

光栅型波前曲率传感自适应光学的基本参数分析

张湧涛 李小阳 陈波* 杨旭 孙天齐

华北理工大学电气工程学院, 河北 唐山, 063009

摘要 针对光栅型波前曲率传感自适应光学中的拉普拉斯算子本征函数实时波前复原方法,分析了光电探测器上的光斑大小和位置偏差,以及本征模式数量对波前复原精度的影响。结果表明:截取的光斑区域大小对波前复原精度有较大的影响,可采用环围能量比进行确定;由于存在其他级次的衍射光,光斑区域位置偏差不仅会引起波前倾斜误差,还会引起其他波前误差;当采用的模式过多时,由有限的分辨率引起的模式耦合会显著影响波前复原精度,可利用模式间的相关系数来估计最佳模式数。

关键词 自适应光学; 波前曲率传感器; 波前复原; 拉普拉斯算子本征函数

中图分类号 TP273.2 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP53.080103

Analysis of Basic Parameters of Adaptive Optics Based on Grating Wavefront Curvature Sensor

Zhang Yongtao Li Xiaoyang Chen Bo Yang Xu Sun Tianqi

School of Electrical Engineering, North China University of Science and Technology, Tangshan, Hebei 063009, China

Abstract For the real-time wavefront reconstruction method with the eigenfunctions of Laplacian in adaptive optics based on grating wavefront curvature sensor, three basic parameters including the selected light spot size and the position deviation on photoelectric detector, and the influence of the number of eigenfunctions modes on the precision of wavefront reconstruction are analyzed. The results show that the selected light spot size on the photoelectric detector has an obvious effect on the wavefront reconstruction accuracy, which can be obtained by the ring energy ratio. Because of other diffraction orders light on photoelectric detector, the position deviations of the light spot induce not only the wavefront tilt error but also other wavefront errors. The mode coupling due to the limited resolution can significantly affect the accuracy of the wavefront reconstruction when using too many modes, and the optimal mode number can be estimated via the correlation coefficient between modes.

Key words adaptive optics; wavefront curvature sensors; wavefront reconstruction; Laplacian eigenfunctions

OCIS codes 010.1080; 010.1285; 010.7350

1 引言

波前曲率传感器是一类重要的光波前测量装置,在自适应光学中应用广泛^[1-3]。2000年,Blanchard等^[4]研究了光栅型相位差异波前传感器,当其中的光栅为离轴菲涅耳波带片时得到波前曲率传感器。这种光栅型传感器能够同步测量焦点前后的光强分布,具有很好的实时性。为了提高光能利用率,国防科技大学的研究人员制作了二元相位光栅型波前曲率传感器^[5-6],并研究了基于GS算法^[7]、Green函数法^[8]、拉普拉斯算子本征函数法的波前复原方法^[9]。与前两种方法相比,拉普拉斯算子本征函数法实时性好、实现简单^[10]。采用拉普拉斯算子本征函数法波前复原时,首先需要确定截取的光斑大小,其次还需要确定用于波

收稿日期: 2016-03-21; 收到修改稿日期: 2016-04-20; 网络出版日期: 2016-07-12

基金项目: 河北省自然科学基金(F2013209149)、河北省高等学校科学技术研究基金(QN2014042)

作者简介: 张湧涛(1958—),男,本科,教授,主要从事过程控制技术、光电检测方面的研究。

E-mail: zytauto@ncst.edu.cn

* 通信联系人。E-mail: chenbo182001@163.com

前复原的本征函数,而目前尚没有明确的确定方法。为此,本文建立了相应的数值仿真模型,分析截取的光斑大小和位置偏差对本征函数法波前复原精度的影响,以及一定光电探测器分辨率下本征函数数量对波前复原精度的影响。

2 仿真模型

建立了如图 1 所示的光栅型波前曲率传感自适应光学模型,曲率传感器由二元相位离轴菲涅耳波带片[见图 2(a)]、短焦距透镜和阵列型光电探测器组成^[6]。光波长为 635 nm,光束直径为 0.01 m。光栅一级衍射光对应的焦距为 3 m,波带片主光轴与光瞳中心的距离为 0.008 m。聚焦透镜焦距为 0.1 m,与光栅的距离为 0.1 m。当入射光束为振幅为 1 的平面波时,利用菲涅耳衍射公式计算得到探测器(256 pixel×256 pixel)上的光强信号,如图 2(b)所示,每个像素大小为 6.35 μm。

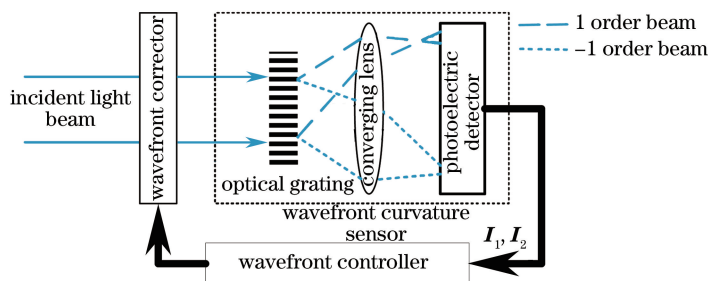


图 1 光栅型波前曲率传感器的自适应光学示意图

Fig. 1 Diagram of adaptive optics based on grating wavefront curvature sensor

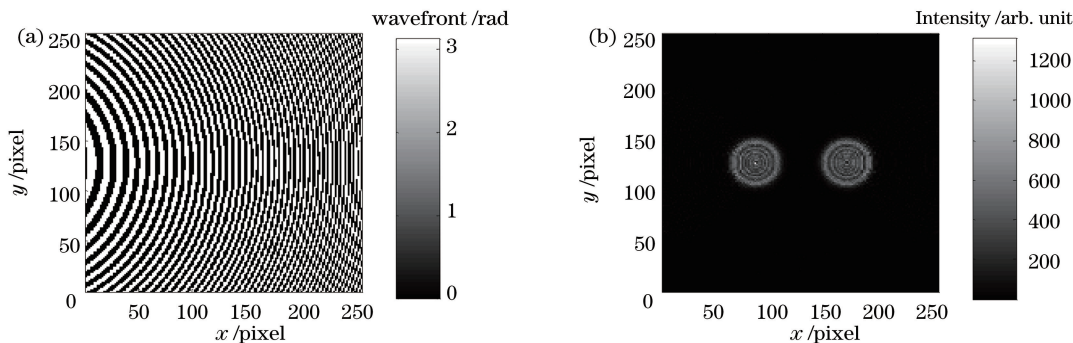


图 2 (a)相位型离轴菲涅耳波带片;(b)光电探测器上的信号光强分布

Fig. 2 (a) Phased off-axis Fresnel zone plate; (b) light intensity of the signal on photoelectric detector

根据文献[11],同步测得焦点前后的光强分布(分别记做 I_1 、 I_2)后,可利用拉普拉斯算子本征函数快速复原出入射光波前:

$$\varphi_1 = \bar{W}_N (W_N^+ s), \quad (1)$$

式中向量 φ_1 为复原的波前相位,向量 $s = \frac{I_2 - I_1}{I_2 + I_1}$, \bar{W}_N 为由一定数量 N 的拉普拉斯算子本征函数构成的模式矩阵, W_N^+ 为矩阵 W_N 的广义逆矩阵,而 W_N 是由数量为 N 的拉普拉斯算子本征函数与其本征值的乘积构成的模式复原矩阵,如文献[11]所述。仿真过程中采用了 201 阶拉普拉斯算子本征函数^[12-13],函数阶数 k 与其中的参数 m 、 n 的对应关系如表 1 所示,以 $k=2\sim 33$ 为例,参数 m 依次为 $-1, 1, -2, 2, \dots, -16, 16$ 。

表 1 1~201 阶拉普拉斯算子本征函数的阶数 k 与 m 、 n 的对应关系

Table 1 Relationship between order number k and m , n of 1~201 order eigenfunctions of Laplacian

k	1	2~33	34	35~66	67	68~99	100	101~128	129	130~153
n	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5
m	0	$\pm 1, \dots, \pm 16$	0	$\pm 1, \dots, \pm 16$	0	$\pm 1, \dots, \pm 16$	0	$\pm 1, \dots, \pm 14$	0	$\pm 1, \dots, \pm 12$

k	154	155~172	173	174~187	188	189~196	197	198~201
n	6	6	7	7	8	8	9	9
m	0	$\pm 1, \dots, \pm 9$	0	$\pm 1, \dots, \pm 7$	0	$\pm 1, \dots, \pm 4$	0	$\pm 1, \pm 2$

为了分析探测面上截取的光强区域的大小和位置对波前复原精度的影响,以及一定的光电探测器分辨率下本征函数数量 N 对波前复原精度的影响,本仿真模型中的波前校正器影响函数采用拉普拉斯算子本征函数。

利用归一化的误差系数 e 评价波前复原精度

$$e = (\boldsymbol{\varphi} - \boldsymbol{\varphi}_1)_{\text{rms}} / \boldsymbol{\varphi}_{\text{rms}}, \quad (2)$$

式中 $(\boldsymbol{\varphi} - \boldsymbol{\varphi}_1)_{\text{rms}}$ 和 $\boldsymbol{\varphi}_{\text{rms}}$ 分别为校正后残余波前的均方根值和入射畸变波前的均方根值, e 越小表示复原精度越高。

3 仿真结果分析

3.1 截取的光斑区域大小对波前复原精度的影响

利用前 60 阶本征模式随机生成 50 帧畸变波前,其中低阶模式所占比重相对较大,符合一般的像差统计特性。然后利用相同的前 60 阶模式进行闭环波前复原,使得当像差较小时复原误差仅取决于截取的光斑区域大小。当截取的光斑区域分别为 $43 \text{ pixel} \times 43 \text{ pixel}$, $53 \text{ pixel} \times 53 \text{ pixel}$, $63 \text{ pixel} \times 63 \text{ pixel}$, $73 \text{ pixel} \times 73 \text{ pixel}$ 和 $83 \text{ pixel} \times 83 \text{ pixel}$ (见图 3) 时,50 帧波前复原误差均值 $\langle e \rangle$ 如图 4 所示。

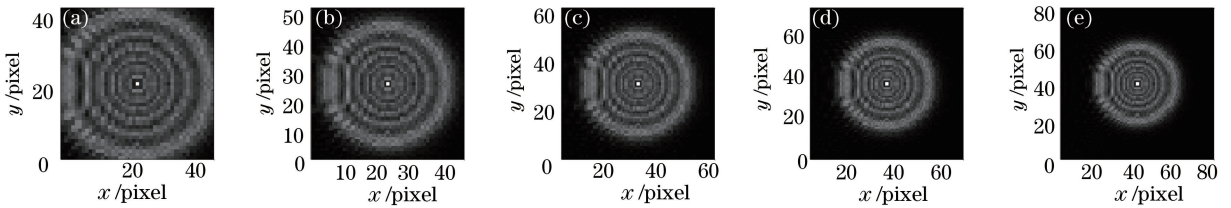


图 3 无波前畸变时大小为(a) $43 \text{ pixel} \times 43 \text{ pixel}$, (b) $53 \text{ pixel} \times 53 \text{ pixel}$, (c) $63 \text{ pixel} \times 63 \text{ pixel}$, (d) $73 \text{ pixel} \times 73 \text{ pixel}$ 和 (e) $83 \text{ pixel} \times 83 \text{ pixel}$ 的 I_1

Fig. 3 Light intensity I_1 of (a) $43 \text{ pixel} \times 43 \text{ pixel}$, (b) $53 \text{ pixel} \times 53 \text{ pixel}$, (c) $63 \text{ pixel} \times 63 \text{ pixel}$, (d) $73 \text{ pixel} \times 73 \text{ pixel}$ and (e) $83 \text{ pixel} \times 83 \text{ pixel}$ without wavefront distortion

从图 4 可以看出,光斑大小对波前复原精度有显著的影响,对于同一波前畸变,当截取的光斑区域为 $53 \text{ pixel} \times 53 \text{ pixel}$ 时波前复原误差最小;当截取的区域过大时难以进行有效的波前复原。当截取的光斑区域为 $53 \text{ pixel} \times 53 \text{ pixel}$ 时,复原误差随着入射波前畸变的增大而增大。这是因为曲率传感是用两个离焦光斑的光强差分近似光瞳面上的光强导数,因此存在一个有效的量程。根据图 4 可得,本传感器的测量范围为入射畸变波前的均方根值 $(\boldsymbol{\varphi}_{\text{rms}})$ 小于 3 rad。

基于以上讨论,提出一种选择光斑大小的方法:利用截取的两个光斑区域(以像素为单位,记作 a) 内的

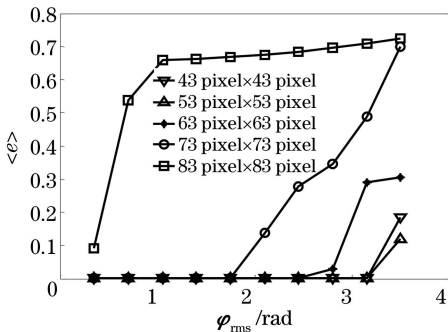


图 4 不同光斑区域大小时的复原误差均值
Fig. 4 Reconstruction average error $\langle e \rangle$ with different light spot sizes

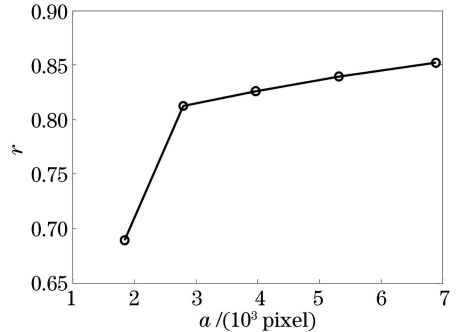


图 5 光斑区域内的光强与探测器上的光强总和之比
Fig. 5 Ratio of intensity of selected light spot and total intensity on photoelectric detector

光强总和与探测器上的光强总和之比(记作 r)进行选择。图 5 为截取的光斑区域 a 分别为 $43 \text{ pixel} \times 43 \text{ pixel}$, $53 \text{ pixel} \times 53 \text{ pixel}$, $63 \text{ pixel} \times 63 \text{ pixel}$, $73 \text{ pixel} \times 73 \text{ pixel}$ 和 $83 \text{ pixel} \times 83 \text{ pixel}$ 时的 r 。可以看出,当 a 等于 $53 \text{ pixel} \times 53 \text{ pixel}$ 时 r 是一个明显的转折点。事实上当截取的光斑过大时,(1)式中的 s 会有大量的 0,从线性方程组的角度来看此时的解不是唯一的。

3.2 截取的光斑区域位置偏差对波前复原精度的影响

在波前曲率传感器中,两个离焦光斑重心位置的变化对应波前的倾斜项。因此如果焦点前、后两个光斑没有对准,则会引入倾斜误差。为了进一步分析两个光斑区域位置偏差对波前复原精度的影响,进行如下仿真。

利用重心法确定光斑区域,取两个光斑区域大小均为 $53 \text{ pixel} \times 53 \text{ pixel}$,在截取图 2(b) 左边光斑时使得截取区域在水平方向存在一定像素大小的偏移,然后对上面随机产生的 φ_{rms} 小于 1 rad 的畸变波前进行复原。由图 4 可知,此时的波前复原误差就只取决于偏移误差(记作 dx ,以像素为单位)。偏移误差 dx 分别为 $0 \sim 6$ 个像素时左边光斑截取的区域如图 6 所示,波前复原结果如图 7 所示。

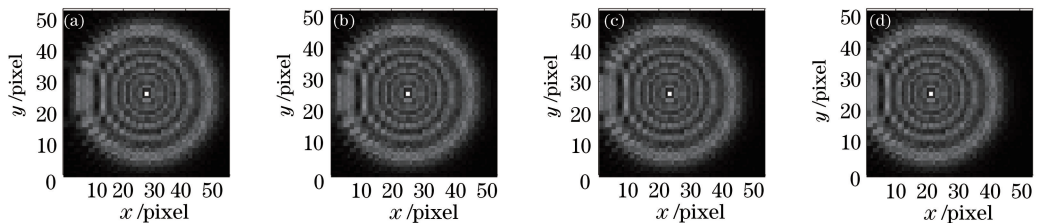


图 6 偏移误差 dx 分别为 $0 \sim 6$ pixel 时截取的光斑。(a) $dx=0$ pixel; (b) $dx=2$ pixel; (c) $dx=4$ pixel; (d) $dx=6$ pixel

Fig. 6 Selected light spots when dx is 0-6 pixel. (a) $dx=0$ pixel; (b) $dx=2$ pixel; (c) $dx=4$ pixel; (d) $dx=6$ pixel

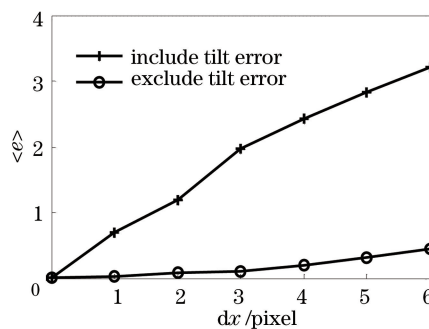


图 7 偏移误差 dx 分别为 $0 \sim 6$ pixel 时的复原误差均值

Fig. 7 Reconstruction average error $\langle e \rangle$ when dx is 0-6 pixel

图 7 中包含两组数据,一组为两个离焦光斑存在偏差时的复原误差,另一组为去掉倾斜分量后的复原误差。可以看出:当截取的两个离焦光斑存在位置偏差时,不仅会产生与之近似呈线性关系的倾斜误差,还会引起其他微小的波前残差。原因在于:光栅型传感器除了 ± 1 级衍射光外,还存在其他级次的衍射。根据二元光学衍射效率计算公式, ± 3 级衍射光效率为 0.09。当截取的光斑存在较大的偏移误差时,复原过程中光栅 ± 3 级衍射光也参与了运算,从而导致其他波前误差。图 8(a)~(c) 分别为 $dx=0$ 时的波前残差、 $dx=6$ 时包含和去掉倾斜误差的波前残差。

3.3 拉普拉斯算子本征函数数量 N 对波前复原精度的影响

在一定的光电探测器分辨率下,采用拉普拉斯算子本征模式进行波前复原时,离散化后的模式间会产生耦合,尤其是空间频率较高的模式,从而影响波前复原精度。离散化后的本征模式间的耦合可以用矩阵 \mathbf{W}_N 列向量间的归一化相关系数 $m(i, j)$ 定量评价,

$$m(i, j) = \frac{(\mathbf{w}_i, \mathbf{w}_j)}{|\mathbf{w}_i| |\mathbf{w}_j|}, \quad (3)$$

式中 $(\mathbf{w}_i, \mathbf{w}_j)$ 为 \mathbf{W}_N 中第 i 个列向量 \mathbf{w}_i 与第 j 个列向量 \mathbf{w}_j 的内积, $|\mathbf{w}_i|$ 和 $|\mathbf{w}_j|$ 分别为列向量 \mathbf{w}_i 和 \mathbf{w}_j 的长

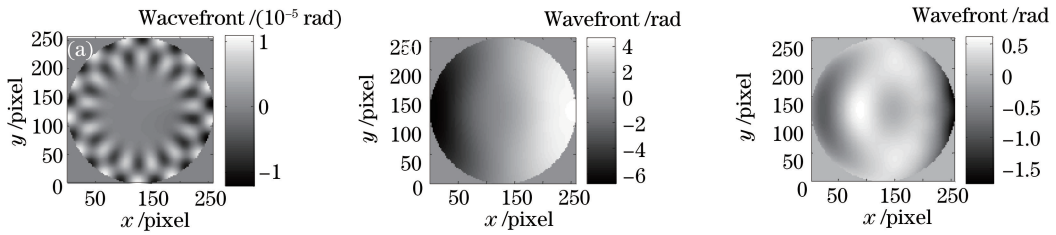


图 8 (a) $dx=0$ 时的波前残差; (b) $dx=6$ 且有倾斜误差时的波前残差; (c) $dx=6$ 且无倾斜误差时的波前残差

Fig. 8 (a) Residual wavefront when $dx=0$; (b) residual wavefront including tilt error when $dx=6$; (c) residual wavefront excluding tilt error when $dx=6$

度。 $w(i, j)$ 越小表示模式 w_i 和模式 w_j 之间的耦合越小, $m(i, j)=0$ 表示完全不相关。

图 1 所示的传感器中光电探测器的像素大小为 $6.35 \mu\text{m}$, 采用表 1 中的 201 个模式构成矩阵 \mathbf{W}_N 时, 模式间的归一化相关系数如图 9(a) 所示, 其中互相关系数最大值(记作 m_{\max})为 0.036。对光电探测器的光强按照相邻 16 个像素合并, 合并后探测器的像素大小等价于原来的 4 倍, 即 $25.4 \mu\text{m}$, 此时模式间的相关系数如图 9(b) 所示, 互相关系数最大值为 0.833。对光电探测器按照相邻 64 个像素合并, 合并后像素的大小等价于 $50.8 \mu\text{m}$, 此时模式间的相关系数如图 9(c) 所示, 互相关系数最大值为 0.969。进一步分析上述 3 种分辨率下 m_{\max} 与模式数量 N 之间的关系, 如图 10 所示, 当探测器像素大小为 $6.35 \mu\text{m}$ 时, 全部 201 阶模式间的耦合都很小; 当探测器像素大小为 $25.4 \mu\text{m}$ 时, 前 130 阶模式间的 m_{\max} 小于 0.5; 当探测器像素大小为 $50.8 \mu\text{m}$ 时, 前 30 阶模式间的 m_{\max} 小于 0.5。

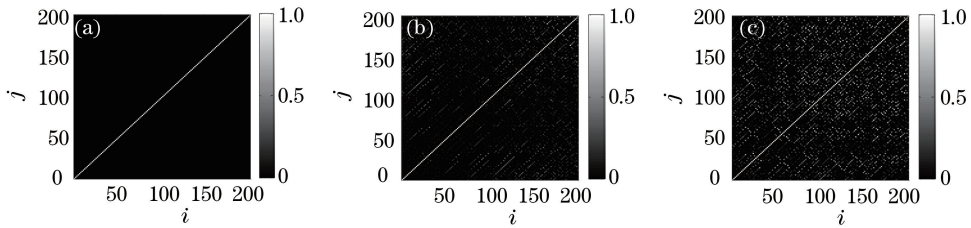


图 9 三种探测器分辨率下模式间的相关系数 $m(i, j)$

Fig. 9 Correlation coefficient $m(i, j)$ between modes under three resolutions of photoelectric detector

利用前 N 个模式随机产生均方根值(φ_{rms})小于 1 rad 的畸变波前, 然后在上述 3 种分辨率下, 分别利用相同的前 N 个模式进行波前复原, 得到归一化的复原误差的均值, 如图 11 所示。从图 11 可以看出, 当像素大小为 $50.8 \mu\text{m}$ 时, 前 30 阶的复原误差几乎为 0, 模式数量 N 超过 30 后复原误差迅速增大; 当探测器像素大小为 $25.4 \mu\text{m}$ 时, 前 70 阶的复原误差几乎为 0, N 超过 70 后复原误差迅速增大; 当探测器像素大小为 $6.35 \mu\text{m}$ 时, 前 80 阶的复原误差几乎为 0, N 超过 80 后复原误差迅速增大, 但是 N 至 201 阶仍然能够复原。该结果和图 10 中的模式间的互相关系数最大值与模式数量间的关系基本一致。因此在实际中, 针对光电探测器的有限分辨率, 可通过分析图 9 和图 10 来大致确定参与波前复原的模式数量。

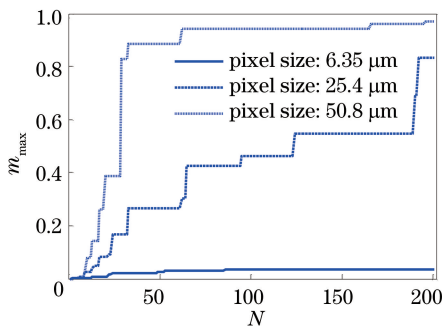


图 10 模式间的互相关系数最大值

Fig. 10 Max value of correlation coefficient between modes

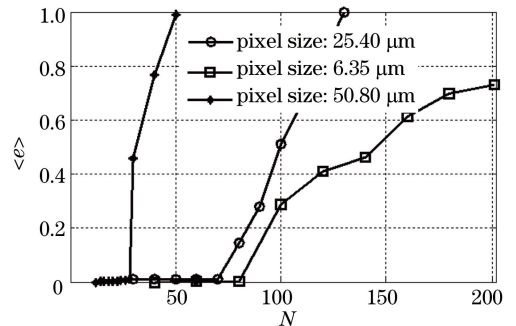


图 11 3 种分辨率下的复原误差均值 $\langle e \rangle$

Fig. 11 Reconstruction average error $\langle e \rangle$ under three resolutions

此外,采用文献[11]中提出的利用复原矩阵条件数的方法对上述3种分辨率下的模式数量进行估计,其结果与图10给出的结果基本一致。值得注意的是,图9和图10的分析方法能够提供具体的模式耦合细节,如哪些模式间耦合较大。通过这些具体信息,在实际中,可结合待校波前的信息合理剔除难以复原的高阶模式。

4 结 论

光栅型波前曲率传感自适应光学能够利用一个阵列型光电探测器同步测量焦点前后的光强分布,并利用拉普拉斯算子本征函数快速复原出入射光波前,但是在复原过程中应当合理选择光电探测器上截取的光斑区域大小和位置偏差以及拉普拉斯算子本征模式数量。实际中可根据环境能量比确定最佳截取区域大小。在光电探测器分辨率一定的条件下,模式耦合会影响波前复原精度,可利用模式间的相关系数来估计最佳模式数。

参 考 文 献

- Graves J E, Roddier F J, Northcott M J, *et al.* Adaptive optics at the university of Hawaii IV: A photon-counting curvature wavefront sensor[C]. SPIE, 1994, 2201: 502-507.
- Northcott M J, Roddier C A. Adaptive optics at the university of Hawaii III: The adaptive optical PSF[C]. SPIE, 1994, 2201: 129-136.
- Oberti S, Bonnet H, Fedrigo E, *et al.* Calibration of a curvature sensor/bimorph mirror AO system: Interaction matrix measurement on MACAO systems[C]. SPIE, 2004, 5490: 139-150.
- Blanchard P M, Fisher D J, Woods S C, *et al.* Phase-diversity wave-front sensing with a distorted diffraction grating[J]. Applied Optics, 2000, 39(35): 6649-6655.
- Xi Fengjie, Xu Xiaojun, Wang Tiezhi, *et al.* Wavefront curvature sensor with phase defocus grating[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(2): 377-378.
习锋杰, 许晓军, 王铁志, 等. 相位光栅型波前曲率传感器[J]. 光学学报, 2007, 27(2): 377-378.
- Jiang Zongfu, Xi Fengjie, Xu Xiaojun, *et al.* Theory and applications of defocus grating wavefront curvature sensing[J]. Chinese J Lasers, 2010, 37(1): 205-210.
姜宗福, 习锋杰, 许晓军, 等. 光栅型波前曲率传感器原理和应用[J]. 中国激光, 2010, 37(1): 205-210.
- Shen Hongbin, Xu Xiaojun, Liu Zejin, *et al.* Theory and algorithm of phase retrieval for a new wavefront curvature sensor[J]. Journal of Ordnance Engineering College, 2007, 19(2): 33-36.
沈洪斌, 许晓军, 刘泽金, 等. 光栅型波前曲率传感器原理与相位恢复研究[J]. 军械工程学院学报, 2007, 19(2): 33-36.
- Shen Hongbin, Zhang Chu, Shen Xueju, *et al.* Real-time wavefront reconstruction based on diffraction grating wavefront curvature sensor[J]. Journal of Applied Optics, 2009, 30(1): 50-55.
沈洪斌, 张 雏, 沈学举, 等. 基于衍射光栅曲率波前传感器的实时波前重构研究[J]. 应用光学, 2009, 30(1): 50-55.
- Huang Shengyang, Xi Fengjie, Liu Changhai, *et al.* Phase retrieval using eigenfunctions to solve transport-of-intensity equation[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(10): 1001002.
黄盛扬, 习锋杰, 刘长海, 等. 本征函数法求解光强传输方程的相位反演方法[J]. 光学学报, 2011, 31(10): 1001002.
- Chen Bo, Yang Jing, Li Xinyang, *et al.* Phase grating wavefront curvature sensor based on liquid crystal spatial light modulator[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(8): 082301.
陈 波, 杨 靖, 李新阳, 等. 基于液晶空间光调制器的光栅型波前曲率传感器[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(8): 082301.
- Chen Bo, Yang Jing, Li Xinyang, *et al.* Modal control technique of adaptive optics with wavefront curvature sensing[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(2): 0201002.
陈 波, 杨 靖, 李新阳, 等. 波前曲率传感自适应光学的模式型控制技术[J]. 光学学报, 2016, 36(2): 0201002.
- Milton N M, Lloyd-Hart M. Disk harmonic functions for adaptive optics simulations[C]. Adaptive Optics: Methods, Analysis and Applications, 2005, AWA: AWA3.
- Chen Bo, Yang Jing, Li Xinyang, *et al.* Comparison of two close-loop control methods in adaptive optics with wavefront curvature sensing[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(3): 0301003.
陈 波, 杨 靖, 李新阳, 等. 波前曲率传感自适应光学两种闭环控制方法的对比[J]. 光学学报, 2016, 36(3): 0301003.