

# 近海面准直高斯光束光斑扩展模型的实验研究

王红星 宋博\* 刘敏 吴晓军

海军航空工程学院电子信息工程系山东省信号与信息处理重点实验室 山东 烟台 264001

**摘要** 利用大气光束动态测试仪对近海面的光斑扩展进行实验测量,将海洋环境大气折射率起伏功率谱与传统 Kolmogorov 大气折射率起伏功率谱下的光斑扩展模型进行对比分析。结果表明,实测光斑扩展起伏幅度比海洋谱和 Kolmogorov 谱的光斑扩展起伏幅度大,而海洋谱下的光斑扩展理论计算值在使用了实测的内尺度数据后起伏幅度很小;随着大气折射率结构常数的增加,大气海洋谱光斑扩展模型较 Kolmogorov 谱光斑扩展模型更接近实测值;当链路距离为 1 km 时,海洋谱光斑扩展的理论计算值与实测值的差值为 0.1~1.5 cm,当链路距离为 2 km 时,差值为 0.1~1.8 km,相对误差均在 0.1%~11.4%之间。

**关键词** 大气光学; 近海面; 大气湍流; 光斑扩展; 准直高斯光束; 大气折射率起伏功率谱

**中图分类号** TN929.12 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/LOP53.070105

## Experimental Study of Beam Spreading Model of Collimated Gaussian Beam near the Sea Surface Environment

Wang Hongxing Song Bo Liu Min Wu Xiaojun

Key Laboratory of Shandong Province on Signal and Information Processing, Department of Electronic Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai, Shandong 264001, China

**Abstract** Beam spreading near the sea surface environment is measured in the experiment by dynamically-tested atmospheric beam system. Comparative analyses are then conducted between the experimental data and the theoretical value of both the marine power spectrum and the traditional Kolmogorov power spectrum. Results show that the measured amplitude fluctuation of beam spreading is larger than those of the marine power spectrum and Kolmogorov power spectrum, and the theoretical value of beam spreading for marine power spectrum is small when the measured inner scale is used to calculate. The beam spreading model for the marine power spectrum is closer to the experimental data than that for the Kolmogorov power spectrum with the increase of the refractive index structure constant of atmosphere. The difference between the theoretical value of the marine power spectrum and the experimental data is about 0.1~1.5 cm at 1 km link distance and 0.1~1.8 km at 2 km link distance. Both the relative errors are within 0.1%~11.4%.

**Key words** atmospheric optics; sea surface environment; atmospheric turbulence; beam spreading; collimated Gaussian beam; fluctuation power spectrum of the atmospheric refractive index

**OCIS codes** 010.1300; 010.1330; 010.3310

## 1 引言

当激光束在大气湍流中传播时,尺寸小于光束半径的湍流会产生衍射效应,从而造成光束的发散,最终导致接收平面上的光斑扩展<sup>[1]</sup>。光斑扩展会使接收端光束质量变差、接收光功率降低、接收端跟踪不精确,严重时会导致传输中断,进而严重影响激光雷达、无线激光通信设备和光学跟踪系统的性能<sup>[2-4]</sup>。因此,准确

收稿日期: 2016-03-17; 收到修改稿日期: 2016-03-25; 网络出版日期: 2016-06-28

基金项目: 山东省“泰山学者”建设工程专项经费(ts20081330)、山东省自然科学基金(ZR2013FQ010)

作者简介: 王红星(1962—),男,博士,教授,博士生导师,主要从事光通信技术、现代通信新技术等方面的研究。

E-mail: buaawhx@163.cn

\* 通信联系人。E-mail: 330487101@qq.com

评估光束在大气湍流中的扩展特性,对于光学系统的合理设计十分关键。

目前,国内外关于光斑扩展的研究主要集中于光斑扩展的理论计算及实验测量这两个方面。在理论方面,2005年,Andrews等<sup>[1]</sup>通过理论推导平均光强得到了光斑扩展的理论表达式,其表达式与选用的大气折射率起伏功率谱有关,在考虑了大气湍流的内尺度与外尺度后,给出了陆地环境全湍流条件下的光斑扩展表达式;2008年,Grayshan等<sup>[5]</sup>针对海洋大气折射率起伏功率谱特有的特性,提出了一种符合海上环境的大气折射率起伏功率谱;2010年,Toselli等<sup>[6]</sup>在上述海洋大气折射率起伏功率谱基础上,推导出了海洋环境下的光斑扩展表达式。在实验方面,1998年,饶瑞中等<sup>[7]</sup>通过数值迭代方法有效地确定了 CCD 成像技术中背景信号的大小,可以准确地测量光斑的有效半径,最终通过实验测量得到光斑扩展的大小;2001年,胡渝等<sup>[8]</sup>搭建了利用 CCD 相机拍摄测量光斑扩展的实验系统,对光斑扩展现象进行了实验观测;2005年,Andrews等<sup>[9]</sup>在肯尼迪航天中心的航天飞机着陆场进行了光束漂移与光斑半径扩展的实验测量,并与 Kolmogorov 谱下的光斑扩展理论模型进行了简单的对比;2011年3月娄岩等<sup>[10]</sup>在长春理工大学搭建了光强起伏和光斑面积的实验分析平台,其传输下垫面环境为城市建筑群,发射端采用波长为 808 nm、功率为 20 W 的大功率半导体激光器,接收端采用 CCD 相机(分辨率为 640 pixel×480 pixel,像元尺寸为 7.6 μm,帧频为 50 Hz)和焦距为 2500 mm 的卡塞格林望远系统(有两种口径,分别为 200 mm 和 50 mm),但该系统由于接收望远镜口径的限制,无法得到整个光斑变化的图像,无法有效估计光斑扩展的变化规律及其统计特性。

通过上述分析可以看出,现有的光斑扩展理论虽然基于一定的实验数据,但是能否反映光斑扩展的实际变化情况并不确定。为了更好地掌握近海面光斑扩展变化情况,本文在近海面地区进行光斑扩展测试实验,然后在实验数据的基础上对比分析理论模型与实测数据的变化情况,并对误差进行评估。

## 2 测量设备与原理

### 2.1 测量设备与链路设置

测试地点为烟台地区近海面,如图 1 所示。选择两条链路在不同时间段进行测试,距离分别为 2.12 km 和 1.21 km,时间段分别为白天 10:00—17:00 和晚上 19:00—22:00。

实验设备主要有光束动态测试仪、BLS450 闪烁仪和便携式六要素气象站等。其中光束动态测试仪发射端的设备包括导向光与信号光的激光发射器,导向光为可见光,波长为 532 nm,信号光为准直高斯光束,波长为 830 nm,光束发散角为 0.1 mrad;接收端的设备包括红外 CCD 摄像机(像素数为 659×494,像素大小为 5.6 μm×5.6 μm,帧频为 1~119 Hz)、1 m×1 m 的漫反射屏幕和拍摄暗箱(用全顺汽车改造而成)。

实验过程如图 1 所示,发射端发射导向光,在接收端找到导向光后将其引导至屏幕中心,关闭导向光,开启信号光,用红外 CCD 摄像机对光束动态变化进行记录,测试不同天气、不同时刻的光束漂移方差和光斑扩展半径等参数。为了减小背景光的影响,每次测试数据之前会采集当时时刻的背景光数据,同时在距离光斑设备 3 m 之内的地方架设闪烁仪和气象站,分别测量大气折射率结构常数和温度、相对湿度的变化。

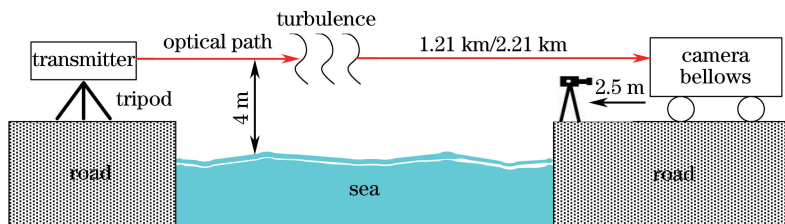


图 1 近海面光斑扩展测试链路示意图

Fig. 1 Schematic of the experimental optical path for measuring beam spreading near the sea surface environment

### 2.2 测量原理

由于太阳光的影响,实验时 CCD 摄像机采集的未经处理的光斑动态变化视频中会存在可以看作噪声的背景光,对每帧图像进行背景光处理是十分必要的,同时云层遮住太阳等偶然因素也会导致背景光变化,在进行每组光斑动态变化测试时需要进行背景光的采集。背景光具体处理步骤如下:

1) 在采集光斑动态变化之前,关闭发射端,采集漫反射板上的背景光作为参考,处理光斑动态变化时将

背景光强光数据扣除;

2) 处理背景光之后,将视频每帧边缘背景异常的部分裁剪掉;

3) 对每帧图像进行滤波处理,将光斑范围之外的视频剪辑后对光斑变化进行分析。

目前有关光斑扩展的测量方法有很多,主要有二阶矩法、刀口法、套桶法及  $1/e$  和  $1/e^2$  等<sup>[11-13]</sup>,这些方法都可以准确测量光斑扩展,本文主要采用二阶矩方法。设在光轴方向某一位置  $z$  处,有测量得到的光束截面功率密度分布为  $I(x, y, z)$ ,则其光束分布的质心坐标  $\bar{x}$  和  $\bar{y}$  的计算公式为<sup>[11]</sup>

$$\bar{x} = \frac{\iint x I(x, y) dx dy}{\iint I(x, y) dx dy}, \quad (1)$$

$$\bar{y} = \frac{\iint y I(x, y) dx dy}{\iint I(x, y) dx dy}。 \quad (2)$$

$x$  和  $y$  方向的光束半径  $W_{LT,x}$  和  $W_{LT,y}$  由功率密度分布  $I(x, y, z)$  的二阶矩给出,其计算方法为<sup>[11]</sup>

$$W_{LT,x} = \sqrt{\frac{4 \iint (x - \bar{x})^2 I_{mn}(x, y) dx dy}{\iint I_{mn}(x, y) dx dy}}, \quad (3)$$

$$W_{LT,y} = \sqrt{\frac{4 \iint (y - \bar{y})^2 I_{mn}(x, y) dx dy}{\iint I_{mn}(x, y) dx dy}}。 \quad (4)$$

### 3 光斑扩展模型理论分析

实测中受到大气湍流和大气衰减变化的影响,光斑扩展的实测值与理论计算值存在差异,本节针对近海面光斑扩展实测值与理论计算值进行研究分析。

光束扩展分为短期光束扩展和长期光束扩展<sup>[14]</sup>。若用非常短的时间拍摄光束斑纹的像,将会观察到由小湍流导致的半径为  $W_{ST}$  的展宽光束斑点和由大尺度湍流导致束心偏离平均位置的离轴半径  $\rho_c$ ,其中  $W_{ST}$  称为短期光束扩展半径,如图 2(a) 所示。在量级为  $\Delta t$  的时间间隔内,大尺度湍流将导致光束产生偏向在某方向的折射效应,这样在大于  $\Delta t$  的时间内光束将在不同方向上产生多次随机偏折的结果,若以大于  $\Delta t$  的曝光时间照一张光斑的相片,可得到均方半径为  $\langle W_{LT}^2 \rangle$  的扩展斑点,这个  $W_{LT}$  叫做长期光束扩展半径,如图 2(b) 所示。

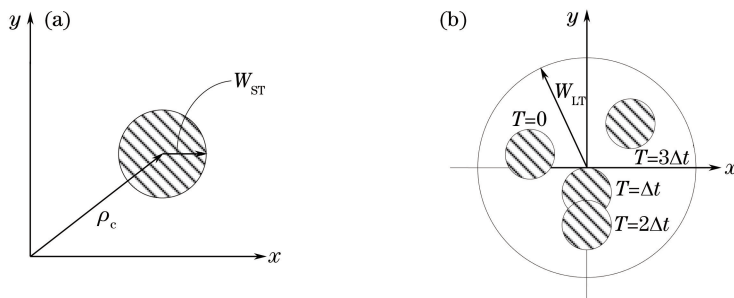


图 2 光斑扩展示意图

Fig. 2 Schematic of beam spreading

长期光束扩展半径的高斯解析形式为<sup>[1]</sup>

$$W_{LT} = W \sqrt{1 + T}, \quad (5)$$

式中,

$$T = 4\pi^2 k^2 L \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi(\kappa) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta L \kappa^2 \xi^2}{\kappa}\right) \right] d\kappa d\xi, \quad (6)$$

其中  $L$  为传输距离,  $k = 2\pi/\lambda$  是光波波数,  $\lambda$  是波长,  $\Phi(\kappa)$  为大气折射率起伏功率谱,  $\kappa$  为空间波数,  $\Delta = \frac{2L}{kW^2}$ , 对于准直高斯光束,  $W = W_0 \sqrt{1 + (2L/kW_0^2)^2}$  是接收端自由空间中的光束半径,  $W_0$  为发射端的光束束腰半径。

当采用传统的 Kolmogorov 谱时, 忽略了大气湍流的内尺度和外尺度 ( $l_0 = 0, L_0 = \infty$ ),  $\Phi(\kappa) = 0.033C_n^2 \kappa^{-11/3}$ , 可以得到长期光斑扩展的表达式为

$$W_{LT} = W \sqrt{1 + 1.33\sigma_R^2 \Lambda^{5/6}}, \quad (7)$$

式中  $\sigma_R^2 = 1.23C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}$  是 Rytov 方差,  $W = W_0 \sqrt{1 + (2L/kW_0^2)^2}$  是接收端的光束半径, 其中  $C_n^2$  是大气折射率结构常数。

Kolmogorov 谱具有较为简单的形式, 被广泛应用于理论推导与计算, 但是使用该谱模型需要忽略大气湍流中内尺度与外尺度的影响。针对海上环境具有的“bump”的特点, Grayshan 等<sup>[15]</sup>于 2008 年提出一种适用于海上环境的大气折射率起伏功率谱, 其谱模型为

$$\Phi(\kappa) = 0.033C_n^2 \left[ 1 - 0.061\kappa/\kappa_H + 2.836 (\kappa/\kappa_H)^{7/6} \right] \frac{\exp(-\kappa^2/\kappa_H^2)}{(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{11/6}}, \quad (8)$$

式中  $\kappa_H$  为空间外尺度数,  $\kappa_0$  为空间内尺度数。图 3 给出了用 Kolmogorov 谱模型对 Tatarskii 谱、von Karman 谱、Andrews 修正谱以及海上谱进行归一化处理随  $\kappa l_0$  的变化曲线。

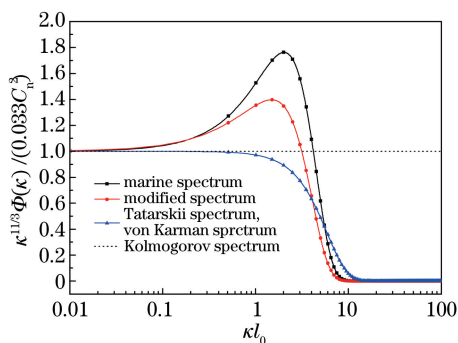


图 3 经 Kolmogorov 谱模型归一化后海上谱和其他谱随  $\kappa l_0$  的变化曲线

Fig. 3 Marine refractive index power spectrum and the other spectra as function of  $\kappa l_0$  scaled by the Kolmogorov spectrum

从图 3 可以看出, 与 Kolmogorov 谱模型相比, 海上谱能够很好地描述高波数区(在  $\kappa l_0 \sim 1$  附近)出现的“突起”现象, 并且海上谱模型比陆地谱的突起特征更为明显, 这可以有效地表现出海上环境大气湍流的特点<sup>[16]</sup>。

将(8)式代入(6)式中可以得到

$$T = 2\pi^2 \cdot 0.033 \cdot C_n^2 k^2 L \kappa_H^{-5/3} \times \left\{ \Gamma\left(-\frac{5}{6}\right) \cdot \left[ 1 - {}_2F_1\left(-\frac{5}{6}, \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\Delta Q_H\right) \right] - 0.061 \Gamma\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left[ 1 - {}_2F_1\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\Delta Q_H\right) \right] + 2.836 \Gamma\left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left[ 1 - {}_2F_1\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\Delta Q_H\right) \right] \right\}, \quad (9)$$

式中  $\kappa_H = 3.41/l_0$ ,  ${}_2F_1(a, b; c; x)$  为超几何函数,  $\Gamma(\cdot)$  为 gamma 函数,  $\Delta = 2L/kW^2$ ,  $Q_H = L\kappa_H^2/k$ 。

图 4(a)、(b)分别为 2015 年 6 月 9 日和 15 日采用 Kolmogorov 谱和海洋谱模型所计算的光斑扩展随大气折射率结构常数变化的曲线, 其中海洋谱中的大气折射率结构常数和内尺度参数是由闪烁仪测量得到的。2015 年 6 月 9 日的内尺度变化范围为 4.0~7.3 mm, 链路距离为 1.21 km; 2015 年 6 月 15 日的内尺度的变化范围为 3.7~6.5 mm, 链路距离为 2.12 km。从图中可以看出, 两种谱条件下光斑扩展的理论值相差为 0.05~0.1 cm; 由于内尺度的差异, 海洋谱条件下光斑扩展在大气折射率结构常数相差较小时会出现 0.005 cm 左右的波动。

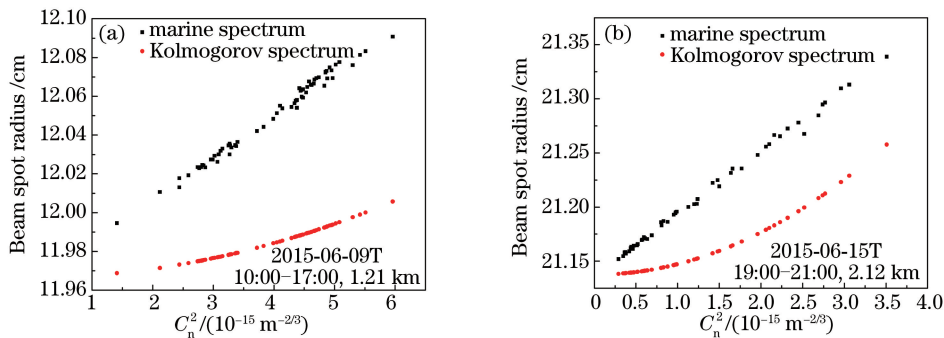


图4 Kolmogorov谱与海洋谱比较

Fig. 4 Comparison between Kolmogorov spectra and marine spectra

## 4 测量结果与分析

为了对比海洋谱下的光斑扩展与实测数据的差别,于2015年5月31日、6月9日、6月30日和6月15日进行了4次光斑扩展的测量,测试帧频为100 Hz,持续时间为30 s。表1给出了4次实验的天气条件,其中6月9日和6月30日测试时间为白天,5月31日和6月15日的测试时间为夜间。6月15日测试链路距离为2.12 km,其余的测试链路距离均为1.21 km。可以看出,4次实验时的温度和相对湿度的变化幅度相对较小,大气折射率结构常数都处在弱湍流的范围之内。6月30日具有较大的海雾,能见度在500 m~1 km间变化,但由于实验条件限制没有获得即时能见度数据,从表中也可以看出当日的相对湿度达到了100%。6月15日夜间为晴天,但是相对湿度也达到了100%。

表1 实验期间大气参数一览表

Table 1 Atmospheric parameter of experimental data

	31 <sup>th</sup> , May	9 <sup>th</sup> , June	30 <sup>th</sup> , June	15 <sup>th</sup> , June
Temperature / °C	23.7~25.3	12.6~13.8	17.1~18.5	19.5~20.3
Relative humidity / %	38.5~42	75.8~81.8	100~100	99.8~100
Wind speed / (m/s)	0~3.4	0.3~3.5	1.2~3.5	0.5~1.8
$C_n^2 / (\times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3})$	8.1~13.9	0.14~2.6	1.46~6.7	0.3~3.5

图5中的(a)~(d)分别给出了4次实验测量数据与理论计算值的对比结果。图5(a)、(b)两图实验时间均为日间时段,且测试链路距离均为1.21 km,大气折射率结构常数处在同一数量级,从图中可以看出,实测光斑数据整体起伏幅度较大,而理论光斑扩展模型的计算值起伏幅度较小。6月9日光斑扩展的变化范围为12~13.6 cm;6月30日光斑扩展范围为10.9~11.8 cm,实测值比理论计算值小,是几次实验中仅有的一次,这可能是由于天气能见度较低对光束造成了较大的衰减,在接收端接收的光斑尺度有所减小,但这仍可以反映出能见度较低时,光束经过大气衰减后的光斑扩展的实际变化情况。虽然能见度低造成6月30日的光斑扩展的数值不准确,但也可以看出在日间时段随着大气折射率结构常数的增大,光斑扩展的整体趋势是在变大。图5(c)、(d)两图的实验时间均为夜间时段,5月31日光斑扩展的变化范围为12.3~12.7 cm,6月15日光斑扩展的变化范围为21~23 cm,从两图中可以明显地看出,夜间随着大气折射率结构常数的增大,光斑扩展并没有明显的增大趋势。造成该现象的原因可能是夜间相对湿度对光斑扩展的影响较大,导致光斑扩展的变化并没有随大气折射率结构常数的增大而变大。

从图5的实验结果可以看出,在日间时段,随着大气折射率结构常数的增大光斑扩展的整体趋势呈现变大的趋势,这与理论仿真结果是一致的,而局部光斑扩展是随机起伏的,这可能是由于大气中的温度、相对湿度、风速等气象参数以及内尺度、外尺度等大气湍流参数、仪器震动等随机变化造成的。由于内尺度的随机变化,图4中采用海洋谱的光斑扩展理论仿真曲线也出现了局部的随机起伏,这个结果可以很好地解释上述光斑扩展局部随机起伏的问题。而传统的Kolmogorov谱只考虑了大气折射率结构常数的影响,无法体现光斑扩展随机起伏的现象,但是从图中可以看出,Kolmogorov谱和海洋谱的光斑扩展理论计算值的差别在1 cm之内,在图5(a)、(b)、(d)中实测光斑扩展变化范围较大时,两种理论模型差别并不明显,而图5(c)中

实测数据变化范围较小时,海洋谱条件下的光斑扩展模型明显更接近于实测值。

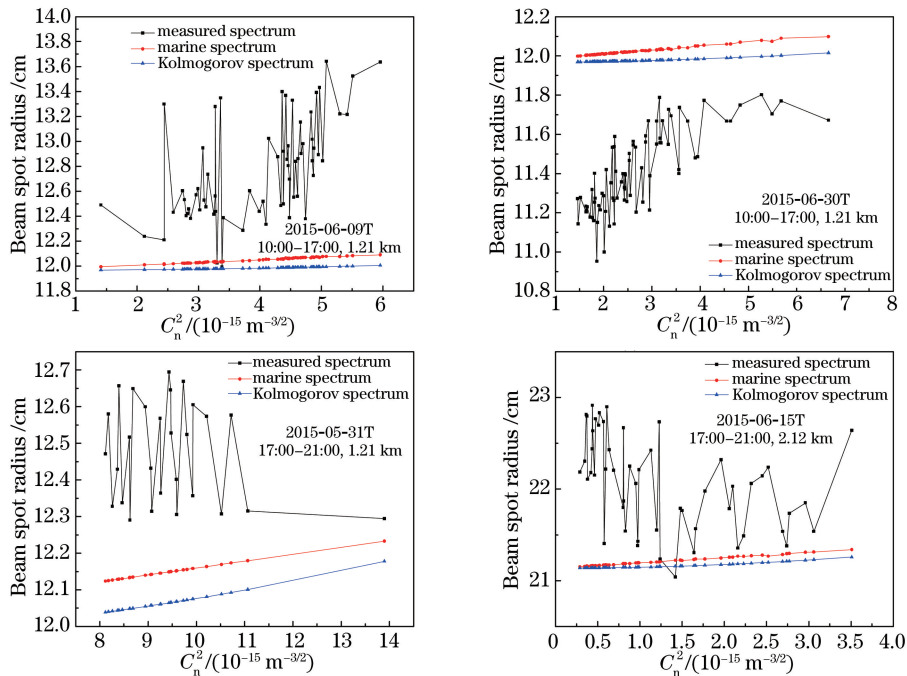


图5 光斑扩展理论计算值与实测数据对比

Fig. 5 Comparison between theoretical value and experimental data

## 5 结 论

针对近海环境的特殊性,依托光斑扩展测试系统,在近海面对光斑扩展的动态变化进行了昼夜间的测量,与两种大气折射率起伏功率谱下的光斑扩展理论模型间的差别进行了对比。结果表明,考虑了大气湍流内尺度之后的海洋谱光斑扩展模型较之 Kolmogorov 谱下的光斑扩展模型可以更为准确地反映光斑扩展的实际变化情况,但是与实测光斑扩展的差值仍在 1 cm 左右,由于受到仪器震动和大气气象参数的影响,实测光斑扩展的波动幅度比理论计算值要大,其中海洋谱光斑扩展模型与光斑扩展实测值之间的误差最大为 11.4%,最小为 0.06%;Kolmogorov 谱光斑扩展模型的相对误差最大为 13.6%,最小为 0.3%。

## 参 考 文 献

- Andrews L C, Phillips R L. Laser beam propagation through random media[M]. Bellingham: SPIE Press, 2005.
- Federico D, Rubio J A, Alejandro R, *et al.*. Scintillation and beam-wander analysis in an optical ground station-satellite uplink[J]. Applied Optics, 2004, 43(19): 3866-3873.
- Jing M, Jiang Y J, Tan L Y, *et al.*. Influence of beam wander on bit-error rate in a ground-to-satellite laser uplink communication system[J]. Optics Letters, 2008, 33(22): 2611-2613.
- Feng Xinxing, Zhang Liyan, Ye Nan, *et al.*. Fast algorithms on center location of two dimensional Gaussian distribution spot[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(5): 0512002.  
冯新星, 张丽艳, 叶 南, 等. 二维高斯分布光斑中心快速提取算法研究[J]. 光学学报, 2012, 32(5): 0512002.
- Grayshan K J, Vetelino F S, Young C Y. A marine atmospheric spectrum for laser propagation[J]. Waves in Random and Complex Media, 2008, 18(1): 173-184.
- Toselli I, Agrawal B, Sergio R. Gaussian beam propagation in maritime atmospheric turbulence: Long term beam spread and beam wander analysis[C]. SPIE, 2010, 7814: 78140R.
- Rao Ruizhong, Wang Shipeng, Liu Xiaochun. Atmospheric-turbulence-degraded light intensity images: Size measurement and description of deformation characteristics[J]. Acta Optica Sinica, 1998, 18(4): 451-456.  
饶瑞中, 王世鹏, 刘晓春. 被湍流大气退化的激光光斑: 尺度测量与形变特征描述[J]. 光学学报, 1998, 18(4): 451-

- 456.
- 8 Hu Yu, Xu Changwu. The realtime two-dimensional testing system for the far laser beam through atmosphere[J]. *Laser & Infrared*, 2001, 31(6): 330-331.  
胡 渝, 许昌武. 激光通过大气随机信道远场二维强度分布实时测试系统[J]. *激光与红外*, 2001, 31(6): 330-331.
- 9 Andrews L C, Phillips R L, Sasiela R J, *et al.*. Beam wander effects on the scintillation index of a focused beam[C]. *SPIE*, 2005, 5793: 28-37.
- 10 Lou Yan, Jiang Huilin, Chen Chunyi, *et al.*. Analysis of experimental data of the scintillation fluctuation and spot area in atmosphere laser communication[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(3): 515-519.  
娄 岩, 姜会林, 陈纯毅, 等. 激光大气湍流传输光强起伏及光斑面积实验分析[J]. *红外与激光工程*, 2011, 40(3): 515-519.
- 11 Ji Xiao, Yang Hongru, Liu Guorong. Study on measurement method of laser beam quality parameter [J]. *Journal of Applied Optics*, 2006, 27(suppl): 51-54.  
吉 晓, 杨鸿儒, 刘国荣. 激光光束质量参数测量方法的研究[J]. *应用光学*, 2006, 27(增刊): 51-54.
- 12 Yang Yaoquan, Shi Ren, Yu Xining, *et al.*. An algorithm to raise the locating precision of laser spot center basec on Hough transform[J]. *Acta Optica Sinica*, 1999, 19(12): 1655-1660.  
杨耀权, 施 仁, 于希宁, 等. 用 Hough 变换提高激光光斑中心定位精度的算法[J]. *光学学报*, 1999, 19(12): 1655-1660.
- 13 Li Rongwang, Chang Xiang, Xiong Yaoheng. Numerical simulation of wander of ranging laser beam [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(11): 1101001.  
李荣旺, 常 翔, 熊耀恒. 测距光束光斑漂移的数值仿真[J]. *光学学报*, 2011, 31(11): 1101001.
- 14 张逸新. *光波在大气中的传输与成像*[M]. 北京: 国防工业出版社, 1997: 110-123.
- 15 Grayshan K J, Vetelino F S, Young C Y. A marine atmospheric spectrum for laser protagation[J]. *Waves in Random and Complex Media*, 2008, 18(1): 173-184.
- 16 Hill R J. Spectra of fluctuations in refractivity, temperature, humidity, and the temperature humidity cosspectrum in the inertial and dissipation ranges[J]. *Radio Science*, 1978, 13(6): 953-961.