

# 两路反馈外腔自混合干涉信号的相位提取方法

宦海 郭克伦\* 张雨 张景柯

南京信息工程大学电子与信息工程学院, 江苏 南京 210044

**摘要** 在分析两路反馈外腔结构自混合干涉(SMI)模型的基础上,对两路自混合干涉信号的处理方法进行了理论分析和仿真验证。在弱反馈水平下,利用希尔伯特变换原理实现了两路合成信号相位的重构,并对合成信号相位分解得到了两路外腔反射体位移的波形,最大误差小于 1.5 rad。在对含噪的两路自混合干涉信号进行预处理时,采用小波软阈值和集合经验模态分解(EEMD)相结合的算法,达到了良好的去噪效果。

**关键词** 测量; 两路反馈; 自混合干涉; 希尔伯特变换; 集合经验模态分解

中图分类号 TN249 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP53.061203

## Phase-Extracting Method of Laser Self-Mixing Interference Signal with Two Feedback External Cavity

Huan Hai Guo Kelun Zhang Yu Zhang Jingke

School of Electronic & Engineering, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing, Jiangsu 210044, China

**Abstract** Based on the analysis of the theory model of self-mixing interference (SMI) with two feedback external cavity structure, the processing method of self-mixing interference signal is analyzed and simulated. Under the weak feedback level, the reconstruction of synthetic signal phase and the shape reconstruction of two channel signals of external cavity are realized by using the Hilbert transform, and the maximum error is less than 1.5 rad. The self-mixing interference signal with noise is preprocessed by the wavelet soft threshold and ensemble empirical mode decomposition (EEMD) combining algorithm, which achieves a good effect.

**Key words** measurement; two feedback; self-mixing interference; Hilbert transform; ensemble empirical mode decomposition

**OCIS codes** 120.3180; 120.4630; 140.4130

## 1 引言

光反馈自混合干涉(OFSMI)效应是指激光器输出光被外部反射体反射或散射后,部分光被反射回激光器的谐振腔内,与腔内的光混合产生干涉作用,调制激光器的输出光功率和频率的效应。目前,对自混合干涉(SMI)现象的研究不断深入。例如,运用薄膜干涉理论对弱光反馈条件下的多外腔自混合干涉理论的研究<sup>[1-2]</sup>;对外部光反馈更加敏感的分布反馈半导体激光自混合干涉效应的研究<sup>[3]</sup>;可以同时多个待测目标进行测量的多路反馈结构激光自混合干涉现象的研究<sup>[4]</sup>。

两路反馈外腔自混合干涉类似于多重外腔激光自混合干涉,每路反馈都会携带一个物体的运动信息。对于两路反馈外腔结构的自混合干涉模型,现在只是进行了理论分析与实验观察,还没有对两路 SMI 信号处理的方法进行充分的研究。在此基础上,本文对两路 SMI 信号相位提取的方法展开了研究。由于 SMI 信号包含较

收稿日期: 2015-11-13; 收到修改稿日期: 2016-01-20; 网络出版日期: 2016-05-31

基金项目: 国家自然科学基金(61308072)

作者简介: 宦海(1978—),男,博士,副教授,主要从事光学精密仪器检测及信号处理方面的研究。

E-mail: fainthaihuan@163.com

\* 通信联系人。E-mail: guokelun623@163.com

大的噪声,存在许多尖峰突变部分,对位移测量精度影响较大。所以对这种信号进行分析前首先需要做信号的预处理。对于一路 SMI 信号的消噪,文献[5]利用了小波去噪的方法,这种方法简单明了、计算速度快,但小波去噪不仅要考虑到不同小波基滤波特性的不同,还要考虑到分解层数和阈值选取等问题;文献[6]利用了具有较强自适应性的基于经验模态分解(EMD)的去噪处理算法,而 EMD 会存在端点效应和模态混叠现象,使去噪后的信号部分失真。针对以上干涉信号去噪预处理方法的不足,本文采用小波软阈值和集合经验模态分解(EEMD)相结合的方法对两路 SMI 信号进行预处理,达到了较好的去噪效果。对带噪声的两路 SMI 信号进行去噪预处理,得到纯净的干涉信号后利用希尔伯特变换自适应相位提取方法提取信号相位,对重构的合成信号相位做快速傅里叶变换(FFT)得到两路 SMI 信号的频谱。再运用 FFT 进行简单滤波分别得到两路信号频谱,对两路信号频谱做快速傅里叶逆变换(IFFT)恢复得到两路信号时域的位移波形。

## 2 两路 OFSMI 效应

建立的两路反馈外腔结构的激光自混合干涉光路图如图 1 所示,PD 为光电探测器,光路中用分束器将激光器的输出光分成两路,分别折向反射镜 1 和反射镜 2,同时待测目标将激光经原光路反射回激光腔。 $L_0$  为激光器到分束器的距离, $L_{01}$ 、 $L_{02}$  分别为分束器到反射镜 1 和反射镜 2 的距离。参考激光自混合干涉典型测量模型,假设反射镜 1 到激光腔为一个外腔,定义为外腔 1,反射镜 2 到激光腔为另一个外腔,定义为外腔 2。

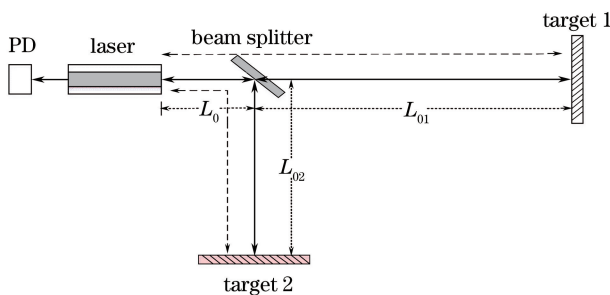


图 1 两路反馈外腔结构激光自混合干涉光路图

Fig. 1 Schematic diagram of laser self-mixing interference with two feedback external cavity structure

由于两路反馈外腔结构的激光自混合干涉理论和典型的多重外腔激光自混合干涉理论相似,且多重外腔激光自混合干涉所得结果被证实和普通三镜腔自混合干涉结构所得结果一致,所以可以借助典型的激光自混合干涉理论进行研究。对典型自混合干涉理论数学模型<sup>[7-13]</sup>进行研究得出两路反馈模型为

$$\omega\tau = (\omega_{01}\tau - \omega_{02}\tau) - C \sin(\omega\tau + k), \quad (1)$$

$$I = I_0 [1 + mG(\omega\tau)], \quad (2)$$

$$G(\omega\tau) = \cos(\omega\tau), \quad (3)$$

式中  $k = \arctan \alpha$ ,  $\alpha$  为激光器线宽展宽因子;  $(\omega_{01}\tau - \omega_{02}\tau)$  为无反馈时两路外腔反射光束在激光腔外的干涉光合成相位;  $\omega\tau$  为有反馈时的相位;  $\omega$ 、 $\omega_0$  分别为激光器有反馈和无反馈时的振动频率;  $\tau = 2L/c$  为外部时间延迟,  $L$  为外腔长度,  $c$  为光速;  $C$  为光反馈水平因子;  $I$  和  $I_0$  分别为有反馈和无反馈时激光器的输出功率;  $m$  为调制系数;  $G(\omega\tau)$  为激光输出增益,它体现了外腔光相位对激光输出功率的影响。

两路反馈光的干涉光相位相当于典型自混合干涉测量数学模型中无反馈时的相位,因为投向反射镜 1 和反射镜 2 的激光为同一束激光经过分束器得到,所以两束反射光会在激光腔外产生干涉,由光干涉理论可得干涉光强为

$$I(t) = E(t)E^*(t) = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\omega_{01}\tau - \omega_{02}\tau), \quad (4)$$

式中  $E(t)$  为干涉光合成复振幅,即两路外腔复振幅的叠加,  $E_{01}$  为反射光的振幅,  $\omega_{01}\tau$  为激光经外腔 1 无反馈时的相位,  $E_{02}$  为反射光的振幅,  $\omega_{02}\tau$  为激光经外腔 2 无反馈时的相位。

当反馈水平因子  $C$  和激光器线宽展宽因子  $\alpha$  固定时,根据激光自混合干涉数学模型[(3)式]可提取相位信息  $\omega\tau$ ,代入(1)式可得两路合成相位,对得到的合成相位分解来提取外腔 1 的相位信息  $\omega_{01}\tau$  和外腔 2 的相位信息  $\omega_{02}\tau$ 。

假设两路外腔做正弦运动,由  $\tau = 2L/c$ ,可以建立相位和位移之间的数学关系

$$\omega_{01}\tau - \omega_{02}\tau = \frac{4\pi \times [L_{01} + \Delta L_{01} \sin(2\pi f_1 t)]}{\lambda} - \frac{4\pi \times [L_{02} + \Delta L_{02} \sin(2\pi f_2 t)]}{\lambda}, \quad (5)$$

式中  $L_0$  为激光器输出端与外部物体之间的初始距离(即初始外腔长),  $\Delta L_0$  为物体的振动振幅,  $f$  为物体的振动频率,  $t$  为时间变量。得到合成相位后代入(5)式即可实现外腔位移的测量。

### 3 两路 SMI 信号处理原理

EEMD 方法非常适用于非线性非平稳信号的分析处理,其中包括去噪和瞬时相位的提取等。本课题组提出利用小波软阈值和 EEMD 对非线性非平稳的含噪 SMI 信号进行去噪处理后,再重构 SMI 信号;对重构的 SMI 信号进行希尔伯特变换实现相位提取得到包裹相位,再对包裹相位进行解包裹处理以重构合成信号相位;最后运用 FFT 进行滤波,得到两路信号各自频谱后 IFFT 变换可重构出两路信号。具体流程如图 2 所示。

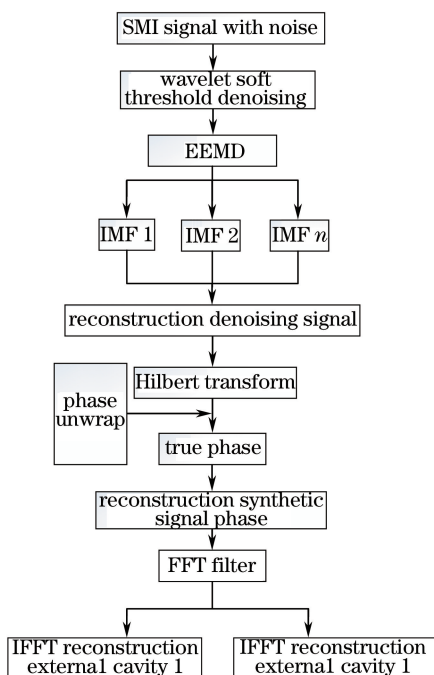


图 2 位移重构流程图

Fig. 2 Flow chart of displacement refactor

#### 3.1 基于小波软阈值和 EEMD 的降噪处理

对含有噪声的两路 SMI 信号进行相位提取的关键是:先要对其进行去噪预处理来得到纯净信号。由于噪声一般分布在信号的高频部分,且实验信号常伴有高频噪声的干扰,如果直接舍弃通过筛选分解出的高频本征模函数(IMF)分量,重构信号虽可达到降噪目的,但会损失存在于高频 IMF 分量中的有用信息。而直接运用小波阈值去噪时不仅要考虑到不同小波基滤波特性的不同,而且还要考虑到分解层数、阈值选取等问题。因此,为消除噪声对集合经验模态分解质量的影响,采用小波软阈值和 EEMD 相结合的算法对两路 SMI 信号进行降噪预处理。对含噪的 SMI 信号先进行小波软阈值去噪处理,再对处理后的 SMI 信号进行 EEMD 分解并重构信号。EEMD 是一种自适应信号时频处理方法,是针对 EMD 方法的不足提出的一种噪声辅助数据分析方法。相比于 EMD, EEMD 可以很好地解决原始信号中因某个频段不连续所产生的端点效应和模态混叠现象,提高了信号的纯净度。EEMD 的本质是在原信号中叠加高斯白噪声后进行多次 EMD 分解,高斯白噪声在多次实验叠加的情况下能够相互抵消,而原始信号中真正有用的信号在多次加入白噪声的实验后作为均值保留下来。任何时候,一个信号都可以包含若干个 IMF, EEMD 分解的目的就是为了获取从高频到低频有序排列的多阶 IMF 分量。因此利用小波软阈值去噪作为 EEMD 的预处理克服了直接运用 EEMD 分解中大量噪声带来的不必要干扰,减少了对 SMI 信号分析的影响,提高了相位提取的准

确性。

IMF 作为判定条件必须满足以下两个性质:1)函数在整个时间范围内,局部极值点和过零点的数目必须相等,或最多相差一个;2)在任意时刻,局部最大值的包络线(上包络线)和局部最小值的包络线(下包络线)的平均值必须为 0。

对产生的两路 SMI 信号采用上述算法消除噪声后的 SMI 信号如图 3(c)所示。信号的重构均方误差(MSE)是信号除噪处理结果的评价标准,MSE 越小,去噪效果越好。通过计算小波软阈值结合 EEMD 的去噪方法得到的 MSE 比采用小波去噪、EMD 去噪分别减少了 0.0302、0.0392,并通过比较观察图 3(c)~(e)可知,采用小波软阈值和 EEMD 相结合的方法可有效去除 SMI 信号中的噪声且不失真。从重构后的信号可以看出,去噪后的有效干涉信号保持了原有信号的特征,达到了良好的去噪效果,也便于以后的分析处理。

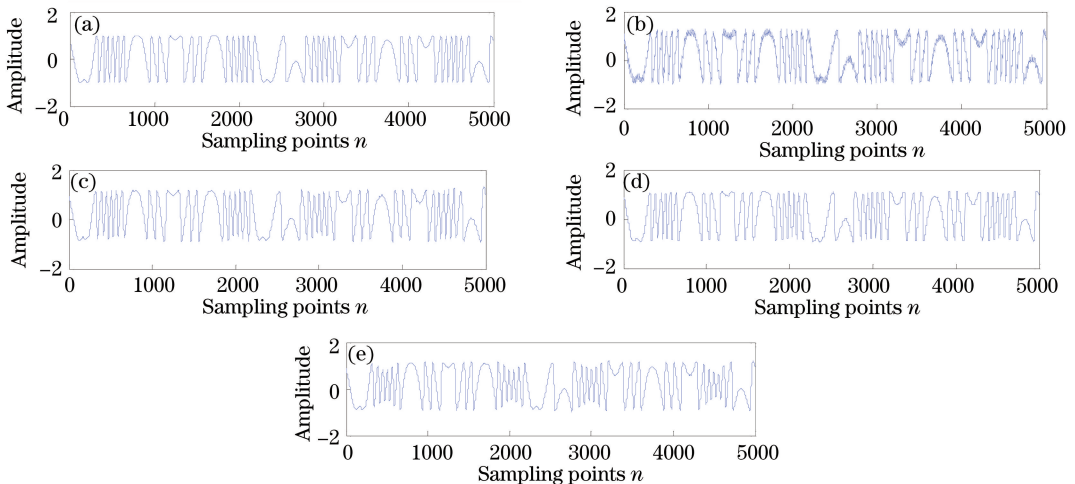


图 3 对加噪 OFSMI 信号的降噪仿真图。(a) SMI 信号;(b) 加噪信号;  
(c) 小波软阈值结合 EEMD 去噪;(d)小波去噪;(e) EMD 去噪

Fig. 3 Simulation diagrams of OFSMI signal with noise. (a) SMI signal; (b) adding noise signal; (c) wavelet soft threshold and EEMD denoising; (d) wavelet denoising; (e) EMD denoising

### 3.2 相位提取

#### 3.2.1 两路合成信号相位重构

由 SMI 信号的数学模型可知,当光反馈存在时,激光器输出功率不仅随注入电流变化,而且随两路外腔长度的变化而变化,而外腔的长度又与外部反射体的运动有关,最终可表现为 SMI 信号的相位变化。将含有噪声的 SMI 信号进行 EEMD 分解,滤除高频噪声分量后,对重构出的连续 SMI 信号做希尔伯特变换得到解析信号函数<sup>[14-16]</sup>

$$s(n) = g(n) + j[H(n)], \quad (6)$$

式中  $g(n)$  和  $H(n)$  互为共轭关系。由解析函数可得函数  $s(n)$  的瞬时相位

$$\varphi'_f(n) = a \tan [2H(n)/g(n)], \quad (7)$$

通过仿真得到的瞬时相位在一个周期内,信号中相位值域范围为  $(-\pi, \pi]$ , 相位跳变幅度为  $2\pi$ , 解调出的相位  $\varphi'_f(n)$  是被制在  $(-\pi, \pi]$  范围内的包裹相位,不能真正反映出两路运动物体的相位变化。为了将包裹相位恢复成各个时刻的真实相位  $\varphi_f(n)$ ,需要对包裹相位进行解包裹处理。因为瞬时相位呈现出许多不连续的相位跳变点,相邻两个不连续点的相位差是  $2\pi$ , 每到一个不连续点,相位的增减性发生一次改变,需要用加减  $2\pi$  的方法修正<sup>[17]</sup>。得到真实相位后代入

$$\varphi_o(n) = \varphi_f(n) + C \sin [\varphi_f(n) + \arctan \alpha], \quad (8)$$

由(8)式可重构出外腔初始相位  $\varphi_o(n)$ 。设线宽展宽因子  $\alpha=5$ , 光反馈水平因子  $C=0.3$ 。假设两个外腔物体做频率分别为 2 Hz 和 10 Hz、振幅分别为  $10\pi$  和  $4\pi$  的正弦运动。图 4 分别给出了无光反馈两路外腔相位  $\varphi_o(n)$ 、有反馈的两路外腔相位  $\varphi_f(n)$  以及产生的相应 SMI 信号的波形图。



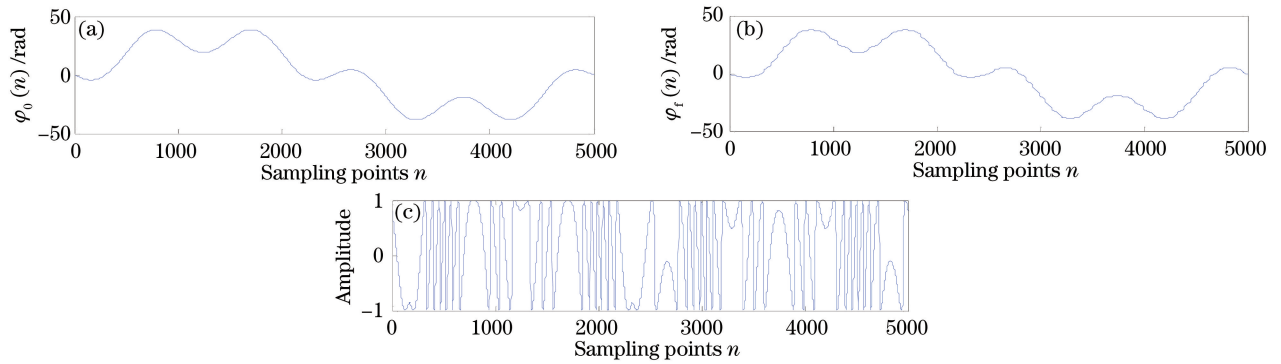


图4 OFSMI信号仿真图。(a)无反馈相位；(b)有反馈相位；(c)两路反馈外腔自混合干涉信号  
Fig. 4 Simulation diagrams of OFSMI signal. (a) Phase without feedback; (b) phase with feedback; (c) SMI signal of two feedback external cavity

由图5的仿真结果可知,利用提出的算法能够很好地重构出两路反馈合成SMI信号的相位信息。重构出的相位信息曲线较平滑,效果良好,并且误差较小,重构出的合成相位信号最大误差为1.5 rad。

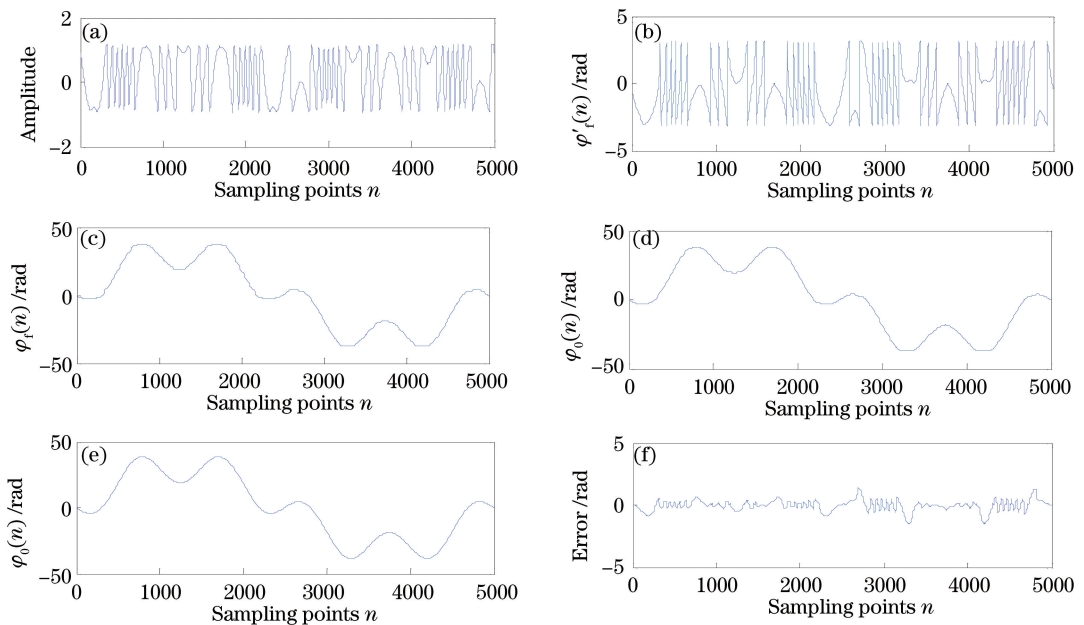


图5 相位提取仿真图。(a)两路反馈外腔自混合干涉信号；(b)包裹相位；(c)去包裹相位；  
(d)重构相位；(e)原始相位；(f)重构误差

Fig.5 Simulation diagrams of phase extraction. (a) SMI signal of two feedback external cavity; (b) wrapped phase; (c) unwrapped phase; (d) reconstruction phase; (e) original phase; (f) reconstruction error

### 3.2.2 两路信号相位重构

由重构出的两路合成信号相位信息来重构两路反馈各自的相位信息,通过对重构的合成相位做FFT变换来得到合成信号的频谱。观察频谱可清楚地看到合成相位所包含的两路频率成分。对合成相位的频谱进行滤波处理,得到两路外腔信号的频率成分所在的频谱范围,即得到两路反馈外腔的相位频谱信息。再对两路外腔各自频谱做IFFT变换,使其从频域变换到时域,重构出两路外腔反射体的位移波形。具体仿真过程如图6所示。

由图6的仿真结果可知,对两路合成信号相位通过FFT变换得到信号的频谱,对频谱滤波提取两路外腔各自的相位信息,最后利用IFFT变换来恢复两路信号的时域波形特征。通过仿真发现重构的两路信号基本与原始外腔位移信息吻合,最大误差小于1.5 rad。

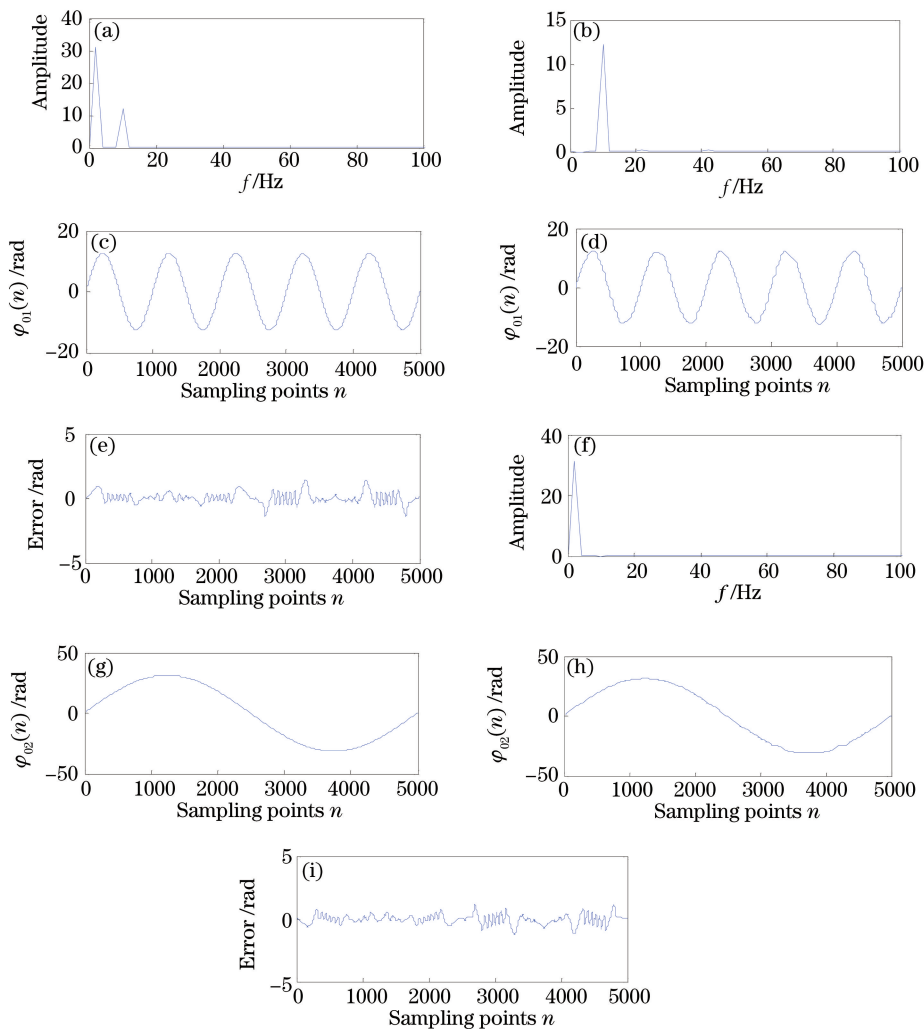


图6 两路外腔重构仿真图。(a) 滤波前频谱；(b) 外腔1频谱；(c) 原始外腔1；(d) 重构外腔1；  
(e) 外腔1重构误差；(f) 外腔2频谱；(g) 原始外腔2；(h) 重构外腔2；(i) 外腔2重构误差

Fig. 6 Reconstruction simulation diagrams of two feedback external cavity. (a) Spectrum prior to filtering;  
(b) spectrum of external cavity 1; (c) original external cavity 1; (d) reconstruction external cavity 1;  
(e) reconstruction error of external cavity 1; (f) spectrum of external cavity 2; (g) original external cavity 2;  
(h) reconstruction external cavity 2; (i) reconstruction error of external cavity 2

## 4 实验结果

实验结构包括一个氦氖 (He-Ne) 激光管 (632.8 nm, TEM<sub>00</sub>) 及驱动电源, 一个光电探测器 (THORLABS, DET36A/M, 350~1100 nm), 一个分束器 (50:50) 和两个反射镜。反射镜 1 被固定在一个高分辨率的压电陶瓷 (PZT) (XMT, 40VS12) 上, 该 PZT 在控制器 (XMT, XE501-D) 闭环控制下极限分辨率可以达到 0.1 nm, PZT 的最大运动范围为 40 μm。反射镜 2 被固定在扬声器上, 扬声器由信号发生器 (RIGOL, DG1302Z) 驱动。为了避免外界振动干扰, 以上所有器件都被放置在光学隔振平台上。He-Ne 激光管的前腔面、分束器、反射镜 1 和反射镜 2 构成了两路反馈外腔结构激光自混合干涉结构。

采用正弦电压信号分别驱动 PZT 和扬声器作微位移运动, 通过数据采集卡采集产生的 OFSMI 信号数据, 传输至计算机。将实验数据导入 MATLAB 软件并利用所提出的方法处理 OFSMI 信号。通过用正弦电压信号驱动 PZT 对一路激光自混合干涉进行实验数据的采集处理。运用所提出的去噪及相位提取方法实现了对自混合干涉信号相位的提取, 如图 7(c) 所示, 比较理论与实验结果可见, 吻合程度较好, 很好地验

证了文中去噪及相位提取方法的有效性。在两路自混合干涉实验中,由于存在较强的干扰,导致实验采集的数据不精确,这些干扰的来源有以下几个方面:扬声器本身品质不高,振动中会携带很多噪声;扬声器和PZT没有采取锁相处理,实验中各自相位的偏移会给实验带来干扰;外部光噪声也会对实验结果带来一定影响;实验电路中也会有不可避免的干扰。因此,实验数据的不准确性会对两路信号相位的提取带来很大困难。采用所提方法处理两路自混合干涉实验数据,结果显示达到了良好的去噪效果(图8);但是,该方法对两路信号相位信息的提取不够理想。对于以上不足,在今后的两路反馈外腔结构激光自混合干涉信号处理中,会进行实验改进以获得更精确的实验数据。

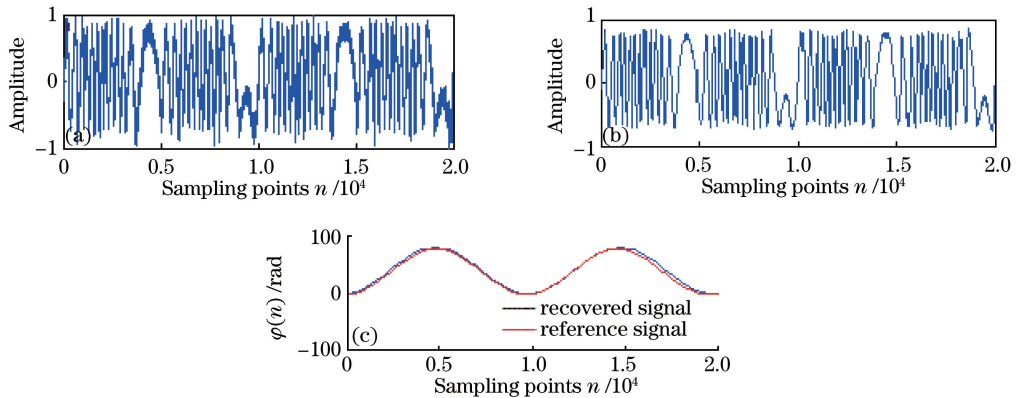


图7 一路自混合干涉信号相位提取。(a) 自混合干涉信号; (b) 自混合干涉信号去噪; (c) 恢复信号与参考信号  
Fig. 7 Phase extraction of one self-mixing interference signal. (a) SMI signal; (b) denoising of SMI signal; (c) recovered signal and reference signal

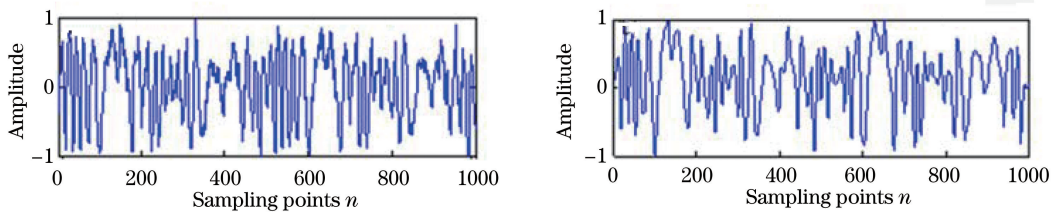


图8 两路反馈外腔自混合干涉实验。(a) 自混合干涉信号; (b) 自混合干涉信号去噪

Fig. 8 Self-mixing interference experiment of two feedback external cavity. (a) SMI signal; (b) denoising of SMI signal

## 5 结 论

对两路反馈外腔结构 SMI 信号在弱光反馈条件下从理论数值研究上证实了所提出算法的有效性。将小波软阈值和 EEMD 相结合的算法应用于 SMI 信号的去噪,恢复了 SMI 信号的基本特征,达到了较好的去噪效果,并保持了信号的原有特征。对去噪后的 SMI 信号进行希尔伯特变换提取瞬时相位,经过相位去包裹处理后,正确恢复出了含有光反馈的合成信号相位分布。因为该方法求解的是每一时刻的瞬时相位,不需要任何基函数,因此自适应性较强。对合成信号相位运用 FFT 进行简单滤波并对滤波后的频谱做 IFFT 变换后,可有效地重构出两路外腔物体的运动波形。理论所得结果与外腔做正弦运动条件下的典型激光自混合干涉所得结果类似。将去噪及相位提取方法应用于一路自混合干涉实验数据的处理,达到了较好的相位提取结果,表明该方法具有一定的适用性。对于两路信号相位的提取需要进一步改进实验以得到更加精确的数据来验证该算法。

## 参 考 文 献

- 1 Beylat J L, Jacquet J. Analysis of DFB semiconductor lasers with external optical feedback[J]. Electronics Letters, 1988, 24(9): 509-510.
- 2 Favre F. Theoretical analysis of external optical feedback on DFB semiconductor lasers[J]. IEEE Journal of Quantum

- Electronics, 1987, 23(1): 81-88.
- 3 Huan Hai, Wang Ming, Hao Hui, *et al.*. Theory and experiment study on self-mixing interference with multiple external reflectors[J]. Chinese J Lasers, 2004, 31(11): 1373-1377.  
宦海, 王鸣, 郝辉, 等. 多外腔自混合干涉现象的理论及实验[J]. 中国激光, 2004, 31(11): 1373-1377.
  - 4 Huan Hai, Zhang Yu, Lu Song, *et al.*. Theory and experiment study on laser self-mixing interference with two feedback external cavity[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(6): 061202.  
宦海, 张雨, 卢松, 等. 两路反馈外腔结构激光自混合干涉理论及实验观察[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(6): 061202.
  - 5 Sun Qinlei, Yang Haitao, Zhou Hailin. Studies to electromagnetic guided wave signal processing based on instantaneous phase method[J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2011, 30(11): 27-29.  
孙钦蕾, 杨海涛, 周海林. 基于瞬时相位法的电磁导波信号处理研究[J]. 国外电子测量技术, 2011, 30(11): 27-29.
  - 6 Ji Yongjian, Wang Hongjun. Research of denoising method for spindle vibration signal based on empirical mode decomposition[J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2015, 5: 35-37.  
籍永建, 王红军. 基于EMD的主轴振动信号去噪方法研究[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2015, 5: 35-37.
  - 7 Gouaux F, Servagent N, Bosch T. Absolute distance measurement with an optical feedback interferometer[J]. Applied Optics, 1998, 37(28): 6684-6689.
  - 8 Yu Yanguang, Guo Changying, Ye Huiying. Vibration measurement based on moderate optical feedback self-mixing interference[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(8): 1430-1434.  
禹延光, 郭常盈, 叶会英. 基于适度光反馈自混合干涉技术的振动测量[J]. 光学学报, 2007, 27(8): 1430-1434.
  - 9 Hu Xianfeng. Observation and analysis on self-mixing interference of multi-longitudinal mode laser diode[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(2): 433-439.  
胡险峰. 多纵模激光二极管自混合干涉的观察和分析[J]. 光学学报, 2010, 30(2): 433-439.
  - 10 Liu Qiang, Wang Ming, Xia Wei, *et al.*. Implementation of real-time displacement precision measurement technology for sinusoidal phase-shifting laser self-mixing interferometer[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(6): 0612011.  
刘强, 王鸣, 夏巍, 等. 正弦相位调制型激光自混合干涉仪的实时位移测量技术[J]. 光学学报, 2014, 34(6): 0612011.
  - 11 Scalise L, Yu Y, Giuliani G, *et al.*. Self-mixing laser diode velocimetry: Application to vibration and velocity measurement[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2004, 53(1): 223-232.
  - 12 Yu Y, Giuliani G, Donati S. Measurement of the linewidth enhancement factor of semiconductor lasers based on the optical feedback self-mixing effect[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2004, 16(4): 990-992.
  - 13 Yang Zhenyu, Wang Ming, Xia Wei, *et al.*. Testing and analysis of large-range displacement measurement precision in sinusoidal phase-modulating self-mixing interferometer[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(4): 0412007.  
杨振宇, 王鸣, 夏巍, 等. 正弦相位调制自混合干涉大范围位移测量精度测试与分析[J]. 光学学报, 2013, 33(4): 0412007.
  - 14 Zhang Zhaoyun, Gao Yang, Zhao Xinghai, *et al.*. FFT phase detection method for self-mixing laser diode micro-displacement measurement[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2010, 47(7): 071201.  
张照云, 高杨, 赵兴海, 等. 激光自混合微位移测量的FFT相位提取方法[J]. 激光与光电子学进展, 2010, 47(7): 071201.
  - 15 Hu Xianfeng. Reconstruction of vibration signal from laser diode self-mixing interference signal[J]. Chinese J Lasers, 2009, 36(6): 1498-1502.  
胡险峰. 从激光二极管自混合干涉信号重建振动信号[J]. 中国激光, 2009, 36(6): 1498-1502.
  - 16 Xiao Jian, Liu Bin, Guo Yalong, *et al.*. Signal processing of microwave interferometer based on Hilbert transform[J]. Journal of Detection & Control, 2010, 32(1): 80-83.  
肖剑, 柳斌, 郭亚龙, 等. 基于希尔伯特变换的干涉仪信号处理[J]. 探测与控制学报, 2010, 32(1): 80-83.
  - 17 Itoh K. Analysis of the phase unwrapping algorithm[J]. Applied Optics, 1982, 21(14): 2470.