

# 宽带六平台相位板星冕仪的误差分析

胡荣飞<sup>1,2</sup> 曹清<sup>1</sup> 葛亚骏<sup>1</sup> 王凯<sup>1</sup> 魏劲松<sup>2</sup>

<sup>1</sup>上海大学理学院物理系, 上海 200444

<sup>2</sup>中国科学院上海光学精密机械研究所高密度光存储技术实验室, 上海 201800

**摘要** 相位板的加工精度直接影响着相位型星冕仪成像系统的性能。推导了六平台相位板的误差公式,并分析了相位板结构的微小变化对六平台相位板星冕仪的消光性能和消色差性能的影响。数值模拟结果表明,对特定波长的单色光,相位板相位水平高度的误差和倾斜角的误差都会降低六平台相位板星冕仪的消光性能。但是相比较而言,消光能力对相位阶跃处的倾斜角的误差更为敏感。在宽带范围内,考虑消色差性能,相位水平高度误差只会使其中心波长发生偏移;而相位阶跃处倾斜角的微小误差则会极大地降低其消色差性能。

**关键词** 成像系统; 相位板; 星冕仪; 误差分析; 消色差

**中图分类号** O436;P111 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/LOP53.071102

## Error Analysis of the Wide-Band Six-Level Phase Mask Stellar Coronagraph

Hu Rongfei<sup>1,2</sup> Cao Qing<sup>1</sup> Ge Yajun<sup>1</sup> Wang Kai<sup>1</sup> Wei Jinsong<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, College of Science, Shanghai University, Shanghai 200444, China

<sup>2</sup>Laboratory of High Density Optical Information Storage, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China

**Abstract** The machining precisions of phase mask directly affect the performance of a stellar coronagraph imaging system. The error formula of six-level phase mask is derived. The influences on the extinction and the achromatic performance are analyzed when small errors of phase mask are induced. The numerical simulation results show that the errors of phase horizontal height of phase mask and tilt angle variation can reduce the extinction performance for the monochromatic light of specific wavelength. However, in comparison, the coronagraph extinction performance is more sensitive to the tilt angle errors. With in the scope of the broadband, considering the achromatism ability, the level height error can only affect its central wavelength, while the small errors of tilt angle can greatly degrade its achromatic performance.

**Key words** imaging systems; phase mask; stellar coronagraph; error analysis; achromatism

**OCIS codes** 110.6770; 100.2980; 070.6110; 350.1260; 110.2970

## 1 引言

利用星冕仪对系外行星进行直接成像,是当今国际研究的热点之一。相比于传统的间接探测技术,对行星的直接成像不但可以缩短成像时间,还可以通过分析行星光谱的信息了解行星的大气化学成分和生命迹象,有助于人们对系外生命的探索。一般情况下,行星光相比于恒星光非常微弱,在近红外和可见光波段,行星与恒星的亮度比分别约为  $10^{-7}$  和  $10^{-10}$ 。因此,如何提高行星光强和恒星光强的对比度,是系外行星直接成像所面临的最大挑战。近年来,研究者们相继提出了众多类型的星冕仪系统,用来抑制恒星光以获得高对比度的行星像<sup>[1]</sup>。例如干涉相消星冕仪<sup>[2]</sup>、光瞳切趾星冕仪<sup>[3-6]</sup>,基于李奥结构的相位板星冕仪等<sup>[7-14]</sup>。其中,基于李奥结构的相位板星冕仪,如涡旋板星冕仪<sup>[7]</sup>、四分板星冕仪<sup>[8]</sup>,因其具有超高的角分辨率,并且成

**收稿日期:** 2016-03-01; **收到修改稿日期:** 2016-03-09; **网络出版日期:** 2016-06-17

**作者简介:** 胡荣飞(1989—),男,硕士研究生,主要从事光学成像方面的研究。E-mail: hrf102002000@163.com

**导师简介:** 曹清(1967—),男,教授,博士生导师,主要从事表面等离子激元、光学成像及太赫兹波导领域方面的研究。

E-mail: qcqao@shu.edu.cn

像效果好、结构简单,得到了广泛的关注和研究。对于单一结构的相位板星冕仪,其有效工作带宽较窄,色差的存在会极大地影响行星的成像质量。而宽带六平台相位板星冕仪(SLPM)则利用自身固有的双周期结构增加了星冕仪的工作带宽<sup>[15-16]</sup>。本文将重点分析六平台相位板的相位水平高度误差和相位阶跃处倾斜角的误差对六平台相位板星冕仪的消光性能和消色差性能的影响。

## 2 宽带六平台相位板星冕仪

### 2.1 理论模型<sup>[14]</sup>

图1给出了宽带六平台相位板星冕仪的结构示意图。它主要由三个焦距为  $f$  的透镜(L1, L2, L3)、孔径光阑(AS)、相位板、李奥光阑(LS)和图像接收器组成。孔径光阑紧靠在透镜 L1 前面,相当于望远镜的入瞳。李奥光阑(LS)和透镜 L2 之间的距离为  $2f$ 。六平台相位板被放置在透镜 L1 的后焦平面上,假定相位板透射率函数只随角向改变,而与径向无关,则相位板透射率函数可表示为  $t(\theta) = \exp [i(\lambda_0/\lambda)G(\theta)]$ 。这里的  $\lambda_0$  为设计的相位板工作的中心波长,  $\lambda$  为入射恒星光波长,  $\theta$  为焦平面  $(x', y')$  极坐标系下的角向坐标,  $G(\theta)$  为相位分布函数。六平台相位板的相位分布沿角向具有双周期结构,且被分成了六个区域,其相位分布函数  $G(\theta)$  表示为

$$G(\theta) = \begin{cases} \pi, & 0 \leq \theta < \frac{\pi}{4}, & \pi \leq \theta < \frac{5\pi}{4} \\ 0, & \frac{\pi}{2} \leq \theta < \pi, & \frac{3\pi}{2} \leq \theta < 2\pi \\ -\pi, & \frac{\pi}{4} \leq \theta < \frac{\pi}{2}, & \frac{5\pi}{4} \leq \theta < \frac{3\pi}{2} \end{cases} \quad (1)$$

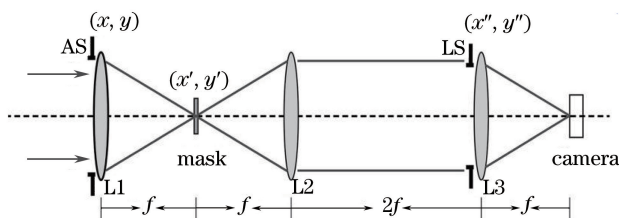


图1 星冕仪系统的结构示意图

Fig. 1 Structure diagram of the stellar coronagraph system

如图1所示,恒星光沿着系统光轴平行入射,通过六平台相位板的相位调制,在李奥光阑前形成空心状的能量分布,李奥光阑将圆孔外围的恒星光遮挡,从而极大地抑制了恒星光强。而相位板对离轴的行星光的调制作用很小,所以行星的光强得到很好地保留,最终在探测器上得到了高对比度的行星图像。实验中利用液晶的双折射性质可以制造出相位差为  $\pi$  的相位板来实现空心光束<sup>[17-18]</sup>。根据以前的工作,得知振幅为  $A_0$ , 波长为  $\lambda_0$  的正入射平行光经过图1设计的光路后,在李奥光阑后的复振幅表达式为<sup>[15]</sup>

$$U(x'', y'') = AC_0(\lambda) H_0 \left[ \frac{J_1(ar')}{ar'} \right], \quad (2)$$

式中  $H_0$  表示0阶汉克尔变换,参与汉克尔变换的函数主体为  $\frac{J_1(ar')}{ar'}$ ,  $C_0(\lambda)$  为0阶汉克尔变换前的系数,它的表达式为

$$C_0(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} t(\theta) d\theta, \quad (3)$$

由(3)式可知,系数  $C_0(\lambda)$  只与相位板的透射率函数  $t(\theta)$  有关,而与径向坐标  $r$  无关。需要强调的是,  $C_0(\lambda)$  是评价六平台相位板星冕仪消光性能的重要系数。特别地,  $|C_0(\lambda)|^2$  则直接表示系统残余能量在入射总能量中所占的比值。因此,可以寻找合适的相位板透射率函数  $t(\theta)$ , 使得  $C_0(\lambda)$  等于0, 则系统的残余能量为0, 进而达到完全消光的效果。

对于六平台相位板星冕仪,  $|C_0(\lambda)|^2$  表示为<sup>[15]</sup>

$$|C_0(\lambda)|_{\text{SLPM}}^2 = \cos^4\left(\frac{\lambda_0}{2\lambda}\pi\right). \quad (4)$$

## 2.2 误差公式推导

根据以前的工作,推导出当相位板变化区域为梯形时,  $|C_0(\lambda)|^2$  的一般表达式为<sup>[16]</sup>

$$|C_0(\lambda)|^2 = \left[ \frac{4}{\pi} \frac{\lambda}{\lambda_0} \frac{l}{c} \sin\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}c\right) - \frac{4}{\pi} l \cos\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}c\right) + \frac{2B}{\pi} \cos\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}c\right) - \frac{2B}{\pi} + 1 \right]^2, \quad (5)$$

式中的  $c$  和  $l$  分别表示相位的水平高度和相位阶跃处倾斜角的宽度,  $B$  表示梯形底边长度,图 2 为梯形相位板的相位分布示意图。

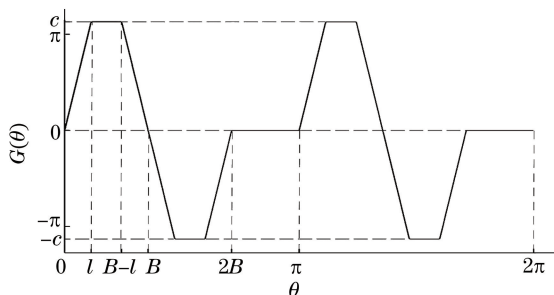


图 2 梯形相位板的相位分布示意图

Fig. 2 Phase distribution diagram of trapezoidal phase mask

图 3 为只研究相位板相位水平高度  $c$  的变化对  $|C_0(\lambda)|^2$  的影响,图中红线代表相位水平高度误差函数  $G(\theta)$  导致的变化。令  $l=0, B=n/4, c=(1+\delta)$  ( $\delta$  为相位水平高度变化的百分比)。由(5)式得到  $|C_0(\lambda)|^2$  只关于  $\delta$  的误差表达式为

$$|C_0(\lambda)|^2 = \frac{1}{4} \left[ \cos \frac{\lambda_0}{\lambda} \pi (1 + \delta) + 1 \right]^2, \quad (6)$$

不考虑色差时,即当  $\lambda = \lambda_0$  时,(6)式简化为

$$|C_0(\lambda_0)|^2 = \frac{1}{4} [1 - \cos(\pi\delta)]^2, \quad (7)$$

则  $|C_0(\lambda)|^2$  和  $|C_0(\lambda_0)|^2$  将分别用来评价六平台相位板星冕仪的消色差性能和消光性能。

图 4 为只研究倾斜角的变化(即  $l$  的变化,  $0 < l < \pi/8$ )对  $|C_0(\lambda)|^2$  的影响,图中红线代表相位阶跃处倾斜角误差函数  $G(\theta)$  导致的变化。令  $c=\pi, B=\pi/4$ ,由(5)式得到  $|C_0(\lambda)|^2$  关于  $l$  的误差表达式为

$$|C_0(\lambda)|^2 = \left[ \frac{4}{\pi} \frac{\lambda}{\lambda_0} \frac{l}{\pi} \sin\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\pi\right) - \frac{4}{\pi} l \cos\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\pi\right) + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\pi\right) + \frac{1}{2} \right]^2, \quad (8)$$

不考虑色差时,即当  $\lambda = \lambda_0$  时,(8)式简化为

$$|C_0(\lambda_0)|^2 = \frac{16l^2}{\pi^2}. \quad (9)$$

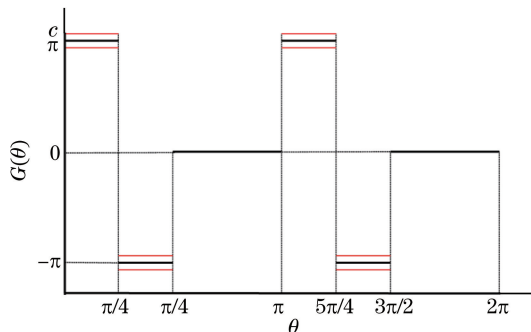


图 3 水平高度误差下相位板的相位分布

Fig. 3 Phase distribution of phase mask under level height error

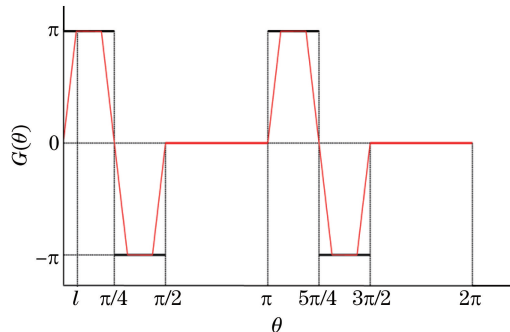


图 4 倾斜误差下相位板的相位分布

Fig. 4 Phase distribution of six-level phase mask under tilt error

### 3 误差分析

#### 3.1 相位水平高度变化的特性分析

当相位板变换区域的相位水平高度值存在一定变化时(图3),对于波长为 $\lambda_0$ 单色光,消光性能 $|C_0(\lambda_0)|^2$ 的表达式即(7)式的曲线如图5所示。从图5可以看出, $|C_0(\lambda_0)|^2$ 的值随着相位高度变化 $\delta$ 的增大而增大( $\delta$ 的取值范围为 $-0.01 < \delta < 0.01$ )。当相位高度误差为1%时,恒星光强残余能量约为 $10^{-7}$ 。对于特定波长的单色光而言,相位水平高度1%的误差对六平台相位板星冕仪的消光性能影响较小。

在宽带范围内,考虑消色差性能, $|C_0(\lambda)|^2$ 的表达式即(6)式的曲线如图6所示。图6中,实线 $\delta=0$ 表示相位高度为 $\pi$ 时的曲线,短虚线和长虚线分别表示 $\delta$ 取+1%和-1%变化时的曲线。从图6可知,相位水平高度 $c$ 的变化实际上意味着星冕仪的工作波长的偏移,在图6中表现为图像的左右平移。所以,在一定的宽带范围内,加工误差导致相位水平高度的减小意味着六平台相位板星冕仪适宜在设计波长 $\lambda_0$ 附近的长波段内工作;加工误差导致相位水平高度的增大意味着六平台相位板星冕仪适宜在设计波长 $\lambda_0$ 附近的短波段内工作。

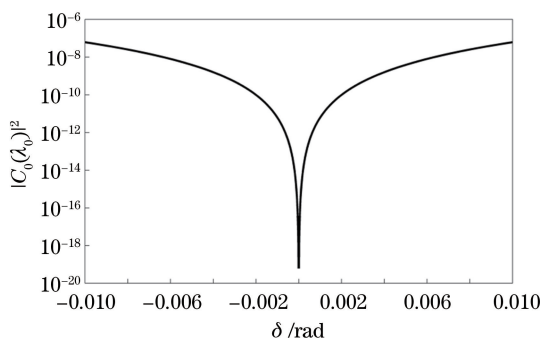


图5 波长 $\lambda=\lambda_0$ 的 $|C_0(\lambda_0)|^2$ 随位相高度误差 $\delta$ 的变化情况

Fig. 5 Values of  $|C_0(\lambda_0)|^2$  changes with the height error for designed wavelength  $\lambda_0$

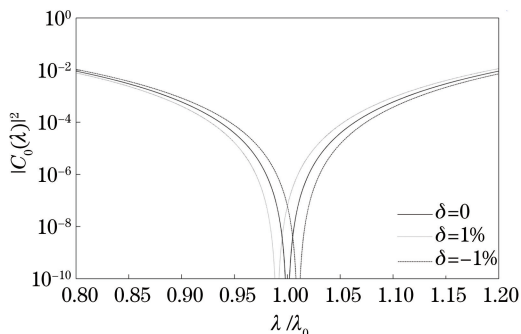


图6 相位高度误差下六平台相位板星冕仪 $|C_0(\lambda)|^2$ 随波长 $\lambda$ 的变化

Fig. 6 Values of  $|C_0(\lambda)|^2$  changes with the wavelength  $\lambda$  under the level height error

#### 3.2 倾斜角变化的特性分析

对于相位阶跃型的相位板,在实际加工过程中,相位阶跃处可能并非是严格的直角,通常情况下存在一定角度的倾斜。对于六平台相位板,假设存在一定的倾斜误差(图4)。对于波长为 $\lambda_0$ 的单色光,倾斜误差对消光性能的影响的表达式即(9)式的曲线如图7所示。对于波长为 $\lambda_0$ 的单色光, $|C_0(\lambda_0)|^2$ 的值随着倾斜角度的增大而迅速增大。当相位阶跃处倾斜角由垂直改变1%(即 $l=0.05$ )时, $|C_0(\lambda_0)|^2$ 的值便达到 $10^{-3}$ 以上。相比于1%的相位水平高度误差,消光性能降低了4个数量级。可见,相位阶跃处的倾斜误差对六平台相位板星冕仪的消光性能影响较大。

在宽带范围内,考虑倾斜角误差对六平台相位板星冕仪消色差性能的影响, $|C_0(\lambda)|^2$ 的表达式即(8)式的曲线如图8所示。图8中实线表示理想情况下六平台相位板的消光曲线,虚线表示倾斜角变化1%时的曲线。当倾斜误差达到1%时, $|C_0(\lambda)|^2$ 的值在整个波段内保持在 $10^{-2}$ 以上,消光性能达不到实际应用的要求。所以,加工过程中必须将倾斜角误差控制在1%以下。

#### 3.3 理想情况下的光强模拟

图9为理想情况下(不考虑色差、大气扰动造成的波前畸变等),模拟一束单色平行光平行于光轴入射,在探测器上的光强能量分布图。图9中从上往下依次为蓝色曲线表示焦平面不放置相位板的圆孔衍射的爱里斑图样,青色曲线、红色曲线、绿色曲线分别表示焦平面放置倾斜角误差(1%)的相位板、水平高度误差(1%)的相位板和理想的六平台相位板时,探测器上的能量分布图。理想六平台相位板的消光性能在 $10^{-8}$ 以上,靠近中心区域能量接近0,消光性能和理论分析一致;1%相位高度误差的相位板的消光性能在 $10^{-7}$ 以上,消光性能略有减弱。但是1%倾斜角误差的相位板在第一极小内消光性能在 $10^{-5}$ 以下,消光性能比理想的六平台相位板降低了3个数量级。可见,在实际加工过程中,要注意控制好误差的范围,相比之下,应更加注重控制倾斜角误差,并且保证倾斜角误差在1%以下。

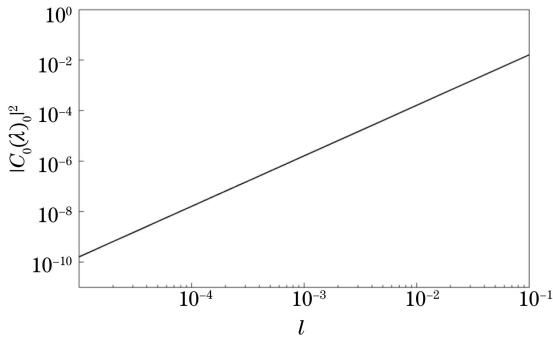


图7 波长  $\lambda = \lambda_0$  时的单色光的  $|C_0(\lambda_0)|^2$  随倾斜误差  $\delta$  的变化情况

Fig. 7 Values of  $|C_0(\lambda_0)|^2$  changes with the tilt error, for designed monochromatic light when wavelength  $\lambda_0$

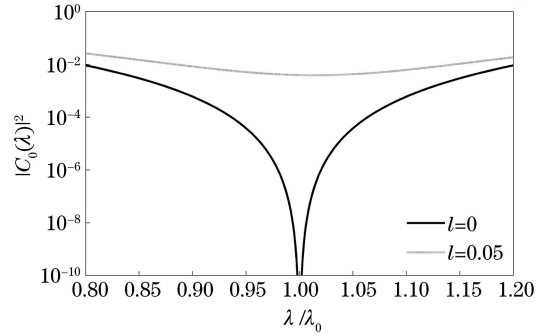


图8 倾斜误差下六平台相位板星冕仪  $|C_0(\lambda_0)|^2$  随波长  $\lambda$  的变化情况

Fig. 8 Values of  $|C_0(\lambda_0)|^2$  changes with the wavelength  $\lambda$  of six-level phase mask coronagraph with the tilt error

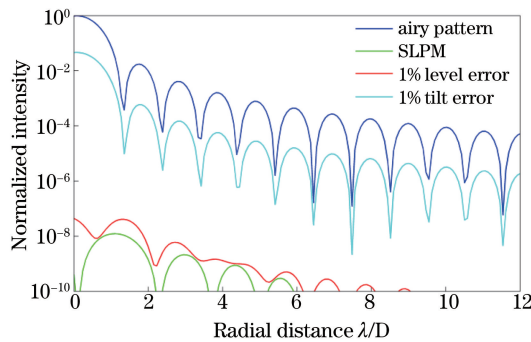


图9 理论上 LS 后焦平面的光强分布

Fig. 9 Intensity distribution of the focal plane after the LS in theoretical

## 4 结 论

在六平台相位板星冕仪的理论基础上,推导出了相位平台高度误差和相位阶跃处倾斜角误差对其消光性能和消色差性能的影响。结果表明:1)对特定波长的单色光,相位平台高度的误差和倾斜角的误差都会降低六平台相位板星冕仪的消光性能。但是相比较而言,六平台相位板星冕仪对相位板的倾斜误差更为敏感。2)在宽带范围内,考虑消色差性能,相位水平高度的误差只会使星冕仪的工作波长发生偏移;倾斜角的微小变化则会极大地降低六平台相位板星冕仪的消色差性能。所以,在实际加工六平台相位板时,要注意控制好这两种误差,尤其是相位阶跃处的倾斜误差。

## 参 考 文 献

- 1 Guyon O, Pluzhnik E A, Kuchner M J, *et al.*. Theoretical limits on extrasolar terrestrial planet detection with coronagraphs [J]. *The Astrophys Journal Supplement Series*, 2006, 167(1): 81-99.
- 2 Baudoz P, Rabbia Y, Gay J. Achromatic interfero coronagraphy I. Theoretical capabilities for ground-based observations [J]. *Astronomy Astrophysics Supplement Series*, 2000, 141(2): 319-329.
- 3 Yang W, Kostinski A B. One-sided achromatic phase apodization for imaging of extrasolar planets [J]. *Astrophys J*, 2004, 605(2): 892-901.
- 4 Ren D, Zhu Y. A coronagraph based on steep-transmission filters [J]. *Publications of the Astronomical Society Pacific*, 2007, 119(859): 1063-1068.
- 5 Ren D, Dou J, Zhu Y. A transmission-filter coronagraph: Design and test [J]. *Publications of the Astronomical Society Pacific*, 2010, 122(891): 590-594.
- 6 Liu C, Ren D, Dou J, *et al.*. A high-contrast coronagraph for direct imaging of earth-like exoplanets: Design and test

- [J]. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2015, 15(3): 453-460.
- 7 Foo G, Palacios D M, Swartzlander G A. Optical vortex coronagraph[J]. *Opt Lett*, 2005, 30(24): 3308-3310.
- 8 Rouan D, Riaud P, Boccaletti A, *et al.*. The four-quadrant phase-mask coronagraph. I. Principle[J]. *Publications of the Astronomical Society Pacific*, 2000, 112(777): 1479-1486.
- 9 Mawet D, Serabyn E, Liewer K, *et al.*. Optical vectorial vortex coronagraphs using liquid crystal polymers: Theory, manufacturing and laboratory demonstration[J]. *Opt Express*, 2009, 17(3): 1902-1918.
- 10 Swartzlander G A, Ford E L, Abdul-Malik R S, *et al.*. Astronomical demonstration of an optical vortex coronagraph[J]. *Opt Express*, 2008, 16(14): 10200-10207.
- 11 Boccaletti A, Riaud P, Baudoz P, *et al.*. The four-quadrant phase mask coronagraph. IV. First light at the very large telescope[J]. *Publications of the Astronomical Society Pacific*, 2004, 116(825): 1061-1071.
- 12 Serabyn E, Mawet D, Burruss R. An image of an exoplanet separated by two diffraction beamwidths from a star[J]. *Nature*, 2010, 464(7291): 1018-1020.
- 13 Rouan D, Baudrand J, Boccaletti A, *et al.*. The four quadrant phase mask coronagraph and its avatars[J]. *C R Physique*, 2007, 8(3-4): 298-311.
- 14 Ma O, Cao Q, Hou F. Wide-band coronagraph with sinusoidal phase in the angular direction[J]. *Opt Express*, 2012, 20(10): 10933-10943.
- 15 Hou F, Cao Q, Zhu M, *et al.*. Wide-band six-region phase mask coronagraph[J]. *Opt Express*, 2014, 22(2): 1884-1895.
- 16 Cao Z, Cao Q, Ge Y, *et al.*. Trapezoidal phase mask coronagraph[J]. *Chin Opt Lett*, 2015, 13(2): 021101.
- 17 Shi Jianzhen, Xu Shuwu, Ji Xianming, *et al.*. Generation of the tunable rectangular hollow beams by using wave plates[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(9): 0926001.  
施建珍, 徐淑武, 纪宪明, 等, 用波晶片产生可调矩形空心光束[J]. *光学学报*, 2015, 35(9): 0926001.
- 18 Chen Guojun, Zhou Qiaoqiao, Ji Xianming, *et al.*. Study on high numerical-aperture-focused characteristics of vector beam produced by phase plate[J]. *Acta Optical Sinica*, 2014, 34(12): 1226001.  
陈国钧, 周巧巧, 纪宪明, 等, 相位板产生矢量光束的高数值孔径聚焦特性研究[J]. *光学学报*, 2014, 34(12): 1226001.