

折射率非均匀性对激光陀螺背向散射的影响分析

蒋军彪¹ 马家君^{2*} 刘建宁³

¹西安现代控制技术研究所, 陕西 西安 710065

²西安工业大学陕西省薄膜技术与光学检测重点实验室, 陕西 西安 710032

³西安理工大学机械与精密仪器工程学院, 陕西 西安 710048

摘要 根据反射镜式激光陀螺和全反射棱镜式激光陀螺的结构特性,研究了两种激光陀螺的背向散射特性。理论分析了折射率非均匀性与背向散射的函数关系;根据反射镜式激光陀螺多层高反射膜结构和全反射棱镜式激光陀螺棱镜的全反射特性,分别推导了两种激光陀螺的背向散射系数计算方法和公式,并通过数值仿真与实验结果比较验证了该方法的正确性。研究表明影响激光陀螺锁区的主要因素是非均匀损耗,次要因素是折射率的非均匀性。

关键词 激光光学; 激光陀螺; 背向散射; 折射率

中图分类号 TN248 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP53.061402

Effect of Refractive Index Inhomogeneity on Backscattering of Laser Gyros

Jiang Junbiao¹ Ma Jiajun² Liu Jianning³

¹Xi'an Modern Control Technology Research Institute, Xi'an, Shaanxi 710065, China

²Shaanxi Provincial Key Laboratory for Thin Film Techniques and Optical Test,

Xi'an Technological University, Xi'an, Shaanxi 710032, China

³School of Mechanical and Instrumental Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710048, China

Abstract Backscattering characteristics of mirror laser gyros and total reflection prism laser gyros are studied based on their structure features. The functional relationship between the refractive index inhomogeneity and backscattering is analyzed theoretically. The methods and formulas to calculate backscattering coefficients of the two kinds of laser gyros are deduced according to the multi-layer high reflection film structure of the mirror laser gyro and the total reflection characteristic of the total reflection prism laser gyro. The correctness of the proposed method is verified by the comparison of numerical simulation and experimental results. The result shows that the non-uniform loss is the primary factor to influence the locking area of laser gyros and the refractive index inhomogeneity is the secondary factor.

Key words laser optics; laser gyros; backscattering; refractive index

OCIS codes 140.3370; 140.3425; 140.3570; 140.3560

1 引言

激光陀螺作为一种高精度角速率传感器,具有可靠性高、寿命长等优点,在航空航天等领域得到广泛的应用^[1-3]。理论研究表明,激光陀螺闭锁效应是主要误差源之一^[4-6],影响激光陀螺闭锁效应的关键因素主要有折射率的非均匀性以及损耗的非均匀性^[7]。根据构成环形谐振腔原理的不同,激光陀螺可以分为反射镜式激光陀螺和全反射棱镜式激光陀螺。

收稿日期: 2015-10-13; 收到修改稿日期: 2016-01-11; 网络出版日期: 2016-04-26

基金项目: 西安工业大学校长基金(XAGDXJJ15003)

作者简介: 蒋军彪(1962—),男,高级工程师,博士生导师,主要从事惯性技术等方面的研究。

E-mail: jjbiaotz@163.com

* 通信联系人。E-mail: majiajun14041095@126.com

本文在对激光陀螺的背向散射与折射率非均匀性的函数关系进行理论分析的基础上,结合反射镜式激光陀螺以及全反射棱镜式激光陀螺的特点,分别推导了多层高反膜和全反射棱镜折射率非均匀性产生的背向散射系数的计算方法和公式。仿真分析与实验结果表明,影响激光陀螺锁区阈值的主要因素是损耗的非均匀性,次要因素是折射率非均匀性。

2 基本理论

根据激光振荡的半经典理论,激光陀螺的行波激光电磁场波动方程为^[8-9]

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 4\pi\sigma \frac{\partial}{\partial t} - c^2 \nabla^2\right) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -4\pi \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{P}_0(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

式中 ∇ 为梯度算子, \mathbf{r} 为空间矢量, \mathbf{E} 为电场强度矢量, c 为真空光速, σ 为介质电导率, \mathbf{P}_0 为介质极化强度矢量。将波动方程从惯性参考系推广到以匀角速度 $\boldsymbol{\Omega}_r$ (转动线速度远小于光速,即 $|\boldsymbol{\Omega}_r \times \mathbf{r}| \ll c$)转动的非惯性参考系中,得到转动环形激光器中电磁场波动方程为

$$\left[n^2(z) \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 4\pi\sigma(z) \frac{\partial}{\partial t} - 2\boldsymbol{\Omega}_r \cdot (\mathbf{r} \times \hat{k}_0) \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial t} - c^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right] E(z, t) = -4\pi \frac{\partial^2}{\partial t^2} P(z, t). \quad (2)$$

折射率的非均匀性直接影响到激光陀螺的锁区,是激光陀螺主要的误差源之一,下面将讨论折射率非均匀性对波动方程解的影响。令 $\sigma=0, \boldsymbol{\Omega}_r=0, P=0$,波动方程为

$$\left[n^2(z) \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right] E(z, t) = 0. \quad (3)$$

第 m 个纵模对的解的形式为

$$E_m(z, t) = \frac{1}{2} \{E_{1m} \exp[-i(\omega_{1m}t + \varphi_{1m})] U_{1m}(z) + E_{2m} \exp[-i(\omega_{2m}t + \varphi_{2m})] U_{2m}^*(z)\} + \text{c.c.}, \quad (4)$$

式中 ω_{1m} 为顺时针方向激光振荡频率, φ_{1m} 为顺时针方向激光振荡相位, ω_{2m} 为逆时针方向激光振荡频率, φ_{2m} 为逆时针方向激光振荡相位, $U_{1m}(z)$ 为顺时针方向电场随光轴的变化, $U_{2m}^*(z)$ 为逆时针方向电场随光轴的变化,c.c.为前述项的复共轭。将特解之一代入波动方程,非零解要求

$$\frac{d^2 U_m(z)}{dz^2} + \frac{\omega_m^2}{c^2} n^2(z) U_m(z) = 0. \quad (5)$$

将方程中的折射分成两部分,令

$$n(z) = n_0(z) + \Delta n(z), \quad (6)$$

式中 $n_0(z)$ 为折射率缓变部分, $\Delta n(z)$ 为折射率突变部分。根据 Wentzel-Kramers-Brillouin (W-K-B) 近似法求解得零级近似解 $[\Delta n(z)=0]$ 为

$$U_{m\pm}^0(z) = n_0(z)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(\pm i \frac{\omega_m^0}{C} \langle n_0 \rangle_z z\right), \quad (7)$$

式中 $\langle n_0 \rangle_z = \frac{1}{z} \int_0^z n_0(z') dz'$, $\omega_m^0 = \frac{2\pi m C}{\langle n_0 \rangle L}$, $\langle n_0 \rangle = \langle n_0 \rangle_{z=L} = \frac{1}{L} \int_0^L n_0(z') dz'$ 。第 m 个纵模对的解为

$$E_m(z, t) = \frac{1}{2} \{E_{1m} \exp[-i(\omega_m^0 t + \varphi_{1m})] U_{m+}(z) + E_{2m} \exp[-i(\omega_m^0 t + \varphi_{2m})] U_{m-}(z)\} + \text{c.c.}, \quad (8)$$

这是一组反向行波模对,在频率上是简并的。考虑到折射率突变项 $[\Delta n(z) \neq 0]$ 的影响,根据物理分析,折射率突变项的作用将引起反向反射和散射,导致行波1、2的频率和状态发生变化,综上分析,波动方程的特解可以表示为

$$E_m(z, t) = \frac{1}{2} \{E_{1m} \exp[-i(\omega_{1m}t + \varphi_{1m})] U_{1m}(z) + E_{2m} \exp[-i(\omega_{2m}t + \varphi_{2m})] U_{2m}^*(z)\} + \text{c.c.}, \quad (9)$$

将(9)式代入(3)式得

$$\frac{d^2 U_m(z)}{dz^2} + \frac{(\omega_m)^2}{c^2} n^2(z) U_m(z) = 0. \quad (10)$$

由于折射率的突变项 $\Delta n(z)$ 是微扰项,根据简并微扰理论,可以利用简并的零级近似解 $U_{m\pm}^0$ 作为基矢,将待

求(10)式的解在此表象中展开,得

$$U_m(z) = U(z) = a_+ U_+^0(z) + a_- U_-^0(z), \quad (11)$$

式中 a_+ 为 $U_m(z)$ 在 $U_+^0(z)$ 上的投影, a_- 为 $U_m(z)$ 在 $U_-^0(z)$ 上的投影。将解代入(10)式,得

$$[\omega^2 n^2(z) - (\omega^0)^2 n_0^2(z)] a_+ U_+^0(z) + [\omega^2 n^2(z) - (\omega^0)^2 n_0^2(z)] a_- U_-^0(z) = 0. \quad (12)$$

根据正交关系,可以得到

$$[\omega^2 - (\omega^0)^2] a_+ + \omega^2 \left[\frac{1}{\langle n \rangle L} \int_0^L n^2(z) U_-^0(z) U_-^0(z) dz \right] a_- = 0, \quad (13)$$

$$[\omega^2 - (\omega^0)^2] a_- + \omega^2 \left[\frac{1}{\langle n \rangle L} \int_0^L n^2(z) U_+^0(z) U_+^0(z) dz \right] a_+ = 0. \quad (14)$$

令

$$2\Delta \exp(\pm i\delta_r) = \omega^0 \left[\frac{1}{\langle n \rangle L} \int_0^L n^2(z) U_{\mp}^0 U_{\mp}^0 dz \right], \quad (15)$$

式中 Δ 为背向散射强度, δ_r 为背向散射方位角, $n^2(z) = [n_0(z) + \Delta n(z)]^2 \doteq n_0^2(z) + 2n_0(z)\Delta n(z)$, 再利用正交关系得

$$2\Delta \exp(\pm i\delta_r) = \omega^0 \left[\frac{2}{\langle n \rangle L} \int_0^L n_0(z) \Delta n(z) U_{\mp}^0 U_{\mp}^0 dz \right], \quad (16)$$

根据(16)式可得激光陀螺背向散射系数与折射率非均匀性的关系为

$$r = k_0 \sqrt{\left[\int_0^L \Delta n(z) \cos(2kz) dz \right]^2 + \left[\int_0^L \Delta n(z) \sin(2kz) dz \right]^2}, \quad (17)$$

式中 $k_0 = \Omega^0/c$, $k = k_0 n_0$, n_0 为平均折射率。

以上理论分析得到背向散射系数与折射率非均匀性的函数关系,下面将结合反射镜式激光陀螺、全反射棱镜式激光陀螺的结构特点分析相应的背向散射。

3 数值仿真

3.1 反射镜式激光陀螺背向散射系数分析

反射镜式激光陀螺采用的多层高反射膜是一种光学厚度均为 $\lambda_0/4$ 的高折射率膜层和低折射率膜层交替镀制的膜系,如图1所示。

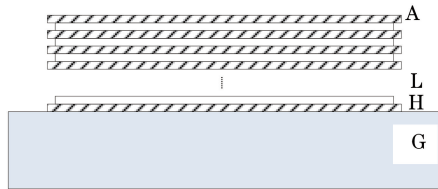


图1 多层高反射膜

Fig. 1 Multilayer high reflection films

该膜系称为 $\lambda_0/4$ 膜系,通常表示为

$$\text{GHLHLHLLHA} = \text{G} (\text{HL})^p \text{HA}, \quad p = 1, 2, 3, \dots, \quad (18)$$

式中 G 和 A 分别表示玻璃基片和空气, H 和 L 分别代表高折射率膜层和低折射率膜层, p 表示一共有 p 组高低折射率膜层,膜层数为 $2p+1$ 。根据多光束干涉原理,当膜层两侧介质的折射率大于(或小于)膜层的折射率时,若膜层的诸反射光束中相继两束的相位差等于 π ,则该波长的反射光获得最强的反射。 $\lambda_0/4$ 膜系每层都满足以上条件,入射光在每层上都获得强烈的反射,经过多层反射后,入射光几乎全部被反射。

采用等效界面法,当膜系中膜层数为奇数 $2p+1$ 时, $(\text{HL})^p \text{H}$ 膜系等效折射率为

$$n_{2p+1} = \left(\frac{n_H}{n_L} \right)^{2p} \frac{n_H}{n_G}, \quad (19)$$

相应的反射率为

$$R_{2p+1} = \left(\frac{n_A - n_{2p+1}}{n_A + n_{2p+1}} \right)^2. \quad (20)$$

为了达到更高的反射率,反射镜式激光陀螺镜片镀膜层数通常为 20 层以上,假设镀膜层数为 21 层,高折射率反射层采用折射率为 2.35 的 ZnS,低折射率反射层采用折射率为 1.45 的 SiO₂,反射光经过多次反射膜后,入射光几乎全部被反射,进入基片的入射光不到 0.01%,因此,作为近似计算,忽略基片折射率对背向散射系数的影响。光波在镜面上的反射过程中折射率的变化如图 2 所示。

图 2 中折射率的突变部分可以通过三角函数分解为缓变量和突变量的和,三角函数的周期设置为 $\lambda_0/4$ 。当波长为 633 nm 的光以 45°角入射到多层反射膜时,每层反射膜都将对入射光产生反射,如图 3 所示。

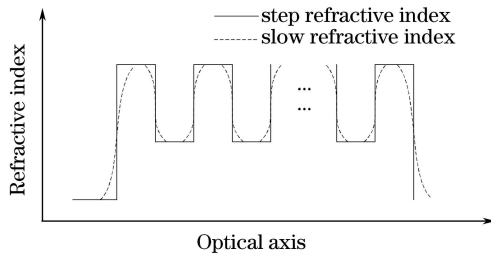


图 2 光波反射时折射率的变化

Fig. 2 Change of refractive index when light waves are reflected

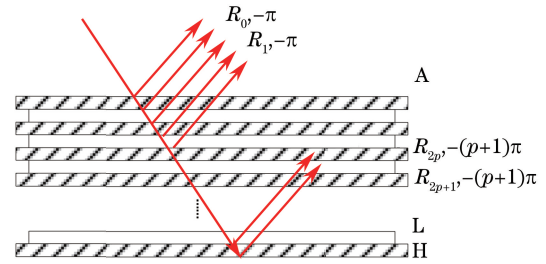


图 3 多层高反膜光线反射

Fig. 3 Light reflection of multilayer high reflection films

光束在多层反射膜上产生的相位分别为 $-\pi, -\pi, -3\pi, -3\pi, \dots$, 形成反射干涉加强,第 p 层反射膜对入射光的反射率为

$$R_p = \left(\frac{n_A - n_p}{n_A + n_p} \right)^2, \quad (21)$$

第 p 层反射膜产生的反射光经过的折射率突变 n_p 可以表示为 $A(HL)^{p-1}HA$,由(17)式可以计算出第 p 层反射膜产生的背向散射系数为

$$r_p = k_0 \sqrt{\left[\int_0^L \Delta n_p(z) \cos(2kz) dz \right]^2 + \left[\int_0^L \Delta n_p(z) \sin(2kz) dz \right]^2}, \quad (22)$$

总背向散射系数为

$$r = \sum_{2p+1} R_{2p+1} r_{2p+1}. \quad (23)$$

根据(23)式可得反射镜式激光陀螺由折射率非均匀性产生的背向散射系数为 3.167×10^{-7} 。

3.2 全反射棱镜式激光陀螺背向散射系数分析

全反射棱镜式激光陀螺采用棱镜的全反射特性形成闭合光路,棱镜的材料为熔融石英,20 °C 时熔融石英折射率为 1.45985。光束均以布儒斯特角入射、出射棱镜,光束棱镜内部的传输关系如图 4 所示。

根据几何关系,光在棱镜中通过的距离为

$$h_1 = \frac{a \sin \alpha}{2 \sin(\alpha + \theta_1)}, \quad (24)$$

$$h_2 = \frac{a_2}{\sin \theta_1}. \quad (25)$$

光波在棱镜内的全反射过程中折射率的变化如图 5 所示。

光束在棱镜中的传播与在多层反射膜中的传播有很大的差异,在棱镜中折射率的突变主要体现在光进入棱镜以及光出射棱镜两个界面上,在棱镜内部的传播折射率没有突变,根据(17)式可得全反射棱镜式激光陀螺背向散射系数为 2.256×10^{-7} 。计算结果表明,全反射棱镜式激光陀螺背向散射系数远小于反射镜式激光陀螺。

为了进一步说明理论计算的正确性,搭建了激光陀螺反射镜散射检测系统。如图 6 所示,该检测系统由控制计算机、CCD 像机、图像采集卡、样品、激光光源及光束控制系统等组成。采用 633 nm 激光作为光源,

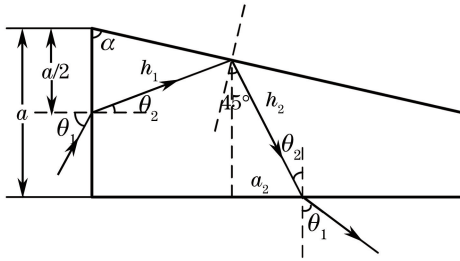


图4 全反射棱镜光路

Fig. 4 Light path of total reflection prism

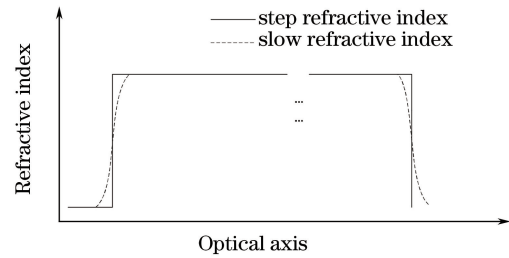


图5 光波折射时折射率的变化

Fig. 5 Change of refractive index when light waves are refracted

采用空间滤波器对激光光束进行空间滤波,并使用扩束镜对光束进行扩束。用反射镜控制光束以 45° 角斜入射至样品表面。激光陀螺反射镜属超光滑表面元件,其主要散射源尺寸仅为亚微米到几十微米量级,需采用显微成像的方法才能获得图像信息,收集的散射光经 CCD 成像后通过数据采集卡采集数据,并上传至计算机。

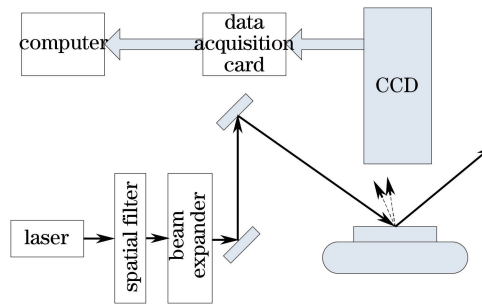


图6 检测系统框图

Fig. 6 Block-diagram of detecting instrument

通过实验可以测试 4 个反射镜的背向散射系数,经求和后得到惯性级反射镜式激光陀螺背向散射系数为 5×10^{-6} ,比数值计算结果大一个数量级,说明影响反射镜式激光陀螺背向散射系数的主要因素不是折射率的非均匀性,而是损耗的非均匀性。两种陀螺的锁区阈值实验测试结果为 $100^\circ/\text{h}$ 左右,而背向散射是影响锁区阈值的主要因素,因此,影响全反射棱镜式激光陀螺锁区阈值的主要因素也是损耗的非均匀性,折射率非均匀性对全反射棱镜式激光陀螺锁区的影响是次要因素。

4 结 论

基于反射镜式激光陀螺的多层高反射膜结构和全反射棱镜式激光陀螺棱镜的全反射特性,采用数值仿真方法,给出了相应的背向散射系数。结果表明,折射率非均匀性引起的反射镜式激光陀螺的背向散射系数为 3.167×10^{-7} ,全反射棱镜式激光陀螺的背向散射系数为 2.256×10^{-7} 。影响激光陀螺锁区阈值的主要因素是损耗的非均匀性,次要因素是折射率非均匀性。

参 考 文 献

- 1 Bakin Y V, Ziouzev G N, Lioudomirski M B. Laser gyros with total reflection prisms[M]. Moscow: Moscow Bauman State Technical University, 2003: 1-34.
- 2 Yao Chengkang, Zeng Xiaodong, Cao Changqing. Intensity properties of output light in prism laser gyro with mechanical dither bias[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(9): 094216.
姚呈康, 曾晓东, 曹长庆. 机械抖动棱镜式激光陀螺出射光强度特性[J]. 物理学报, 2012, 61(9): 094216.
- 3 Ma Jiajun, Jiang Junbiao, Liu Jianning. Frequency stabilization technique of total reflection prism laser gyros with double longitudinal modes[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(9): 0902011.
马家君, 蒋军彪, 刘健宁. 全反射棱镜式激光陀螺双纵模稳频技术[J]. 中国激光, 2014, 41(9): 0902011.

- 4 Ma Jiajun, Jiang Junbiao. Research on the frequency stabilization properties of total reflection prism laser gyros [J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(1): 0102002.
马家君, 蒋军彪. 全反射棱镜式激光陀螺稳频特性研究 [J]. 中国激光, 2015, 42(1): 0102002.
- 5 Ma Jiajun, Jiang Junbiao, Liu Jianning. Adaptive frequency stabilization technique for total reflection prism laser gyros [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(3): 0314002.
马家君, 蒋军彪, 刘健宁. 全反射棱镜式激光陀螺自适应稳频技术 [J]. 光学学报, 2015, 35(3): 0314002.
- 6 Liu Jianning, Jiang Junbiao, Shi Shunxiang, *et al.*. Analysis of total reflection prism ring laser's output characteristic and gyroscope's accuracy [J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(1): 0102002.
刘健宁, 蒋军彪, 石顺祥, 等. 全反射棱镜式环形激光器合光输出及陀螺精度特性分析 [J]. 中国激光, 2013, 40(1): 0102002.
- 7 Menegozzi L N, Lamb W E J. Theory of a ring laser [J]. Phys Rev A, 1973, 8(4): 2103-2125.
- 8 Aronowitz F. Theory of a traveling-wave optical maser [J]. Phys Rev, 1965, 139(3A): 635-646.
- 9 Gao Bolong, Li Shutang. Ring laser gyros [M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1984: 50-52.
高伯龙, 李树棠. 激光陀螺 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社 1984: 50-52.