

基于 LiDAR 数字高程模型构建的数学形态学滤波方法综述

惠振阳 胡友健

中国地质大学(武汉)信息工程学院, 湖北 武汉 430074

摘要 数字高程模型的获取是智慧城市建立的前提, 机载 LiDAR 技术为数字高程模型的获取提供了新的技术手段。准确的地面点滤波是获取精确数字高程模型的关键, 因此机载 LiDAR 点云滤波一直都是研究的热点与难点。由于数学形态学滤波法应用于机载 LiDAR 点云滤波时具有简单高效的特性, 所以该类型算法是点云滤波中的主流算法。为深入了解此类型算法, 对国内外现有的基于数学形态学的点云滤波法进行系统总结, 详细分析了各种方法的特点、可解决的问题及存在的问题, 并结合现有基于数学形态学滤波法的主要缺陷展望了此类型算法的发展方向。

关键词 遥感; 机载 LiDAR; 综述; 数学形态学; 滤波算法

中图分类号 P237 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP53.080001

Review on Morphological Filtering Algorithms Based on LiDAR Digital Elevation Model Construction

Hui Zhenyang Hu Youjian

Faculty of Information Engineering, China University of Geosciences, Wuhan, Hubei 430074, China

Abstract Digital elevation model acquisition is the precondition of smart city construction. The airborne LiDAR technology provides a new approach for building the digital elevation model. Accurate ground point cloud filtering is the key to constructing the digital elevation model, so filtering for airborne LiDAR point cloud has always been a research hotspot and difficulty. As the morphological algorithms are simple and efficient, they are the mainstream in the point cloud filtering. To deep understand the algorithms, we summarize existed morphological filtering algorithms at home and abroad, analyze the characteristics, resolved problems and unresolved problems of various filtering methods, and present the prospect of the algorithms based on the unresolved problems.

Key words remote sensing; airborne LiDAR; review; morphology; filtering algorithm

OCIS codes 280.3640; 280.3400; 280.3420

1 引言

随着社会经济不断发展, 智慧城市的建立愈加重要。数字高程模型的获取是智慧城市建立的前提和基础。准确的数字高程模型对人们的生产和生活都十分重要。传统数字高程模型的建立依赖于遥感影像, 但由于遥感影像自身的特点, 从遥感影像中获取数字高程模型存在三个问题: 1) 高大建筑物、树木的遮挡使得部分遥感影像存在数据空白; 2) 遥感影像存在同谱异物、同物异谱的现象; 3) 遥感影像数据的获取受天气

收稿日期: 2016-03-17; **收到修改稿日期:** 2016-03-26; **网络出版日期:** 2016-07-20

基金项目: 国家自然科学基金(41374017)

作者简介: 惠振阳(1989—), 男, 博士研究生, 主要从事机载激光雷达点云特征提取等方面的研究。

E-mail: huizhenyang2008@163.com

导师简介: 胡友健(1960—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事沉降监测、机载激光雷达点云数据处理等方面的研究。

E-mail: 2434288475@qq.com(通信联系人)

变化影响显著。机载 LiDAR 技术的出现为数字高程模型的建立提供了新的技术手段^[1]。机载 LiDAR 技术不受外界天气的影响,可以全天候 24 小时进行数据采集,而且 LiDAR 点云不仅具有三维坐标信息,还包含反射强度信息,能够获得更加准确的地面点信息^[2-3]。此外,LiDAR 脉冲能够穿透植被,避开高大树木遮挡。因此,利用机载 LiDAR 技术有助于获取更加准确的数字高程模型。

2 数学形态学定义

基于机载 LiDAR 点云数据获取数字高程模型,首先要进行点云滤波获取地面点云。数学形态学滤波法是机载 LiDAR 点云滤波中的主流算法。最初由 Lindenberger 等^[4]将数学形态学方法引入机载 LiDAR 点云滤波中。首先应用形态学开运算过滤剖面数据,然后利用自回归过程改善上述结果。数学形态学方法主要包括开运算和闭运算,每种运算都由膨胀和腐蚀两种基本运算组成。对于机载 LiDAR 点云滤波来说,膨胀运算即取滤波窗口内高程的最大值,公式定义为

$$[\delta_B(f)](x,y) = \max\{f(x+i,y+i) \mid i,j \in [-w,w]; (x+i),(y+i) \in D_f\}, \quad (1)$$

式中 B 为结构元素,结构元素的大小为 $(2w+1) \times (2w+1)$, D_f 为 f 的取值范围。腐蚀运算即取滤波窗口内高程的最小值,公式定义为

$$[\epsilon_B(f)](x,y) = \min\{f(x+i,y+i) \mid i,j \in [-w,w]; (x+i),(y+i) \in D_f\}. \quad (2)$$

开运算是先对点云先进行腐蚀运算,再进行膨胀运算;闭运算则相反,先进行膨胀运算,再进行腐蚀运算,公式为

$$\begin{cases} \gamma_B(f) = \delta_B[\epsilon_B(f)] \\ \beta_B(f) = \epsilon_B[\delta_B(f)] \end{cases}. \quad (3)$$

3 存在的问题及对应的改进算法

由于形态学开运算能够滤除窗口内高程突变的物体,所以广泛应用于机载 LiDAR 点云滤波中。形态学滤波的关键在于滤波窗口的选择。滤波窗口过小则不能滤除大型建筑物,滤波窗口过大则容易导致地形过于平滑。为解决上述问题,Kilian 等^[5]采用多个尺寸的窗口对点云进行多次形态学开运算。滤波窗口由小变大,每次开运算后对地面点赋权,窗口越大对应的地面点权值也越大。再根据地面点的不同权值计算地形表面。Zhang 等^[6]采用了类似的方法,提出一种经典的渐进式形态学滤波法。该方法中,窗口同样是从小变大,不同的窗口对应不同的高差阈值,阈值可根据地形坡度和相邻窗口大小的变化量计算得到。通过计算形态学开运算前后点云的高差变化,将高差变化大于阈值的点判定为地物点并进行滤除。一直进行迭代,直到滤波窗口大于该区域最大建筑物的尺寸。实验表明,该方法能够获得良好的滤波效果,但依然存在以下三个问题:1) 格网内插引起的误差;2) 地形坡度、最大滤波窗口、高差阈值等参数的设置;3) 细节地形的方块效应。近年来,许多学者针对上述三个问题对渐进式形态学滤波进行了改进。

3.1 针对格网内插引起误差进行的改进

在 Zhang 等^[6]的方法中需要对空白格网进行内插,造成空白格网的原因有:

- 1) 机载 LiDAR 的激光脉冲波长一般为 1040~1060 nm,此波段能被水体吸收,所以在湖泊、河流等水体区域没有点云数据^[7];
- 2) 由于激光扫描器视场角有限,在部分高大建筑物的一侧,也易形成数据空白^[8];
- 3) 由于激光雷达的视场角比传统摄影测量相机小,所以飞行时容易形成扫描漏洞^[9]。

对数据空白区域内插,特别是空白区域较大时会存在以下问题:1) 需要进行大量内插计算,占用大量计算时间,实现效率低;2) 对于大面积空白区域,难以得到准确的内插估值;3) 若在地物与地面连接区域存在数据空白,此时内插得到的高程值往往会偏离实际情况,甚至会形成一个斜面;4) 在地形起伏较大区域,对大面积的空白区域进行内插,容易形成虚假地物,导致真实地形点判定为地物点;5) 空白区域较多时,难以确定空白区域的形成原因,也就无法找到更为合适的插值方式^[10]。

为减小或者避免内插误差,一般可采取以下两种途径:1) 改进空白格网特别是大面积空白格网的内插

方式^[8-9,11]；2) 不对空白格网进行内插^[10,12]。

Chen 等^[11]采用第一种改进方式,首先对大面积数据空白区域进行重采样。由于大面积数据空白区域主要为水体,通过形态学运算可找出水体边缘,然后选取水体边缘的最小值作为整个水体的高程值。对大面积水体区域重采样完成后,再采用小的搜索半径对小面积的空白格网进行最邻近内插。罗伊萍等^[9]采用了类似方法对水体进行插值。董保根等^[8]同样是针对水体等空白区域进行内插,内插前需进行判断,如果格网为空,则搜索以该格网为中心的 8 个邻域格网,如果存在的点数大于阈值,则对该格网进行内插,如果小于阈值则不进行内插。

Pingel 等^[12]采用图像修复技术对空白格网进行插值,相较于 Zhang 等^[6]采用的最邻近插值法,此方法能够获得更为平滑的格网数据。

李鹏程等^[13]采用第二种改进方式,不对点云进行格网划分,而是直接将形态学滤波法应用于扫描线数据上,保证了数据的完整性,避开了内插误差。赵明波等^[10]虽对点云进行格网划分,但并不直接对空白格网进行内插拟合。在形态学腐蚀运算时,选取整个研究区域内的高程最大值对空白区域进行填充;膨胀运算时,选取腐蚀运算结果中高程的最小值对空白区域进行填充。该方法既不影响形态学开运算结果又避开了内插计算,大大节省了运算时间。

3.2 针对地形坡度、最大滤波窗口、高差阈值等参数设置的改进

在 Zhang 等^[6]的方法中,地形坡度需人为设定为常数,这对地形平坦区域可行,但对地形起伏较大区域明显不合理。Chen 等^[11]对此进行了改进,不需要假设地形坡度为常数。该方法首先通过反复实验获取滤除低矮植被的最小窗口;为区分窗口增大时分割区域(形态学开运算前后高差变化大于 1 m 的区域)是建筑物还是地形,设置了 5 个阈值参数,通过分析分割区域边缘与周围地形间的高差与对应阈值之间的关系进行判别。该方法需要设置的参数过多,并且每个参数都需要反复实验才能得到最优值,因此并不容易实现。为解决该问题,Chen 等^[14]又对该方法进行了改进,将预设参数从 7 个减少为 2 个,大大提高了算法的通用性。

为使地形坡度的设置更具普遍性和自适应性,罗依萍等^[15]采取以下方法自动获取研究区域的地形坡度。首先对点云进行分块,并选取块内的最小值建立粗糙的不规则三角网(TIN);然后对 TIN 中所有三角形的坡度进行统计,将坡度峰值作为该区域的地形坡度。李峰等^[16]通过各格网的高程值以及格网间距计算出各个格网的坡度,但计算得到的坡度实际上是地表坡度,而非地形坡度;然后对各个格网的坡度进行形态学开运算以去除建筑物、树木等地物坡度。为进一步去除低矮植被对坡度的干扰,对坡度进行升序排序,取前 80%坡度值的平均值作为整个区域的平均近似坡度。苗启广等^[17]则采用类似的方式计算地形坡度。首先对点云进行分块;然后对各块点云的高程进行统计,计算出各块点云高程的标准差;最后将地形坡度设置为标准差的线性函数。

对于最大滤波窗口,李峰等^[16]发现,大多数形态学滤波算法往往将滤波窗口设置为线性递增函数或者以 2 为底的指数函数,在实际运算中往往无法达到预先设置的最大滤波窗口,导致最后滤波结果的 II 类误差增大。为解决上述问题,李峰等^[16]建议在形态学滤波迭代结束后,再采用最大滤波窗口对点云进行滤波处理。

在传统的渐进式形态学算法中,最大滤波窗口一般需要人工设定,无法实现全自动化。陈永枫等^[18]在每次形态学迭代运算后计算地面点云比率,当相邻两次迭代滤波后的地面点云比率变化很小时,此时的迭代次数即为最优迭代次数,对应的滤波窗口即为该区域适应的最大滤波窗口。孙美玲等^[19]采用类似的方法,通过判断前后两次滤波结果有无地物的增减变化来确定最大滤波窗口。

在 Zhang 等^[6]的算法中,除了最大滤波窗口,还需要给出最小高差阈值和最大高差阈值,并且都需要进行人工设置。陈永枫等^[18]通过多次实验分析得出,最小高程阈值等于点密度开方的倒数,最大高程阈值可设置为最小高程阈值的两倍。实验表明,相较于最优参数设置算法,该自适应算法获得的滤波错误率总误差可以控制在 3%以内。传统渐进形态学滤波法的高差阈值通常设置为平均坡度与窗口变化量的乘积再加上初始高差阈值,如果平均坡度过小,会使高差阈值过小,导致 I 类误差增大。为解决上述问题,李峰等^[16]在原有高差阈值的基础上增加了点云平面误差引起的高程误差,此误差可通过平面误差乘以平均坡度计算得到。

3.3 针对细节地形方块效应的改进

Zhang 等^[6]提出的渐进式形态学滤波算法容易削平地形,尤其是窗口较大时,该算法无法确定高程突变

是由地形起伏引起还是由地物引起。在大多数情况下,这些地形起伏点会被当作地物点剔除,造成地形过度平滑。

隋立春等^[20]通过计算相邻两层滤波窗口间的地形坡度角来判断是否存在山包区域。如果计算三次以上得出的地形坡度角变化均不大,则判断该滤波窗口下存在山包区域,并按规定缩小滤波窗口。一直进行迭代,直到地形坡度角突然变小,并且与第二层的地形坡度角之差大于阈值,窗口大小不再变化。给出了上坡和下坡区域的判定规则,并给出相应的窗口变化函数。实验表明,该方法有效地减少了传统方法对存在山包区域的误判。

罗伊萍等^[15]认为在地形凸起区域常会有部分地面点被误判为地物点。由于地形具有连续性,这些误判区域边缘会存在一些地面点,以这些地面点作为种子点,采用生长搜索法从误判区域中找出地面点,可改善滤波结果。

Li等^[21]通过梯度特征点来减小方块效应。首先给出内部梯度和外部梯度的定义,内部梯度即原始值与腐蚀值之差,外部梯度即膨胀值与原始值之差。分析得出,在地物边缘的地形点具有较大的外部梯度和较小的内部梯度,而在地形起伏区域的地形点内部梯度和外部梯度都较大。据此可找出潜在的地物边缘点并将其定义为梯度特征点。渐进式形态学开运算只需对这些梯度特征点进行运算,不仅避免了对建筑物区域和地形凸起区域的误判,而且规避了大量不必要的运算,提高了运算效率。

Chen等^[22]采用类似的方法来减弱对地形凸起的误判。首先将形态学膨胀运算前后高差变化大于阈值的点定义为临界点,只在这些关键点上进行形态学开运算,既滤除了建筑物等非地面点又能保护地形细节。

Li等^[23]指出高帽运算其实是另一种形式的形态学运算。为减小高帽滤波算法对地形凸起区域的误判,提出一种带有斜帽檐的高帽滤波改进算法,其实质是对渐进式滤波算法的改进。通过外部帽檐可以有效地减少原有算法对地形凸起区域的误判。为实现同样的效果, Li等^[24]从另一个角度对高帽滤波算法进行了改进。针对高帽滤波的结果,建立从左到右、从下到上的扫描线,通过对扫描线上各点的判断辨别连续点是地物点还是地形起伏点。

谷延超等^[25]为减少因地形方块效应而造成地形过度腐蚀,采取了一种由粗到精的滤波策略。首先采用形态学法进行多尺度滤波获取地面种子点,再基于这些地面种子点进行区域生长获得最终的精细数字高程模型。运用国际摄影测量与遥感协会(ISPRS)提供的点云数据进行测试,结果表明这种改进能够有效地保护地形的细节特征,而且对起伏地形适应性较强。

Hui等^[26]首次将插值拟合算法与形态学滤波法进行结合。运用Kirging插值法逐级模拟地形起伏曲面,然后利用形态学膨胀运算计算出各层级的地形起伏度,再结合形态学开运算,可有效减少形态学滤波法对地形凸起区域的误判。

3.4 其他类型的改进

虽然现有的大多数算法都是以Zhang等^[6]提出的渐进式形态学滤波算法为基础,但也有部分算法只是利用了Zhang等的思路,具体滤波做法并不同。Mongus等^[27]首先对点云进行分块,获取各块内高程的最小值,并对空白格网按反比例加权法进行内插,形成一个初始数字表面模型;对该数字表面模型按高斯核函数进行卷积运算,将其分为上下两部分,上部分包含地形细节点以及地物特征点,下部分则为一个粗略的数字地面模型;对上部分点进行多窗口的形态学开运算,并统计各点两相邻开运算间的高差变化;根据各点的高差变化,确定各点高差变化的最大值以及该点对应地物或地形的尺寸;根据该尺寸确定不同点的高差阈值,再依据不同的高差阈值去除地物点保留地形点,并获取数字地面模型;对此数字地面模型进行形态学膨胀运算,获取不同区域的地形起伏度,再依据原始点云到此数字地面模型的垂直距离以及对应的地形起伏度对原始点云进行滤波判断,获取最终的地面点云。孙美玲等^[19]采用形态学重建原理进行点云滤波。首先将点云格网化生成掩模图像,然后对其进行腐蚀得到标记图像,再对标记图像进行重建得到重建图像,最后用掩模图像减去重建图像得到规则化的数字表面模型,位于规则化数字表面模型上值为零的点即为地面点。

4 形态学滤波算法分类

根据滤波方式的不同,形态学滤波算法可以分为基于离散点滤波和基于格网滤波的算法^[8,28-30]。基于

离散点的滤波需要对点云进行逐点遍历,并计算每个离散点到所有点的距离,以确定滤波窗口所包含的点,因此该方法计算量大,算法实现效率低。基于格网的滤波是将各个格网视为一个像素点,并选取格网内高程最小值作为该格网的像素值。依次遍历各个格网,腐蚀操作时选取 $w \times w$ 内高程的最小值作为该格网新的像素值。腐蚀结束后,再对腐蚀的结果进行膨胀操作,即选取 $w \times w$ 内高程的最大值作为该格网新的像素值。依次判断格网内的各个点,如果一个点与该格网膨胀后的像素值之差大于阈值,则判定为地物点,否则判定为地面点。基于格网的形态学滤波实质上是一种基于模板的卷积运算,此种类型的滤波算法计算速度快,容易实现。

当点云数据量特别大时,无论采用上述哪一种形态学滤波方式都需要大量的计算时间。因为现有的大多数形态学滤波算法是基于中央处理器(CPU)的串行方式来实现点云滤波。

点云数据量很大时,滤波时间会很长。为解决上述问题,阚旋等^[31]采用通用计算图形处理器(GPGPU)来进行大规模的并行计算。这是一种基于 CPU 和图形处理器(GPU)异构计算平台的图形处理器通用计算技术。实验表明,当点云数据量很大时,基于 GPGPU 的滤波法比传统形态学滤波法快 5~7 倍。

5 结束语

虽然现有的形态学滤波算法在大部分区域都能获得良好的滤波效果,但依然存在如下问题:1) 无法在减小某一类误差(I类误差或II类误差)的同时抑制另一类误差的增大;2) 无法对存在复杂建筑物的区域进行准确的滤波处理;3) 对与地形相连的地物(桥梁、坡道)容易产生误判;4) 在地形坡度变化较大区域无法准确地保护地形细节。

针对以上问题,考虑对现有滤波算法进行改进:1) 在滤波前先对点云进行聚类分割,再结合聚类分割结果进行形态学算法滤波处理。Tóvári 等^[32]建议结合分割的滤波算法具有更强的稳健性,这是因为分割后的结果含有更多的语义信息,更有利于对地形地物的判别;2) 将模糊判别法或贝叶斯判别法等数学判别法^[33]与传统形态学滤波法相结合,增强其在复杂地形区域的滤波判断能力,更有利于地物点和地形点的准确分类。

将形态学滤波算法与其他类型的滤波算法结合,利用不同算法的滤波优势,可以提高原有滤波算法的精度。例如,基于内插的滤波算法通常采用自上而下的滤波方式,能够由粗到精地获取数字地面模型,而基于形态学的滤波算法通常采用自下而上的滤波策略,结合这两种互补算法,利用彼此的滤波优点可以得到更高的滤波精度。

利用多源信息数据,如合成雷达孔径(SAR)、CCD 影像、地图等,提供更多的滤波约束,也能提高原算法的滤波精度。随着机载 LiDAR 技术的发展,越来越多的数据采集设备能够提供全波形 LiDAR 数据,对全波形数据中每个波形信号的距离、振幅和波宽等参数信息进行分析,可以获取更多的地面信息,利用这些信息也能提高形态学滤波算法的滤波精度。

参 考 文 献

- 1 Liu Zhiqing, Li Pengcheng, Zhang Baoming, *et al.* Application of robust estimation to airborne lidar point cloud filtering [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2015, 52(12): 122801.
刘志青, 李鹏程, 张保明, 等. 抗差估计在机载激光雷达点云滤波中的应用[J]. *激光与光电子学进展*, 2015, 52(12): 122801.
- 2 Wang Jianyu, Hong Guanglie, Bu Hongyi, *et al.* Study on airborne scanning lidar [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 9(9): 2584-2589.
王建宇, 洪光烈, 卜弘毅, 等. 机载扫描激光雷达的研制[J]. *光学学报*, 2009, 9(9): 2584-2589.
- 3 Wang Jianjun, Li Xiaolu, Xu Tongle, *et al.* Comparison of impacts of control errors and measurement errors of working parameters on accuracies of point cloud products from airborne LiDAR [J]. *Chinese J Lasers*, 2015, 42(7): 0708003.
王建军, 李小路, 许同乐, 等. 机载 LiDAR 中工作参数的控制误差和测量误差对点云产品精度的影响机理及其比较[J]. *中国激光*, 2015, 42(7): 0708003.
- 4 Lindenberger J. *Laser profilmessungen zur topographischen gelandaufnahme (in Germany)* [D]. Stuttgart: Stuttgart University, 1993: 131.

- 5 Kilian J, Haala N, Englich M. Capture and evaluation of airborne laser scanner data [J]. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, 1996, 31(B3): 383-388.
- 6 Zhang K, Chen S C, Whitman D, *et al.* A progressive morphological filter for removing nonground measurements from airborne LIDAR data [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2003, 41(4): 872-882.
- 7 Zhang Yongjun, Wu Lei, Lin Liwen, *et al.* Automatic water body extraction based on LiDAR data and aerial images [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2010, 35(8): 936-940.
张永军, 吴磊, 林立文, 等. 基于 LiDAR 数据和航空影像的水体自动提取 [J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2010, 35(8): 936-940.
- 8 Dong Baogen, Qin Zhiyuan, Zhu Chuanxin, *et al.* Perspectives of morphological filtering for airborne LiDAR point clouds data [J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2013, 38(4): 19-21.
董保根, 秦志远, 朱传新, 等. 关于机载 LiDAR 点云数据形态学滤波的几点思考 [J]. *测绘科学*, 2013, 38(4): 19-21.
- 9 Luo Yiping, Jiang Ting, Wang Xin, *et al.* A new filtering method for LiDAR data based on mathematic morphological approach [J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2011(3): 15-19.
罗伊萍, 姜挺, 王鑫, 等. 基于数学形态学的 LiDAR 数据滤波新方法 [J]. *测绘通报*, 2011(3): 15-19.
- 10 Zhao Mingbo, He Jun, Tian Junsheng, *et al.* Ladar data filtering method based on improved progressive multi-scale mathematic morphology [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(3): 0328001.
赵明波, 何峻, 田军生, 等. 基于改进的渐进多尺度数学形态学的激光雷达数据滤波方法 [J]. *光学学报*, 2013, 33(3): 0328001.
- 11 Chen Q, Gong P, Baldocchi D, *et al.* Filtering airborne laser scanning data with morphological methods [J]. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 2007, 73(2): 175-185.
- 12 Pingel T J, Clarke K C, McBride W A. An improved simple morphological filter for the terrain classification of airborne LIDAR data [J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2013, 77: 21-30.
- 13 Li Pengcheng, Wang Hui, Liu Zhiqing, *et al.* A morphological LiDAR points cloud filtering method based on scan lines [J]. *Journal of Geomatics Science and Technology*, 2011, 28(4): 274-277.
李鹏程, 王慧, 刘志青, 等. 一种基于扫描线的数学形态学 LiDAR 点云滤波方法 [J]. *测绘科学技术学报*, 2011, 28(4): 274-277.
- 14 Chen Q. Improvement of the edge-based morphological (EM) method for LiDAR data filtering [J]. *International Journal of Remote Sensing*, 2009, 30(4): 1069-1074.
- 15 Luo Yiping, Jiang Ting, Gong Zhihui, *et al.* An adaptive and multi-scale mathematic morphological filter for point cloud data filtering [J]. *Journal of Geomatics Science and Technology*, 2009, 26(6): 426-429.
罗伊萍, 姜挺, 龚志辉, 等. 基于自适应和多尺度数学形态学的点云数据滤波方法 [J]. *测绘科学技术学报*, 2009, 26(6): 426-429.
- 16 Li Feng, Cui Ximin, Yuan Debao, *et al.* Slope improved morphological filtering algorithm for LiDAR point clouds [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 32(5): 128-132.
李峰, 崔希民, 袁德宝, 等. 改进坡度的 LiDAR 点云形态学滤波算法 [J]. *大地测量与地球动力学*, 2012, 32(5): 128-132.
- 17 Miao Qiguang, Guo Xue, Song Jianfeng, *et al.* LiDAR point cloud data with morphological filter algorithm based on region prediction [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2015, 52(1): 011003.
苗启广, 郭雪, 宋建锋, 等. 基于区域预测的 LiDAR 点云数据形态学滤波算法 [J]. *激光与光电子学进展*, 2015, 52(1): 011003.
- 18 Chen Yongfeng, Hou Yifan, Xu Qing, *et al.* LiDAR points cloud filtering method based on adaptive [J]. *Journal of Geomatics Science and Technology*, 2014, 31(6): 603-607.
陈永枫, 侯一凡, 徐青, 等. 一种自适应数学形态学 LiDAR 点云滤波方法 [J]. *测绘科学技术学报*, 2014, 31(6): 603-607.
- 19 Sun Meiling, Li Yongshu, Chen Qiang, *et al.* Iterative multi-scale filter based on morphological opening by reconstruction for LiDAR urban data [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(1): 363-369.
孙美玲, 李永树, 陈强, 等. 基于迭代多尺度形态学开重建的城区 LiDAR 滤波方法 [J]. *红外与激光工程*, 2015, 44(1): 363-369.

- 20 Sui Lichun, Zhang Yibin, Liu Yan, *et al.* Filtering of airborne LiDAR point cloud data based on the adaptive mathematical morphology[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica*, 2010, 39(4): 390-396.
隋立春, 张熠斌, 柳 艳, 等. 基于改进的数学形态学算法的 LiDAR 点云数据滤波[J]. *测绘学报*, 2010, 39(4): 390-396.
- 21 Li Y, Wu H Y, Xu H W, *et al.* A gradient-constrained morphological filtering algorithm for airborne LiDAR[J]. *Optics & Laser Technology*, 2013, 54: 288-296.
- 22 Chen D, Zhang L Q, Wang Z, *et al.* A mathematical morphology-based multi-level filter of LiDAR data for generating DTMs[J]. *Science China Information Sciences*, 2013, 56(10): 1-14.
- 23 Li Y, Yong B, Wu H Y, *et al.* An improved top-hat filter with sloped brim for extracting ground points from airborne lidar point clouds[J]. *Remote Sensing*, 2014, 6(12): 12885-12908.
- 24 Li Y, Yong B, Wu H Y, *et al.* Filtering airborne lidar data by modified white top-hat transform with directional edge constraints[J]. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 2014, 80(2): 133-141.
- 25 Gu Yanchao, Fan Dongming, Yu Biao, *et al.* Filtering of airborne LiDAR point cloud data based on mathematical morphology and region growing[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2015, 35(5): 811-815.
谷延超, 范东明, 余 彪, 等. 基于形态学与区域生长的机载 LiDAR 点云数据滤波[J]. *大地测量与地球动力学*, 2015, 35(5): 811-815.
- 26 Hui Z, Hu Y, Yevenyo Y Z, *et al.* An improved morphological algorithm for filtering airborne LiDAR point cloud based on multi-level Kriging interpolation[J]. *Remote Sensing*, 2016, 8(1): 35-50.
- 27 Mongus D, Lukač N, Žalik B. Ground and building extraction from LiDAR data based on differential morphological profiles and locally fitted surfaces[J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2014, 93: 145-156.
- 28 Zhang Yibin, Sui Lichun, Qu Jia, *et al.* Fast filtering of airborne LiDAR point cloud data based on mathematical morphology[J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2009(5): 16-18.
张熠斌, 隋立春, 曲 佳, 等. 基于数学形态学算法的机载 LiDAR 点云数据快速滤波[J]. *测绘通报*, 2009(5): 16-18.
- 29 Wang Jinliang, Chen Lianjun. Review on filtering algorithm for LiDAR points cloud data[J]. *Remote Sensing Technology and Application*, 2010, 25(5): 632-638.
王金亮, 陈联君. 激光雷达点云数据的滤波算法述评[J]. *遥感技术与应用*, 2010, 25(5): 632-638.
- 30 Xu Jingbo, Xu Hanwei, Zhang Mingxi, *et al.* Research on LiDAR ground point extraction based on progressive morphological filter[J]. *Geotechnical Investigation & Surveying*, 2016(3): 51-54.
徐静波, 许捍卫, 张明希, 等. 基于渐进式形态学滤波提取 LiDAR 地面点的方法研究[J]. *工程勘察*, 2016(3): 51-54.
- 31 Zha Xuan, Wang Hui, Cheng Ting, *et al.* A morphological LiDAR points cloud filtering method based on GPGPU[J]. *Journal of Geomatics Science and Technology*, 2013, 30(1): 73-77.
阚 旋, 王 慧, 程 挺, 等. 基于 GPGPU 的数学形态学 LiDAR 点云快速滤波方法[J]. *测绘科学技术学报*, 2013, 30(1): 73-77.
- 32 Tóvári D, Pfeifer N. Segmentation based robust interpolation - a new approach to laser data filtering[C]. *Proceedings of the ISPRS Workshop on Laser Scanning*, 2005, 36: 79-84.
- 33 Frédéric B, Nesrine C. Terrain modeling from lidar range data in natural landscapes: A predictive and Bayesian framework [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2010, 48(3): 1568-1578.