

# 不同下垫面下光束漂移和光斑扩展的实验研究

王红星<sup>1,2</sup> 宋博<sup>1,2\*</sup> 吴晓军<sup>1,2</sup> 刘敏<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>海军航空工程学院电子信息工程系, 山东 烟台 264001

<sup>2</sup>山东省信号与信息处理重点实验室, 山东 烟台 264001

**摘要** 光束漂移和光斑扩展是激光在大气湍流中传输时的两个重要效应。利用CCD成像技术在烟台地区近海面、沙滩和公路三种下垫面环境进行了准直高斯光束传输实验, 测量了光束漂移、光斑扩展和大气折射率结构常数等实验数据, 在此基础上分析了不同下垫面环境下光束漂移和光斑扩展特性。结果表明: 当大气折射率结构常数变化较小时, 近海环境下光斑扩展和光束漂移的起伏幅度是三种下垫面环境中最大的, 分别为0~1.5 cm和0~0.6 cm。沙滩环境下光斑扩展的实际测量值与理论预测值的相对误差最小, 均在10%之内。公路环境下大气折射率结构常数较近海环境和沙滩环境高一个数量级, 光束漂移和光斑扩展的变化趋势均与大气折射率结构常数的变化趋势一致。

**关键词** 大气光学; 大气湍流; 光束漂移; 光斑扩展; 大气折射率结构常数; 下垫面

**中图分类号** TN929.12      **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/LOP53.080101

## Experimental Analysis of Beam Wander and Beam Spreading under Different Surfaces

Wang Hongxing<sup>1,2</sup> Song Bo<sup>1,2</sup> Wu Xiaojun<sup>1,2</sup> Liu Min<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Department of Electronic and Information Engineering, Naval Aeronautical Engineering Institute, Yantai, Shandong 264001, China

<sup>2</sup>Shandong Province Key Laboratory of Signal and Information Processing, Yantai, Shandong 264001, China

**Abstract** Beam wander and beam spreading are two important effects for beam propagation in the atmospheric turbulence. Collimated Gaussian beam propagation experiments by means of CCD technique are conducted under the sea, the beach and the road surface environments in the region of Yantai. Beam wander, beam spreading and refractive index structure parameters are measured, and the characteristics of beam wander and beam spreading are analyzed based on measured data. The results show that the fluctuating amplitude of beam spreading and beam wander is the largest on the sea when the refractive index structure parameter changes a little. The fluctuating amplitude of them is 0~1.5 cm and 0~0.6 cm, respectively. The relative error of beam spreading on the beach surface is the least, and it is less than 10%. The refractive index structure parameter on the road can be one order larger than those on the sea and on the beach. The variation tendency of beam spreading and beam wander is the same as that of refractive index structure parameter.

**Key words** atmospheric optics; atmospheric turbulence; beam wander; beam spreading; index structure parameter; underlying surface

**OCIS codes** 010.1300; 010.1330; 010.3310

收稿日期: 2016-03-08; 收到修改稿日期: 2016-04-08; 网络出版日期: 2016-07-29

基金项目: 山东省“泰山学者”建设工程专项经费(ts20081330)、山东省自然科学基金(ZR2013FQ010)

作者简介: 王红星(1962—), 男, 博士, 教授, 主要从事光通信技术、现代通信新技术等方面的研究。

E-mail: buaawhx@163.cn

\* 通信联系人。E-mail: 330487101@qq.com

## 1 引言

受大尺度湍流涡旋的影响,激光束在大气中传输时偏离原本的方向,远处接收平面出现光斑随机抖动,此现象称之为光束漂移<sup>[1-3]</sup>;受小尺度湍流涡旋的影响,接收平面上光斑面积的增大,出现光斑扩展效应<sup>[4]</sup>,使激光信号能量降低。光束漂移和光束扩展极大地增加了实时捕捉激光信号的难度,严重时将会导致传输中断,进而对激光测距、光学跟踪以及激光通信等性能产生严重影响<sup>[5-6]</sup>。因此,通过开展野外激光传输实验,实际测量不同下垫面环境下的光束漂移和光斑扩展数据,并分析得到光束的漂移及光斑扩展特征,对于激光应用工程具有重要意义。

关于光束漂移效应和光斑扩展效应,结合激光应用工程的实际需求,目前在国内外已经开展了一些有关光束漂移和光斑扩展的实际测量工作,主要侧重于不同类型光束在不同传输环境下的光束漂移变化和光斑扩展变化的特性研究。2005年12月14日至16日,美国佛罗里达州立大学的 Philips 等<sup>[7]</sup>在肯尼迪航天中心的航天飞机着陆场进行了光束漂移的实验测量,传输下垫面环境为混凝土,接收端采用 CCD 相机进行图像采集,光束分别在 1, 2, 5 km 的水平路径上传输,实验得到了 1 km 和 2 km 时的光束漂移和光斑扩展与大气折射率结构常数的分布情况;2006 年 6 月, Wayne 等<sup>[8]</sup>继续在肯尼迪航天中心进行了传输路径为 1 km 的水平光束漂移测试,其传输下垫面为草地,通过采集不同发射孔径尺寸下的光束漂移实测数据,并与理论模型计算值进行对比,目的在于验证其在该环境下的适用性。国内中国科学院安徽光学精密机械研究所是进行光束漂移野外实际测试的主要科研单位,1999 年 4 月 14 日,饶瑞中等<sup>[9]</sup>利用阵列探测器对陆地环境光束漂移特性进行测试,得出了水平漂移幅度小于垂直漂移幅度的特征,并对不同频率范围内漂移频谱的幂指数进行了拟合;2004 年 3 月至 7 月,马晓珊等<sup>[10]</sup>在合肥实验场聚焦高斯光束的漂移特性进行了测量,并于同年 8 月份采用同样的实验装置,在沿海某地对近海面环境下的光束漂移数据进行了采集,同时也对近海面条件下不同频率范围内频谱密度的各向异性进行了研究。2011 年 3 月娄岩等<sup>[11]</sup>在长春理工大学进行光强起伏和光斑面积的实验分析,传输下垫面环境为城市建筑群,实验结果表明使用 200 mm 接收孔径可以有效抑制光斑面积随时间的起伏效应,但并未对光斑面积的变化规律及统计特性进行分析。此外,国内某些科研单位还分别对城市环境、热带环境和高原环境下准直高斯光束的漂移幅度进行了测量,其目的都是在于分析内陆环境下光束漂移特征,进而为设计合理的无线光通信系统提供信道数据支撑。

目前,光束漂移和光斑扩展测试主要集中在内陆环境下进行,只有极少数单位对近海面环境下聚焦光束的漂移特征进行了分析。而随着海洋经济的快速发展,无线光通信在海上场景的应用迎来了新的机遇和挑战,其中包括港口环境、舰船之间以及岛屿之间等。针对上述应用场景,对沿海地区的无线光通信进行研究时,有必要进一步对不同下垫面环境上方大气中的光束漂移和光斑扩展展开实际测试,对于无线光通信链路损耗估算和天线系统合理设计具有重要的应用价值。依托烟台地区海边环境的地理优势,本文利用 CCD 成像探测技术对近海环境、沙滩环境和公路环境下光斑扩展和光束漂移进行了实际测量,并分析其随大气折射率结构常数的变化关系。

## 2 测试设置

### 2.1 链路设置

实验系统主要由闪烁仪、光束动态测试系统、激光雷达和六要素便携式气象站等设备组成<sup>[12]</sup>,架设方式与朱文越等进行近海测试时的架设方式相同,另外在沙滩和公路环境上设备的架设高度为 1.5 m。基于上述测试设备,在近海环境、沙滩环境和公路环境下开展了多次激光传输实验,采集到了大气折射率结构常数、光束漂移方差和光斑扩展等实验数据,在该实验数据的基础上分析不同下垫面上大气湍流中光束动态变化的特征。

为了对比沿海地区不同下垫面环境下的光束漂移和光斑扩展的变化情况,设置了三条不同的测试链路并进行了光束动态变化测试实验。其中图 1 为近海环境测试链路场景图,测试链路距离为 1.2 km,下垫面主要为海平面,具有水汽蒸发量较大、相对湿度较高和风速较大等特点。图 2 为沙滩环境测试场景图,测试链路距离为 0.7 km,下垫面主要为沙滩,上方气候变化同时具有公路环境和近海环境的部分特点。图 3 为

公路环境测试场景图,测试链路距离为 0.9 km,下垫面主要为沥青柏油路,其上方温度和相对湿度变化速率较快。选取这三种环境下从海面至沙滩再至公路,可以更清晰地掌握三种不同下垫面上大气折射率结构常数、光束漂移和光斑扩展的变化特点。



图 1 近海面测试链路实际场景图(图片来源于 Google Earth)

Fig. 1 Aerial photo of the laser propagation path on the sea (picture from Google Earth)

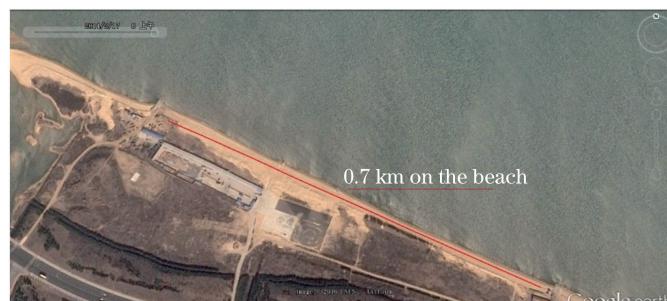


图 2 沙滩测试链路实际场景图 (图片来源于 Google Earth)

Fig. 2 Aerial photo of the laser propagation path on the beach (picture from Google Earth)



图 3 公路测试链路实际场景图 (图片来源于 Google Earth)

Fig. 3 Aerial photo of the laser propagation path on the road (picture from Google Earth)

## 2.2 光束漂移和光斑扩展的测量方法

通过实验设备测量得到光束动态的变化图像,并对其进行背景光的消除处理<sup>[12]</sup>之后,根据已有的计算光束质量的方法确定光束漂移和光斑扩展的幅度。目前关于光束漂移和光斑扩展的测量方法有很多<sup>[13]</sup>,主要有:二阶距法、刀口法、套桶法及  $1/e$  和  $1/e^2$  等,这些方法都可以准确地测量光束漂移和光斑扩展。本文主要采用二阶距方法,设在光轴方向某一位置  $z$  处,测量得到的光束截面功率密度分布为  $I(x, y, z)$ 。则其光束分布的质心坐标  $\bar{x}$  和  $\bar{y}$  的计算公式可表示为<sup>[14]</sup>

$$\bar{x} = \frac{\iint x I(x, y) dx dy}{\iint I(x, y) dx dy}, \quad (1)$$

$$\bar{y} = \frac{\iint y I(x, y) dx dy}{\iint I(x, y) dx dy}, \quad (2)$$

另外  $x$  和  $y$  方向的光束半径  $W_{LT,x}$  和  $W_{LT,y}$  由功率密度分布  $I(x, y, z)$  的二阶距给出, 其计算方法为

$$W_{LT,x} = \sqrt{\frac{4 \iint (x - \bar{x})^2 I_{mn}(x, y) dx dy}{\iint I_{mn}(x, y) dx dy}}, \quad (3)$$

$$W_{LT,y} = \sqrt{\frac{4 \iint (y - \bar{y})^2 I_{mn}(x, y) dx dy}{\iint I_{mn}(x, y) dx dy}}. \quad (4)$$

### 2.3 光束漂移和光斑扩展理论模型

长期光束扩展半径的高斯解析形式为<sup>[1]</sup>

$$W_{LT} = W \sqrt{1 + T}, \quad (5)$$

式中

$$T = 4\pi^2 k^2 L \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi(\kappa) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Lambda L \kappa^2 \xi^2}{k}\right) \right] d\kappa d\xi, \quad (6)$$

其中  $L$  为传输距离,  $k = 2\pi/\lambda$  是光波波数,  $\lambda$  是波长,  $\Phi(\kappa)$  为大气折射率起伏功率谱,  $\kappa$  为空间波数,  $\Lambda = \frac{2L}{kW^2}$ 。对于准直高斯光束,  $W = W_0 \sqrt{1 + (2L/kW_0^2)^2}$  是接收端的自由空间中的光束半径,  $W_0$  为发射端的光束束腰半径。光束漂移的解析表达式为<sup>[1]</sup>

$$\langle \sigma_c^2 \rangle = W^2 T_{LS} = 4\pi^2 k^2 W^2 \int_0^L \int_0^\infty \kappa \Phi(\kappa) H_{LS}(\kappa, z) [1 - \exp(-\Lambda L \kappa^2 \xi^2 / k)] d\kappa dz. \quad (7)$$

对于准直高斯光束有

$$H_{LS}(\kappa, z) = \exp[-\kappa^2 W^2(z)] = \exp\{-\kappa^2 W_0^2 [1 + (2z/kW_0^2)^2]\}. \quad (8)$$

当采用传统的 Kolmogorov 功率谱时, 忽略了大气湍流的内尺度和外尺度 ( $L_0 = 0, L_\infty = \infty$ ), 这时

$$\Phi(\kappa) = 0.033 C_n^2 \kappa^{-11/3}, \quad (9)$$

式中  $C_n^2$  为大气折射率结构常数。将(9)式代入(6)式和(7)式可以得到长期光斑扩展和光束漂移的表达式为<sup>[1]</sup>

$$W_{LT} = W \sqrt{1 + 1.33 \sigma_R^2 \Lambda^{5/6}}, \quad (10)$$

$$\langle \sigma_c^2 \rangle = 2.42 C_n^2 L^3 W_0^{-1/3}, \quad (11)$$

其中  $\sigma_R^2 = 1.23 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}$  是 Rytov 方差。

## 3 数据分析

以 2015 年 5 月份的实验数据为基础, 对不同下垫面环境下的光束漂移、光斑扩展以及大气折射率结构常数的变化进行分析, 测试期间的具体情况如下: 1) 近海环境下的光束动态变化测试。选取近海面 1.2 km 测试链路, 根据便携式气象站对实验时天气情况的记录可知, 在 2015 年 5 月 3 日 9:40—16:40 期间, 天气晴有少量云, 平均风速为 1.65 m/s(轻风), 温度在 13.2~13.9 °C 之间。2) 沙滩环境下的光束动态变化测试。在 2015 年 5 月 7 日的 18:20—19:10 进行了链路距离为 0.7 km 的实验测试, 根据便携式气象站对实验时天气情况的记录可知, 该时段天气少云, 平均风速为 1.3 m/s(软风), 温度在 13.7~15.9 °C 之间。3) 公路环境下的光束动态变化测试。在 5 月 1 日的 17:20—19:10 进行了链路距离为 0.9 km 的实验测试, 该时段天气晴, 平均风速为 1.33 m/s(软风), 温度在 16.5~18.4 °C 之间。

### 3.1 不同下垫面的光束漂移特性对比

为了研究沿海地区不同下垫面条件下的光束的漂移特性, 于 2015 年 5 月 3 日、5 月 1 日和 5 月 7 日在三条不同链路上进行了光束漂移测试, 得到了光束漂移标准差随大气折射率结构常数变化的分布情况, 并与理论预测值进行了对比, 如图 4 所示。

从图 4 中可以看出, 5 月 3 日在近海面上实际测量的光束漂移标准差变化范围在 0.98~1.82 cm 之间, 理论预测值的变化范围在 0.8~1.3 cm 之间; 随着大气折射率结构常数的增大光束漂移整体的变化趋势也

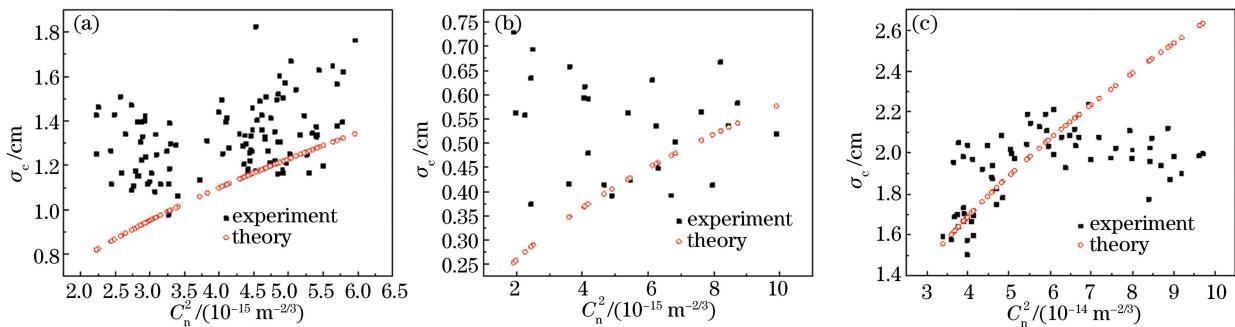


图 4 不同下垫面环境下光束漂移标准差与大气折射率结构常数的变化关系。(a) 2015 年 5 月 3 日近海环境( $L=1.2 \text{ km}$ )；  
(b) 2015 年 5 月 7 日沙滩环境( $L=0.7 \text{ km}$ )；(c) 2015 年 5 月 1 日公路环境( $L=0.9 \text{ km}$ )

Fig. 4 Relationship between standard deviation of the beam wander and the refractive index structure parameter under different underlying surface environments. (a) May 3<sup>rd</sup>, 2015 on the sea ( $L=1.2 \text{ km}$ );  
(b) May 7<sup>th</sup>, 2015 on the beach ( $L=0.7 \text{ km}$ ); (c) May 1<sup>st</sup>, 2015 on the road ( $L=0.9 \text{ km}$ )

是逐渐增大的,但是增加的幅度较小。5月7日在沙滩上实际测量的光束漂移标准差的变化范围在0.37~0.73 cm之间,理论预测值的变化范围在0.25~0.55 cm之间;在沙滩环境上,光束漂移的变化趋势与大气折射率结构常数的变化趋势并不一致,在大气折射率结构常数小于 $5 \times 10^{-15} \text{ cm}^{-2/3}$ 时,实际测量光束漂移标准差与理论预测间的差值较大,这可能是由于大气折射率结构常数的变化幅度较小时,横向风速或者相对湿度等参数在光束漂移的变化中起主导作用。5月1日在公路上实际测量的光束漂移标准差的变化范围在1.44~2.22 cm之间,理论预测值在1.56~2.65 cm之间;当大气折射率结构常数在 $3 \times 10^{-14} \sim 6 \times 10^{-14} \text{ cm}^{-2/3}$ 时,实际测量的光束漂移的变化趋势与大气折射率结构常数的变化趋势一致,且实际测量值与理论预测值的相对误差基本在10%之内;当大气折射率结构常数的变化范围在 $6 \times 10^{-14} \sim 10^{-13} \text{ cm}^{-2/3}$ 时,实际测量的光束漂移的标准差没有明显的增大趋势,基本保持在1.8~2.1 cm之间,此时湍流强度变强并处于中等湍流区间,理论预测值并不能准确反映光束漂移标准差的变化情况。

### 3.2 不同下垫面的光斑扩展特性对比

光斑扩展也是大气湍流中的一个重要因素,使用文献[12]中测量大气湍流中光束漂移变化特性的方法同时也可以得到光斑扩展的变化特征。图5给出了三种不同测试环境下的光斑扩展随大气折射率结构常数的变化关系,并给出了理论预测值的变化范围。

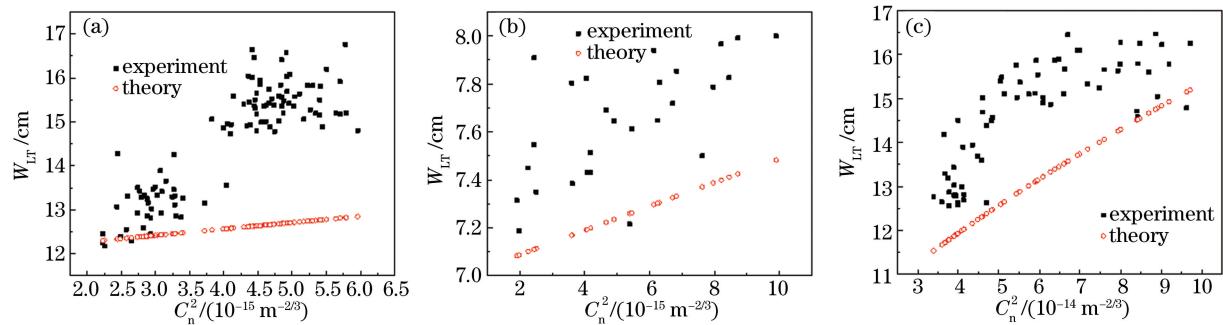


图 5 不同下垫面环境下光斑扩展与大气折射率结构常数的变化关系。(a) 2015 年 5 月 3 日近海环境( $L=1.2 \text{ km}$ )；  
(b) 2015 年 5 月 7 日沙滩环境( $L=0.7 \text{ km}$ )；(c) 2015 年 5 月 1 日公路环境( $L=0.9 \text{ km}$ )

Fig. 5 Relationship between the beam spreading and the refractive index structure parameter under different underlying surface environments. (a) May 3<sup>rd</sup>, 2015 on the sea ( $L=1.2 \text{ km}$ );  
(b) May 7<sup>th</sup>, 2015 on the beach ( $L=0.7 \text{ km}$ ); (c) May 1<sup>st</sup>, 2015 on the road ( $L=0.9 \text{ km}$ )

从图5中可以看出,5月3日实际测量的光斑扩展范围为12.2~16.8 cm,理论预测值的范围为12.3~12.8 cm。大气折射率结构常数变化范围为 $2 \times 10^{-15} \sim 3.7 \times 10^{-15} \text{ cm}^{-2/3}$ 时,实际测量的光斑扩展的变化范围为12.2~14.5 cm;大气折射率结构常数变化范围为 $4 \times 10^{-15} \sim 6 \times 10^{-15} \text{ cm}^{-2/3}$ 时,实际测量的光斑扩展

分布在 15~16.8 cm 之间。在该区间内,光斑扩展的理论预测值与实际测量值的差值较大。在同时进行的博士论文<sup>[15]</sup>中对近海环境下的两种不同距离的实验链路进行了 8 次日间和夜间的光斑扩展实验,并对光斑扩展随温度和相对湿度的变化趋势进行了分析,结果表明在近海环境下日间时段相对湿度对光斑扩展的变化影响较大,这可能是造成理论预测值与实际测量值差别较大的原因。5月7日沙滩环境下实际测量的光斑扩展的变化范围为 7.2~8.0 cm,理论预测值的变化范围为 7.1~7.5 cm 之间,光斑扩展的变化趋势整体上是与大气折射率结构常数的变化趋势一致的,实际测量值与理论预测值的相对误差在 10% 之内。5月1日公路环境下实际测量的光斑扩展的变化范围为 12.5~16.5 cm,理论预测值的变化范围为 11.5~15.2 cm,公路环境上的光斑扩展变化趋势与大气折射率结构常数的整体变化趋势一致,且理论预测值与实际测量值的相对误差在 15% 之内。

由于公路下垫面的比热容较小,其上方大气的温度梯度大变化较快,导致公路环境下的大气折射率结构常数较大,虽然公路环境下链路距离较近海环境的小,但是其光束漂移和光斑扩展的分布范围较近海环境下的大。在沙滩环境下,沙子的比热容同样较小但邻近海面受海面温度的影响,大气折射率结构常数的变化范围较公路的变化范围小。近海下垫面环境下海水比热容较公路和沙滩大,其上方的大气温度变化小,一天之内大气折射率结构常数的变化范围在  $2 \times 10^{-15} \sim 6 \times 10^{-15} \text{ cm}^{-2/3}$  之间。

以上是以 2015 年 5 月初的测试得到的光束动态变化数据,从水平方向和垂直方向的光束漂移和光斑扩展等参数的变化情况进行了分析,同时也分析了与大气折射率结构常数之间的变化关系。表 1 给出了另外 2015 年 5 月底以及 9 月份在多种下垫面环境进行的光束动态变化实验情况,可以看出无论是哪种环境下,测试的水平方向的漂移量始终大于垂直方向的漂移量,与文献[11]中在海上环境测试的结果相同;同时也可看出沙滩环境下的光斑扩展变化幅度较小;另外,虽然近海环境测试时间跨度最大,但大气折射率结构常数的变化幅度远小于沙滩环境和公路环境。

表 1 多种下垫面环境下光束漂移和光斑扩展的测量情况

Table 1 Test results of beam wander and beam spreading under other underlying surface environments

Date	Time	Length /km	Underlying surface	$C_n^2/(10^{-15} \text{ m}^{-2/3})$	$\sigma_x/\text{cm}$	$\sigma_y/\text{cm}$	$W_{LT}/\text{cm}$
2015-05-25	12:40~16:40	1.2	Sea	1.5~5	0.7~1.1	0.4~0.7	11.6~12.2
2015-05-27	17:10~18:30	0.7	Sand	2.1~11	0.4~0.7	0.2~0.5	6.8~7.5
2015-05-28	17:35~19:10	0.9	Road	1~10	1.3~1.7	0.9~1.5	12.2~16.2
2015-09-13	16:10~17:40	0.7	Sand	3~9	0.5~0.9	0.3~0.7	7.2~7.9
2015-09-15	18:05~20:35	0.9	Road	0.9~7	0.8~1.5	0.6~1.2	11.5~14.6
2015-09-18	15:30~16:05	1.1	Sea	0.8~3	0.6~1.2	0.4~0.7	11.2~12.4

## 4 结 论

基于大气信道测试系统分别在近海环境、沙滩环境和公路环境下实时测试了大气湍流中的大气折射率结构常数、光束漂移和光斑扩展数据,得到了三种下垫面环境下光束漂移和光斑扩展及大气折射率结构常数的变化特征。结果表明:由大气折射率结构常数的变化范围可以看出,公路环境下的大气折射率结构常数的变化范围较沙滩环境和近海环境高一个数量级。近海环境下的大气折射率结构常数的变化范围最小,但由于受到横向风速或者相对湿度等因素的影响,近海环境下光束漂移和光斑扩展的起伏幅度均大于沙滩环境与公路环境。沙滩环境下的光束漂移和光斑扩展的实际测量值与理论预测值的相对误差最小,均在 10% 以内。在公路环境下,当大气折射率结构常数在  $3 \times 10^{-14} \sim 6 \times 10^{-14} \text{ cm}^{-2/3}$  时,光束漂移和光斑扩展的实际测量值与理论预测值的相对误差均在 15% 之内。

## 参 考 文 献

- 1 Andrews L C, Phillips R L. Laser beam propagation through random media[M]. Bellingham: SPIE Press, 2005.
- 2 Yi Xiang. Research on irradiance scintillation and mitigation technology in atmospheric laser communications[D]. Xi'an: Xidian University, 2013.
- 3易湘. 大气激光通信中光强闪烁及其抑制技术的研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2013.
- 3 Sandalidis H G. Performance of a laser earth-to-satellite link over turbulence and beam wander using the modulated

- Gamma-Gamma irradiance distribution[J]. Applied Optics, 2011, 50(6): 952-961.
- 4 Toselli I, Agrawal B, Restaino S. Gaussian beam propagation in maritime atmospheric turbulence: Long term beam spread and beam wander analysis[C]. SPIE, 2010, 7814: 78140R.
- 5 Dios F, Rubio J A, Rodriguez A, et al. Scintillation and beam-wander analysis in an optical ground station-satellite uplink [J]. Applied Optics, 2004, 43(19): 3866-3873.
- 6 Ma J, Jiang Y, Tan L, et al. Influence of beam wander on bit-error rate in a ground-to-satellite laser uplink communication system[J]. Optics Letters, 2008, 33(22): 2611-2613.
- 7 Phillips R L, Andrews L C, Stryjewski J, et al. Beam wander experiments: Terrestrial path[C]. SPIE, 2006, 6303: 630306.
- 8 Wayne D T, Phillips R L, Andrews L C, et al. Beam wander of a collimated beam: Comparing theory and experiment [C]. SPIE, 2008, 7091: 70910O.
- 9 Rao Ruizhong, Wang Shipeng, Liu Xiaochun, et al. Experimental study of spot dancing of laser beam in a turbulent atmosphere[J]. Chinese J Lasers, 2000, 27(11): 1011-1015.  
饶瑞中, 王世鹏, 刘晓春, 等. 湍流大气中激光束漂移的实验研究[J]. 中国激光, 2000, 27(11): 1011-1015.
- 10 Ma Xiaoshan, Zhu Wenyue, Rao Ruizhong. Anisotropy of beam wander of focused beam in atmospheric boundary layer above sea level[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2008, 18(6): 922-926.  
马晓珊, 朱文越, 饶瑞中. 海面大气边界层中聚焦光束漂移各向异性的实验研究[J]. 强激光与粒子束, 2006, 18(6): 922-926.
- 11 Lou Yan, Jiang Huilin, Chen Chunyi, et al. Analysis of experimental data of the scintillation fluctuation and spot area in atmosphere laser communication[J]. Infrared and Laser Engineering, 2011, 40(3): 515-519.  
娄 岩, 姜会林, 陈纯毅, 等. 激光大气湍流传输光强起伏及光斑面积实验分析[J]. 红外与激光工程, 2011, 40(3): 515-519.
- 12 Wang Hongxing, Song Bo, Wu Xiaojun, et al. Experiment of beam spreading of collimated Gaussian beam in atmospheric turbulence under sea surface environment[J]. Chinese J Lasers, 2016, 43(3): 0305004.  
王红星, 宋 博, 吴晓军, 等. 近海面大气湍流中准直高斯光束光斑扩展实验[J]. 中国激光, 2016, 43(3): 0305004.
- 13 Qian Liejia, Fan Dianyuan, Zhang Zhuhong, et al. On some basic issues related to light beam quality[J]. Chinese J Lasers, 1994, 21(12): 981-987.  
钱列加, 范滇元, 张筑虹, 等. 有关光束质量的若干基本问题及其新进展[J]. 中国激光, 1994, 21(12): 981-987.
- 14 Ji Xiao, Yang Hongru, Liu Guorong. Study on measurement method of laser beam quality parameters[J]. Journal of Applied Optics, 2006, 27(Suppl): 51-54.  
吉 晓, 杨鸿儒, 刘国荣. 激光光束质量参数测量方法的研究[J]. 应用光学, 2006, 27(增刊): 51-54.
- 15 Song Bo. Characteristic research of beam wander and beam spreading in marine turbulence [D]. Yantai: Naval Aeronautical Engineering Institute, 2016.  
宋 博. 近海大气湍流中光束漂移和光斑扩展的特性研究[D]. 烟台: 海军航空工程学院, 2016.