}\}$,任意两关键点特征描述向量的欧式距离为

$$d(U_i, V_i) = \sum_{m=1}^M |u_{im} - v_{im}|。 \quad (4)$$

据此,计算模板图像上关键点 U_i 与待配准图像上距离最近关键点 V_j 的距离 $d(U_i, V_j)$,以及 U_i 与模板图中距离次近关键点 V_p 的距离 $d(U_i, V_p)$,当 $d(U_i, V_j) / d(U_i, V_p)$ 小于指定阈值(根据经验,阈值一般取 0.6),则可认为 V_i 和 U_j 匹配。为提高运行速度,可以采用 kd 树的数据结构避免穷举,利用随机样本

一致性(RANSAC)的方法消除错配点。

最后由配准好的特征点对计算出空间映射参数,对待配准图像进行空间映射和插值,得到配准后的图像。

4 仿真实验与性能分析

这里选择四种算法与本文提出的基于多项式确定性矩阵的 SIFT 算法在实验上对算法性能进行比较。这四种算法分别是:传统 SIFT 算法^[2],简称为算法 1;基于模糊聚类分割的 SIFT 算法^[16],简称为算法 2;基于改进光流场的 SIFT 算法^[5],简称为算法 3;基于稀疏随机投影的 SIFT 算法^[17],简称为算法 4。所有实验运行环境为 Intel Core i5, CPU 3.00 GHz, 内存 16 GB, 操作系统为 Window 7 \times 64, 编程环境为 Matlab 2010a。按照医学图像成像模式分两组进行实验。

4.1 多模态医学图像配准

多模态医学图像是指两幅图像来源于不同的成像设备。图 2(a)为提供高空间分辨力、骨骼成像清晰的计算机层析成像(CT)图像,可作为配准源图像;图 2(b)为提供清晰软组织信息的磁共振成像(MRI)图像,可作为参考图像;图 2(c)是图 2(b)经过仿射变换后的待配准图像。用上述四种 SIFT 算法和本文算法对源图像和待配准图像实现配准,得到配准后的输出图像分别为图 3(a)~(e)。为获得较好的视觉差异,图 4(a)~(e)是五种算法的输出图像与参考图像图 2(b)相减并取补后的结果。

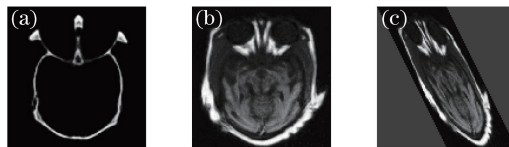


图 2 标准实验图像。(a) CT 图像;(b) MRI 图像;(c)形变的 MRI 图像

Fig. 2 Standard experimental images. (a) CT image; (b) MRI image; (c) deformed MRI image

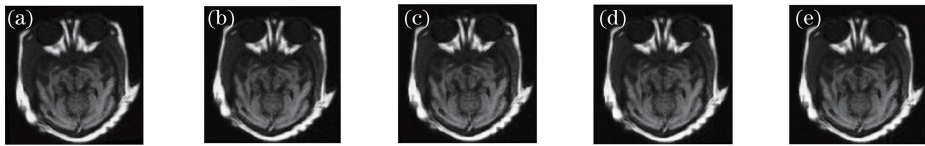


图 3 五种配准算法输出图像。(a)算法 1;(b)算法 2;(c)算法 3;(d)算法 4;(e)本文算法

Fig. 3 Output images with five registration algorithms. (a) Algorithm 1; (b) algorithm 2 ; (c) algorithm 3 ; (d) algorithm 4 ;(e) proposed algorithm



图 4 五种配准算法差值图像取补比较。(a)算法 1;(b)算法 2;(c)算法 3;(d)算法 4;(e)本文算法

Fig. 4 Comparison of difference images with five registration algorithms.

(a) Algorithm 1; (b) algorithm 2; (c) algorithm 3; (d) algorithm 4; (e) proposed algorithm

灰度越小,表明配准后图像与参考图像的误差越小。由图 4 可以看出,图 4(e)的灰度在五个差值取补图像中最小,说明本文算法的配准性能最优。

临床上大多数患者在放射治疗过程中需要采集 CT 和 MRI 图像,以便更清晰地分辨软组织。图 5 是一组临床鼻咽癌病例,将图 5(a)的 CT 图像作为配准源图像,图 5(b)的 MRI 图像作为待配准图像。用上述四种 SIFT 算法和本文算法对源图像和待配准图像实现配准,实验结果如表 1 所示。

表 1 中的两个性能参数分别是配准效率(正确匹配点数/匹配点数 $\times 100\%$)和配准时间。配准效率越高,说明算法的配准性能越好;配准时间越短,说明配准算法实时响应越快。表 1 中的实验数据表明,本文算法的配准性能最优,运行速度与算法 4 相当,明显高于其他三种算法。

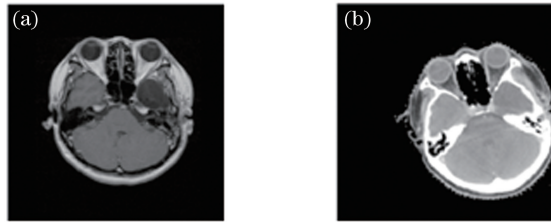


图 5 临床实验图像。(a) CT 图像;(b) MRI 图像

Fig. 5 Clinical experimental images. (a) CT image; (b) MRI image

表 1 各配准算法的性能参数比较

Table 1 Performance parameters comparison of each registration algorithm

Performance parameter	Algorithm 1	Algorithm 2	Algorithm 3	Algorithm 4	Proposed algorithm
Registration rate /%	67.3	79.7	85.4	91.2	94.5
Registration time /s	0.951	0.817	0.746	0.613	0.639

4.2 同模态医学图像配准

同模态医学图像是指两幅图像采用同一种成像设备获取。图 6 为同一病人的两帧腹部 CT 切片图像,将图 6(a)的 CT 图像作为源图像,图 6(b)的 CT 图像作为待配准图像。用上述四种 SIFT 算法和本文算法对图 6 的两幅图像实现配准,实验结果如表 2 所示。

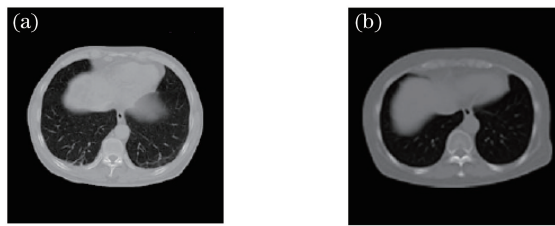


图 6 实验 CT 图像。(a) 配准源图像;(b) 待配准图像

Fig. 6 Experimental CT images. (a) Registration source image; (b) waited for registration image

表 2 各配准算法的性能参数比较

Table 2 Performance parameters comparison of each registration algorithm

Performance parameter	Algorithm 1	Algorithm 2	Algorithm 3	Algorithm 4	Proposed algorithm
Registration rate /%	71.4	81.9	87.6	93.4	95.8
Registration time /s	0.763	0.685	0.617	0.524	0.553

表 2 中的实验数据表明,本文算法的配准性能最优,运行速度与算法 4 相当,且高于其他三种算法。

为验证本文算法的稳健性,图 7 的实验图像选自 BrainWeb 网站 Normal Brain Database 的标准图像^[18],图 7(a)为提供清晰解剖结构信息的 MR-T2,作为配准源图像,图 7(b)为提供丰富脑部功能信息的 MR-PD 图像,作为参考图像。这里将图 7(b)的参考图像经过 20 种不同的结构变换,得到 20 种不同的待配准图像,变换结构的平移、旋转和缩放尺度随着样本数而增大,通过上述五种算法将 20 种待配准样本与图 7(a)的源图像进行配准,

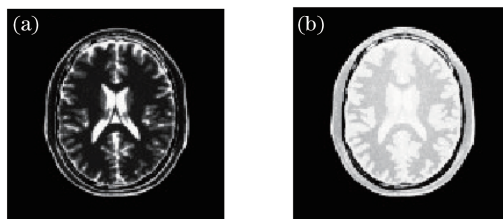


图 7 BrainWeb 网站实验图像。(a) MR-T2 图像;(b) MR-PD 图像

Fig. 7 Experimental images on BrainWeb site. (a) MR-T2 image; (b) MR-PD image

这里选择三个参数定性分析五种算法的性能,分别是配准后图像与参考图像的差值图像均值、配准后图像与参考图像的归一化互信息、配准时间。均值越小,归一化互信息越大,说明配准后图像与参考图像越接近,算法的配准性能越好;配准时间越短,说明配准算法实时响应越快。实验结果如表 3 和图 8 所示。

表 3 各配准算法的总运行时间比较

Table 3 Total execution time comparison of each registration algorithm

Performance parameter	Algorithm 1	Algorithm 2	Algorithm 3	Algorithm 4	Proposed algorithm
Registration time /s	26.732	12.527	15.161	9.154	12.659

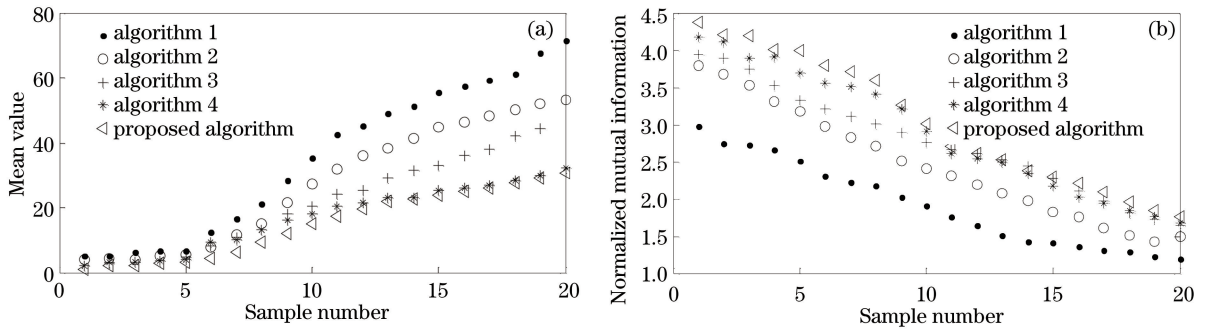


图 8 五种配准算法的(a)均值和(b)归一化互信息比较

Fig. 8 Comparison of (a) mean value and (b) normalized mutual information with five registration algorithms

通过仿真实验数据可以得出,在五种算法中,传统 SIFT 算法性能最差,基于改进光流场的 SIFT 算法的配准性能优于模糊聚类分割的 SIFT 算法,但实时性较差。基于稀疏随机投影的 SIFT 算法实时性最优,因为该算法在关键点邻域只提取了两个方向的特征向量,减少了算法的运行时间。本文算法在关键点邻域提取了 18 个方向的特征向量,该算法稳健性更好,配准性能在五种算法中最优,实时性和模糊聚类分割的 SIFT 算法相当,略差于基于稀疏随机投影的 SIFT 算法。但是,本文算法采用的确定性矩阵具有随机性测量矩阵在硬件实现上无法达到的可行性。

5 结 论

针对随机测量矩阵存在硬件上无法实现的缺陷,结合压缩感知的稀疏投影理论,提出了基于多项式确定性矩阵的 SIFT 医学图像配准算法,该算法将方向梯度数由传统的 8 个方向增加到 18 个方向,利用测量数为 7 的多项式确定性矩阵对关键点特征向量进行降维,将降维后的测量信号作为关键点特征描述向量,实现特征点的匹配和图像配准。方向梯度数增加使特征提取更为有效,采用多项式确定性矩阵进行降维,有利于提高配准速度。仿真实验说明,本文算法在配准性能上,比传统的 SIFT 算法和几种改进的 SIFT 算法有了一定的改善,实时性与模糊聚类分割的 SIFT 算法相当,略差于基于稀疏随机投影的 SIFT 算法,同时确定性矩阵有利于图像配准系统的硬件实现。

参 考 文 献

- 1 Lowe D G. Object recognition from local scale-invariant features[C]. Computer Vision, 1999. Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on. IEEE, 1999, 2: 1150-1157.
- 2 Lowe D G. Distinctive image features from scale-invariant keypoints[J]. International Journal of Computer Vision, 2004, 60(2): 91-110.
- 3 Wei L F, Pan L, Lin L, *et al.* The retinal image registration based on scale invariant feature[C]. Biomedical Engineering and Informatics (BMEI), 2010 3rd International Conference on. IEEE, 2010, 2: 639-643.
- 4 Paganelli C, Peroni M, Riboldi M. Scale invariant feature transform in adaptive radiation therapy: A tool for deformable image registration assessment and re-planning indication[J]. Physics in Medicine and Biology, 2013, 58(02): 287-299.
- 5 Wang Jieyu, Wang Jiajun, Zhang Jingya. Non-rigid medical image registration based on improved optical flow method and scale-invariant feature transform[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(5): 1222-1228.

- 王婕妤, 王加俊, 张静亚. 基于改进光流场和尺度不变特征变换的非刚性医学图像配准[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(5): 1222-1228.
- 6 Candès E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- 7 Candès E J. Compressive sampling[C]. Proceedings of the International Congress of Mathematicians, 2006, 3: 1433-1452.
- 8 Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 52(4): 1289-1306.
- 9 Wang Pu, An Wei, Deng Xinpu, *et al.* Geometric correction method for oscillation distortion of remote sensing images using compressive sampling[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(1): 0110004.
汪 璞, 安 玮, 邓新蒲, 等. 使用压缩感知的遥感图像振荡畸变几何校正方法[J]. 光学学报, 2015, 35(1): 0110004.
- 10 Yang Chuping, Cai Wenxi, Weng Jiawen. Window-added sampling for improving sparsity of non-sparse representation of signals[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(3): 031002.
杨初平, 蔡汶曦, 翁嘉文. 加窗截取改善信号非稀疏表达的稀疏性[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(3): 031002.
- 11 Qiu W, Zhou J X, Zhao H Z, *et al.* Three-dimensional sparse turntable microwave imaging based on compressive sensing[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2014, 12(2): 826-830.
- 12 Yang Sa, Yang Chunling. Image registration algorithm based on sparse random projection and scale-invariant feature transform[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(11): 1110001.
杨 飒, 杨春玲. 基于压缩感知与尺度不变特征变换的图像配准算法[J]. 光学学报, 2014, 34(11): 1110001.
- 13 Shi Guangming, Liu Danhua, Gao Dahua, *et al.* Advance in theory and application of compressed sensing[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(5): 1070-1081.
石光明, 刘丹华, 高大化, 等. 压缩感知理论及研究进展[J]. 电子学报, 2009, 37(5): 1070-1081.
- 14 Haupt J, Bajwa W U, Raz G, *et al.* Toeplitz compressed sensing matrices with applications to sparse channel estimation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(11): 5862-5875.
- 15 de Vore R A. Deterministic constructions of compressed sensing matrices[J]. Journal of Complexity, 2007, 23(4): 918-925.
- 16 Mahmoud H, Masulli F, Rovetta S. Feature-based medical image registration using a fuzzy clustering segmentation approach[C]. Computational Intelligence Methods for Bioinformatics and Biostatistics. 9th International Meeting, CIBB 2012: 7845-7857.
- 17 Yang Sa, Zheng Zhishuo. Medical image registration algorithm based on sparse random projection and sift transform[J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 2015, 32(3): 283-289.
杨 飒, 郑志硕. 基于稀疏随机投影的 SIFT 医学图像配准算法[J]. 量子电子学报, 2015, 32(3): 283-289.
- 18 Evans A C. BrainWeb: Simulated brain database [DB/OL]. [2015-11-12]. <http://brainweb.bic.mni.mcgill.ca/brainweb/>.