

全反射式外差干涉测量微小应力的模拟分析

高 凯

陕西理工学院数学与计算机科学学院, 陕西 汉中 723001

摘要 提出一种利用多次全反射共光程外差干涉技术测量微小应力的光学方法。将一个具有两种偏振状态(s偏振与p偏振)的外差光源入射,通过光栅产生+1阶衍射光,光栅受拉应力的拉伸使周期发生变化,+1阶衍射光发生角度偏移。+1阶衍射光入射至长条棱镜内产生全反射,造成s偏振光与p偏振光之间相位差的变化,将该相位差代入推导得到的光栅应力关系中即可求出拉应力。利用棱镜内多次全反射可提高测量精度。根据模拟测量结果可得,入射角为 -5° 、光栅周期为 $10\ \mu\text{m}$ 、全反射次数为30时,拉应力对相位的灵敏度为 $1.500\ \text{N}/(^{\circ})$,解析度为 $0.015\ \text{N}$ 。该方法具有结构简单、测量快速、灵敏度高及不受外界干扰等优点。

关键词 测量外差干涉;全反射;微小应力;光栅;数值模拟

中图分类号 O436.3 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP53.061202

Numerical Simulation of Micro-Stress Measured by Heterodyne Interference Technology Based on Total Reflection

Gao Kai

School of Mathematics and Computer Science, Shaanxi University of Technology, Hanzhong, Shaanxi 723001, China

Abstract An optical method to measure micro-stress based on common-path heterodyne interference technology via multiplet total reflections is presented. A heterodyne light beam with two polarization states (s-polarization and p-polarization) is incident on a grating, the first-order diffraction light is generated. Because the grating is stretched by stress, its period changes thus the first-order diffractive angle has offset. Then, the first-order diffraction beam enters a strip prism and total reflection occurs, which cause the variation in phase difference between the s-polarized and the p-polarized light. By substituting the phase difference into the derived grating stress equation, the stress can be calculated. The measurement accuracy can be improved by multiple total reflections inside the prism. According to the simulation results, when the incidence angle is -5° , the grating period is $10\ \mu\text{m}$, and the number of total reflections is 30, the stress sensitivity to phase is $1.500\ \text{N}/(^{\circ})$ and the resolution is $0.015\ \text{N}$. This method has such advantages as simple structure, rapid measurement, high sensitivity and free from outside disturbance.

Key words measurement; heterodyne interference; total reflection; micro-stress; grating; numerical simulation

OCIS codes 120.3180; 120.4820; 120.4290

1 引言

自激光出现以来,激光干涉已发展成为一项重要的光学测量技术,广泛应用于微小角度、微小位移、表面粗糙度、折射率及生物化学中光学活性等的测量^[1-3]。近年来微型机电元件的高度发展,对精密机械、光电半导体等产业有着十分重要的影响,应力是许多工程应用或元件设计中一个重要参数^[4-5],因此寻找一种结构简单、易于与系统结合、高解析度、成本低、稳定度高、测量即时、不易受环境扰动影响的测量方法非常具有实际意义。以光纤光栅为传感器,利用光纤将光源所产生的光波引导至待测区,待测区中物理量(如应力/应变、温度、折射率等)的变化会造成光波特性的变化,分析光波特性的改变即可推得待测区中物理量的变

收稿日期: 2015-11-26; **收到修改稿日期:** 2016-01-25; **网络出版日期:** 2016-05-26

基金项目: 国家自然科学基金(11401357)、陕西理工学院科研计划(SLGKY12-04)

作者简介: 高凯(1981-),男,硕士,讲师,主要从事计算机数值模拟与分析、智能优化算法等方面的研究。

E-mail: gk2217772@126.com

化^[6-8]。干涉技术利用所输出的干涉信号特性来实现检测,是目前最普遍的非接触式测量方法,可分为不共光路外差式干涉与共光路外差式干涉两种形式^[9-10]。由于共光路外差式干涉技术中参考光与待测光在同一路径进行空间传输,故环境对这两束光所造成的扰动误差是相等的,因而误差也相对较小^[10]。外差干涉的关键在于光源频差的调制,而产生频移的方式有很多种。传统的频移方式有光栅法、旋转检偏板法、旋转波片法等机械式移频法^[11-12],但皆因机械的振动与转动而引起额外的误差,且构造非常复杂;电子式移频方式包括塞曼激光法、半导体激光法、光弹调制法等^[13-14],这类方式具有光源稳定度不佳、易受环境影响等缺点,且构造也较复杂。本文提出一种基于全反射原理的共光路外差式干涉技术来测量物体所受微小应力,在分析测量原理的基础上建立了测量模拟系统,并在不同测量条件下对系统进行计算机数值模拟分析,以期找出最佳测量条件。该方法不易受光源稳定度和环境扰动的影响,且具有结构简单、解析度高和可即时测量的优点。

2 理论分析

2.1 测量微小应力的全反射式外差干涉模拟系统

用于测量微小应力的全反射式外差干涉实验系统如图1所示。将半波片置于电光晶体前来调整p偏振光,以提高干涉信号的对比度;为避免光栅所造成的相位差,利用一块平板玻璃分辨参考光与测试光。光线经平板玻璃反射后,经检偏板 AN_r 的即为参考光, AN_r 穿透轴与 x 轴成 45° 角;穿过平板玻璃后在长条棱镜内发生多次全反射,再经检偏板 AN_t 的即为测试光, AN_t 穿透轴与 x 轴成 45° 角。参考光 E_r 与测试光 E_t 分别被光电探测器 D_r 与 D_t 接收后变为参考信号强度 I_r 与测试信号强度 I_t 送入锁相放大器中作相位解析,即可测出相位差。当一微小应力作用于光栅时,光栅受到应力拉伸而改变 $+1$ 阶衍射光角度,这一微小角度的变化又改变了进入棱镜的入射角 θ 。当 θ 变化时, s 偏振光与 p 偏振光的相位差也随之发生变化,在棱镜内多次全反射后相位差得到放大,进而提高系统灵敏度。

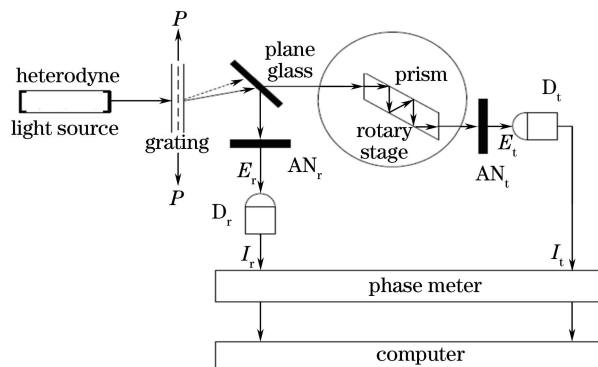


图1 测量微小应力的全反射式外差干涉系统

Fig. 1 Total reflection heterodyne interference system for micro-stress measurement

2.2 拉应力与光栅周期之间的关系

线性光栅的基本结构如图2所示,以 z 轴为光前进方向,在 x 轴上可发现光栅周期 Λ 的变化, y 轴无变化,所以只分析 xz 平面。 k 为衍射级数, n_i 、 n_d 为介质折射率。光栅穿透函数具有 $t(x) = t(x + \Lambda)$ 的性质,故 $t(x)$ 可表示为

$$t(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \exp\left(i \frac{2\pi k}{\Lambda} x\right), \quad (1)$$

式中 C_k 为傅氏系数。一束与 z 轴成 θ_i 角入射的平面波的电场可表示为

$$E_m(x, z=0) = A \exp\left[i\omega t + \left(i \frac{2\pi}{\lambda} n_i\right) x \sin \theta_i\right], \quad (2)$$

式中 A 为振幅, ω 为圆频率, t 为时间, λ 为波长。(1)式与(2)式相乘即为通过光栅的电场:

$$E_{out}(x, z=0) = A \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \exp\left[i\omega t + i2\pi \left(\frac{n_d \sin \theta_k}{\lambda}\right) x\right], \quad (3)$$

由(3)式可得常见的衍射公式为

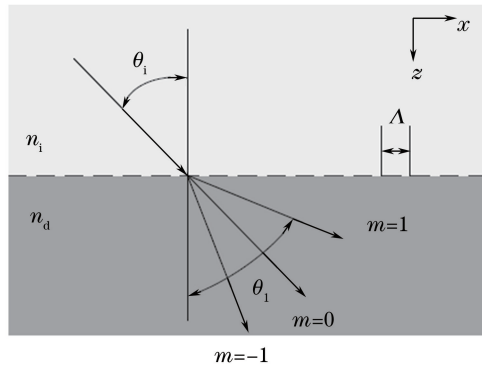


图2 线性光栅的基本结构

Fig. 2 Basic structure of linear grating

$$n_i \sin \theta_i + \frac{k\lambda}{\Lambda} = n_d \sin \theta_k, \quad (4)$$

视光栅片为结构均匀的物体,当外力施加于光栅时,所产生的应变分布均匀,故(4)式可改写为

$$n_i \sin \theta_i = n_d \sin(\theta_k + \Delta\theta_k) - \frac{k\lambda}{\Lambda(1+\epsilon)}, \quad (5)$$

式中 $\Delta\theta_k$ 为拉应力产生的衍射光角度差, ϵ 为应变。 ϵ 可表示为

$$\epsilon = P/EA, \quad (6)$$

式中 E 为光栅的弹性系数, A 为光栅的截面积。在入射角 $\theta_i = 0^\circ$ 的条件下即可得到拉应力与相位差的关系为

$$P = \epsilon EA = -\frac{EA \sqrt{n_d^2 \Lambda^2 - k^2 \lambda^2}}{k\lambda} \Delta\theta_k, \quad (7)$$

2.3 全反射引起的相位变化

当一束线偏振光在两种不同的介质边界上满足全反射条件时, p 偏振光与 s 偏振光会被引入不同的相位延迟,由菲涅耳公式可知该相位延迟与光的入射角及介质折射率有关^[15]。当入射角已知时,可由延迟的相位量求出两种介质折射率的相对关系。当一共光程外差光源的 p 偏振光与 s 偏振光经过相同路径时,在两种介质的边界上发生全反射后分别引入不同的相位延迟,其入射角与反射率及相位差的关系如图 3 所示。假设两种介质的折射率分别为 n_1 和 n_2 , 则 s 偏振光和 p 偏振光发生全反射的光振幅分别为

$$r_s = \frac{\cos \theta_1 - i \sqrt{\sin^2 \theta_1 - (1/n)^2}}{\cos \theta_1 + i \sqrt{\sin^2 \theta_1 - (1/n)^2}} = \exp(i\delta_s), \quad (8)$$

$$r_p = \frac{(1/n)^2 \cos \theta_1 - i \sqrt{\sin^2 \theta_1 - (1/n)^2}}{(1/n)^2 \cos \theta_1 + i \sqrt{\sin^2 \theta_1 - (1/n)^2}} = \exp(i\delta_p), \quad (9)$$

式中 $n = n_2/n_1 < 1$, δ_p 与 δ_s 分别为经过全反射后 p 偏振光与 s 偏振光产生的相位延迟,

$$\delta_s = -2 \arctan \left[\frac{\sqrt{\sin^2 \theta_1 - (1/n)^2}}{\cos \theta_1} \right], \quad (10)$$

$$\delta_p = -2 \arctan \left[\frac{\sqrt{\sin^2 \theta_1 - (1/n)^2}}{(1/n)^2 \cos \theta_1} \right], \quad (11)$$

$$\varphi = \delta_s - \delta_p = 2 \arctan \left[\frac{\sqrt{\sin^2 \theta_1 - (1/n)^2}}{\tan \theta_1 \sin \theta_1} \right], \quad (12)$$

式中 φ 为外差光源经过一次全反射后 p 偏振光与 s 偏振光产生的相位差。

在图 2 中,当光束在空气中以 θ 角入射到折射率为 n 的长条棱镜中时,入射角 θ 与棱镜内反射角 θ_1 之间的关系可由折射率定律求得,即

$$\theta_1 = 45^\circ + \arcsin(\sin \theta / n), \quad (13)$$

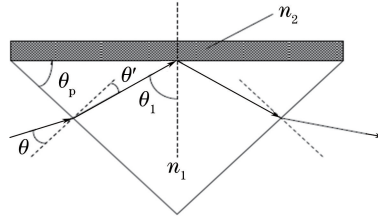


图3 全反射外差干涉技术示意图

Fig. 3 Schematic of heterodyne interference technology based on total reflection

当 θ_1 大于或等于全反射角 θ_c 时,光会在三角形的斜边上产生全反射。经过一次全反射后 p 偏振光与 s 偏振光产生的相位差 φ 可改写为

$$\varphi = 2\arctan \left\{ \frac{\sqrt{\sin^2 [45^\circ + \arcsin(\sin \theta/n)] - 1/n^2}}{\tan [45^\circ + \arcsin(\sin \theta/n)] \sin [45^\circ + \arcsin(\sin \theta/n)]} \right\}, \quad (14)$$

θ 的微小变化量与全反射一次所产生的相位差 φ 可由(14)式微分求得:

$$\Delta\theta = \frac{(n^2 \tan^2 \theta_1 - 1)(n^2 \sin^2 \theta_1 - 1)^{1/2}}{2n \sin \theta_1 [2 - (n^2 - 1) \tan^2 \theta]} \cdot \frac{(n^2 - \sin^2 \theta)^{1/2}}{\cos \theta} \Delta\varphi. \quad (15)$$

(15)式即为光束入射至棱镜时 s 偏振光与 p 偏振光的相位差 $\Delta\varphi$ 与入射角 θ 之间的关系。

若光束在棱镜内经过了多次全反射(图4),则有

$$\begin{cases} l = h \tan(45^\circ + \theta') \\ 1 \times \sin \theta = n \times \sin \theta' \\ m \leq L/l \end{cases} \quad (16)$$

式中 l 为光在长条棱镜内发生一次全反射的光程, h 为棱镜厚度, L 为棱镜总长度, m 为全反射次数。棱镜内发生一次全反射与多次全反射的相位差随 m 的不同会有 m 倍的变化,则 m 次全反射后总相位差 $\Delta\Phi = m\Delta\varphi$, (15)式可改写为

$$\Delta\theta = \frac{(n^2 \tan^2 \theta_1 - 1)(n^2 \sin^2 \theta_1 - 1)^{1/2}}{2n \sin \theta_1 [2 - (n^2 - 1) \tan^2 \theta]} \cdot \frac{(n^2 - \sin^2 \theta)^{1/2}}{\cos \theta} \cdot \frac{\Delta\Phi}{m}, \quad (17)$$

由(17)式可知全反射 m 次后测量灵敏度提高 m 倍。将入射角变化与相位差变化之间的关系代入已知的相位差与拉应力关系式即可计算得到拉应力为

$$\Delta P = \frac{EA \sqrt{n_a^2 \Delta^2 - k^2 \lambda^2}}{k\lambda} \cdot \frac{\partial \theta_k}{\partial \varphi} \cdot \Delta\Phi, \quad (18)$$

式中 $\partial \theta_k / \partial \varphi$ 为光栅 +1 阶衍射角改变造成一次全反射相位差的改变量。

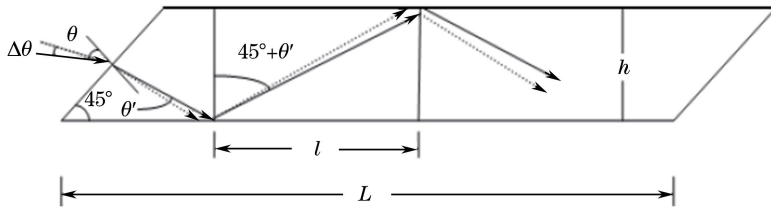


图4 棱镜内光束多次全反射示意图

Fig. 4 Schematic of multiple total reflections of light beam in a prism

3 结果与讨论

3.1 相位差随入射角变化的模拟分析

外差光源以不同角度入射到长条棱镜时,相位差的变化量如图5所示。在折射率 $n=1.515$ 的棱镜底面的全反射临界角 $\theta_c = \arcsin(1/n)$ 。若 $\theta < \theta_c$,图5中相位差 $\varphi=0$ 无变化而不会发生全反射;直至 $\theta > \theta_c$ 时发生全反射现象,如图5中所示此时 θ 约为 -5.6° ;当 $-6^\circ < \theta < 0^\circ$ 时,入射角的微小变化即可引起相位差的较

大改变。图 5 中的斜率 $\partial\theta/\partial\varphi$ 越大表示该区域灵敏度越高,亦即在该区域进行测量时精确度较高。

$-7^\circ < \theta < -2^\circ$ 时相位差随入射角变化规律的放大图如图 6 所示。图中入射角 $\theta < -5.6^\circ$ 时,长条棱镜内反射角小于 θ_c ,不会发生全反射,相位差为零,因而不适合测量应力,实际测量时入射角度须避开该范围。

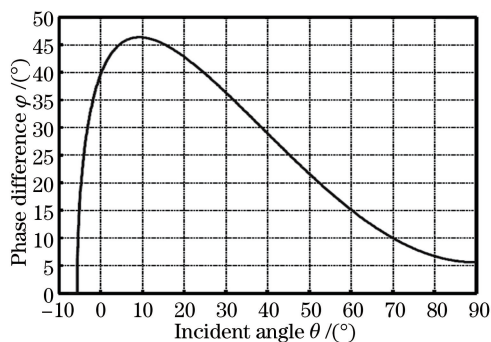


图 5 同一折射率下相位差 φ 随入射角 θ 的变化

Fig. 5 Phase difference φ versus incident angle θ at the same refractive index

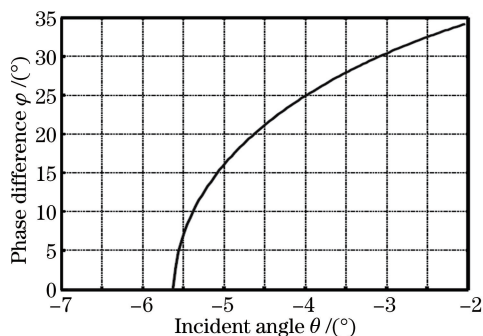


图 6 $-7^\circ < \theta < -2^\circ$ 时图 5 的放大图

Fig. 6 Enlarged Fig. 5 when $-7^\circ < \theta < -2^\circ$

由(15)式数值模拟所得不同折射率条件下相位差 φ 随入射角 θ 的变化如图 7 所示,当棱镜折射率 $n = 1.458, 1.515, 1.614$ 时所得曲线的变化规律基本相同,差别在于开始发生全反射时的临界角有所不同,只要找出各材质相对应的入射角即可得到相似的灵敏度。但棱镜的折射率越接近空气折射率时,可用入射角越小,对应的相位差也越小,因此使用适当的大折射率棱镜时测量范围较宽。

由(17)式数值模拟得到在折射率 $n = 1.5151$ 的长条棱镜中发生多次全反射时产生的总相位差 Φ 随入射角 θ 的变化如图 8 所示。入射角变化量 $\Delta\theta$ 相同时,全反射次数越多产生的相位差变化量 $\Delta\Phi$ 的数值越大;若 $\Delta\theta = -0.0152^\circ$,则 $m = 10$ 时 $\Phi = -0.5^\circ$, $m = 20$ 时 $\Phi = -1.0^\circ$, $m = 30$ 时 $\Phi = -1.5^\circ$,可知单位相位差所测量的应力解析越小。

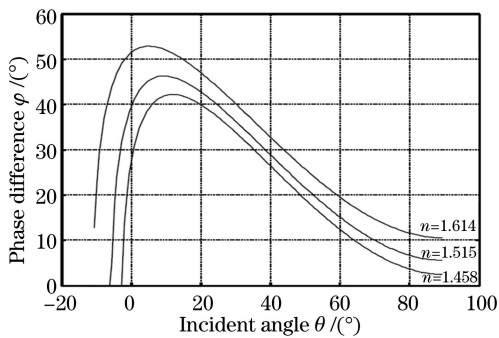


图 7 不同折射率下相位差 φ 随入射角 θ 的变化

Fig. 7 Phase difference φ versus incident angle θ at different refractive indexes

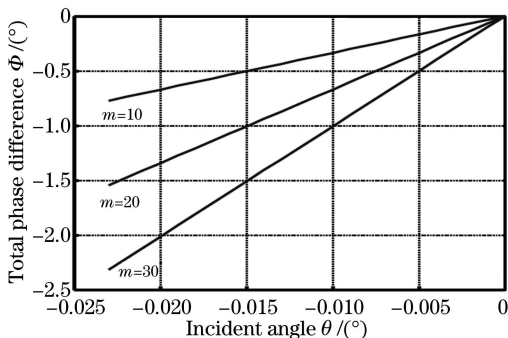


图 8 多次全反射后总相位差 Φ 随入射角 θ 的变化

Fig. 8 Total phase difference Φ versus incident angle θ after multiple total reflections

3.2 相位差随拉应力变化的模拟分析

相位差随拉应力变化的模拟条件如表 1 所示。根据表 1 中所列条件分析得到了不同光栅周期条件下相位差 Φ 随拉应力 P 的变化,结果如图 9 所示。可知光栅所受应力相同时,光栅周期越短,相位差变化越大,系统测量的灵敏度也相对越高。

表 1 不同光栅周期下总相位差 Φ 随拉应力 P 变化的模拟条件

Table 1 Simulation conditions of total phase, difference Φ changing with tensile stress P for different grating periods

Wavelength λ/nm	Refractive index of prism	Grating period $\Lambda/\mu\text{m}$	Elastic modulus E of grating $/(\text{N} \cdot \text{m}^{-2})$	Cross section area of grating A/m^2	Number of total reflection m	Tensile strain increment of grating
632.8	1.5151	10, 5, 1	1.08×10^9	1.25×10^{-6}	1	$\Delta\epsilon = 0.001, \epsilon_{\text{max}} = 0.01$

全反射次数 $m = 1$ 且入射角 $\theta = -2.0^\circ$ 时相位差随拉应力的变化如图 10 所示。由图 10 可知初始入射

角 $\theta = -2.0^\circ$ 时在棱镜内进行一次全反射时模拟所得应变量为 0, 此时相位差变化也为 0; 随着应变从 0.001, 0.002, ..., 逐渐增至 0.01 时, 相位差逐渐减小为 -0.08° , 经由 x 轴横坐标转换为所受拉应力坐标, 此时拉应力由 0 逐渐增至 13 N。

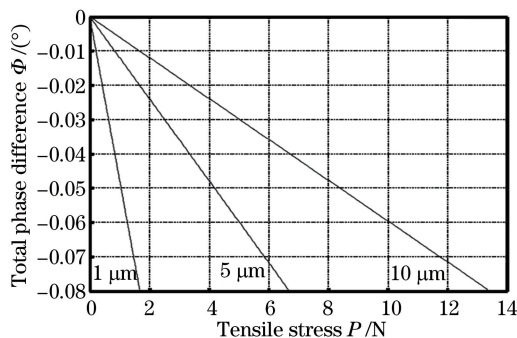


图 9 不同光栅周期下总相位差 Φ 随拉应力 P 的变化

Fig. 9 Total phase difference Φ versus tensile stress P at different grating periods

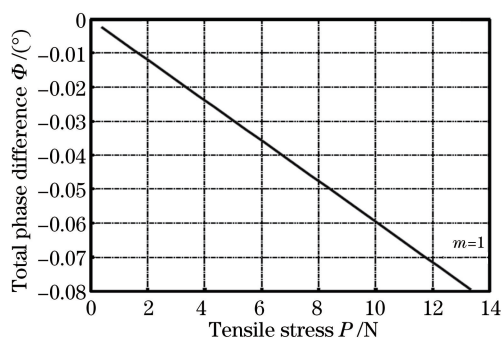


图 10 全反射次数 $m=1$ 且入射角 $\theta = -2.0^\circ$ 时总相位差 Φ 随拉应力 P 的变化

Fig. 10 Total phase difference Φ versus tensile stress P when $m=1$ and $\theta = -2.0^\circ$

图 11 为全反射次数 $m=30$ 且入射角 $\theta = -2.0^\circ, -3.5^\circ, -5.0^\circ$ 时模拟所得相位差随拉应力的变化。由图 11 可知应变同为 0.005 时, 相同的应变表示受到相同的应力, 受到拉应力后 $\theta = -2.0^\circ$ 时相位差由 0 变为 -0.04° , $\theta = -5.0^\circ$ 时相位差由 0 变为 -0.14° 。由此可知入射角 $\theta = -5.0^\circ$ 时所得相位差变化较大, 即斜率 $\partial\theta/\partial\varphi$ 较大, 表示灵敏度较高, 因此在斜率较大处进行应力测量可获得更为理想的解析结果。

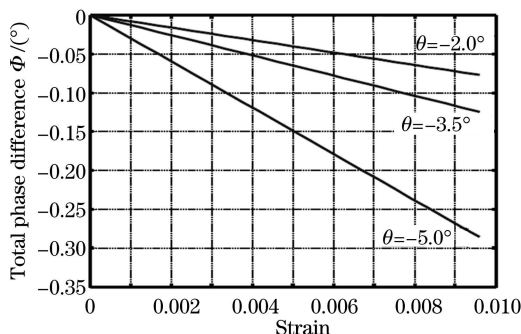


图 11 $m=1$ 时不同入射角条件下总相位差随应变的变化

Fig. 11 Total phase difference Φ versus strain for different incident angles when $m=1$

3.3 系统解析度模拟分析

系统的灵敏度 S 可表示为

$$S = \partial P / \partial \Phi, \quad (19)$$

式中 ∂P 为光栅所受应力改变量, $\partial \Phi$ 为应力变化时对应的相位差改变量。假设无其他误差, 由(15)式可知测量旋转角度的误差 $\Delta\theta$ 与入射角 θ 的大小及相位解析度 $\Delta\varphi$ 有关。系统所用锁相放大器可判读的最小相位改变量为 0.01° , 光栅周期为 $10 \mu\text{m}$, 全反射次数为 30, 进入长条棱镜的入射角分别为 $-2.0^\circ, -3.5^\circ, -5.0^\circ$ 时, 拉应力对相位灵敏度及系统解析度结果如表 2 所示。

表 2 灵敏度与解析度模拟结果

Table 2 Simulation results of sensitivity and resolution

Incident angle in prism $\theta / (^\circ)$	Stress sensitivity to phase $/ [N / (^\circ)]$	System resolution $/ N$
-2.0°	5.43	0.0543
-3.5°	3.49	0.0349
-5.0°	1.50	0.0150

4 结 论

基于共光路外差干涉技术与全反射原理模拟研究了测量物体所受微小应力的方法。发生一次全反射时模拟得到了可选取的入射角范围,该入射角会影响测量精度;经过长条棱镜多次全反射可使 s 偏振光与 p 偏振光的相位差增大,从而提高测量精度;选取折射率较大的棱镜会使测量范围较宽;在不同光栅周期条件下进行模拟时,光栅周期较小时测量精度更为理想。入射角度接近全反射临界角、发生多次全反射、使用高折射率的长条棱镜且光栅周期较短的条件下进行测量时可以使相位差较大,测量精度更高。模拟系统中拉应力对相位的灵敏度最高可达 $1.500 \text{ N}/(^{\circ})$,系统可测量范围最小解析度为 0.015 N 。

参 考 文 献

- 1 Zhang Suxia, Li Fangjia, Liu Jun. Research progress of self-referenced spectral interferometry on the characterization of femtosecond pulses[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2014, 51(1): 010001.
张素侠, 李芳家, 刘军. 自参考光谱干涉法测量飞秒脉冲的研究进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2014, 51(1): 010001.
- 2 Shang R B, Chen S C, Li C S, *et al.*. Spectral modulation interferometry for quantitative phase imaging[J]. *Biomedical Optics Express*, 2015, 6(2): 473-479.
- 3 Jo T, Kim K R, Kim S R, *et al.*. Thickness and surface measurement of transparent thin-film layers using white light scanning interferometry combined with reflectometry[J]. *Journal of the Optical Society of Korea*, 2014, 18(3): 236-243.
- 4 Yu Pan, Ji Minning. Stress element analysis method of the birefringence in stress-induced fiber [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2015, 52(2): 020604.
余盼, 季敏宁. 应力光纤双折射的应力微元分析方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2015, 52(2): 020604.
- 5 Oliver J B, Kupinski P, Rigatti A L, *et al.*. Stress compensation in hafnia/silica optical coatings by inclusion of alumina layers[J]. *Optics Express*, 2012, 20(15): 16596-16610.
- 6 Zhang Guihua, Chai Jing, Li Xujuan, *et al.*. Research on strain transfer of surface fiber grating sensor [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2014, 51(1): 010601.
张桂花, 柴敬, 李旭娟, 等. 基片式光纤光栅应变传感器的应变传递研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2014, 51(1): 010601.
- 7 Zhou F, Jin L, Liang Y Z, *et al.*. Spatial sensitivity characterization of dual-polarization fiber grating laser sensors[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2015, 33(19): 4151-4155.
- 8 Zhang Xianlun, Zhang Zaibing, Qu Yong, *et al.*. Research of long period bending photonic crystal fiber grating sensors [J]. *Laser Technology*, 2015, 39(4): 571-575.
余先伦, 张仔兵, 屈勇, 等. 弯曲长周期光子晶体光纤光栅传感器的研究[J]. *激光技术*, 2015, 39(4): 571-575.
- 9 Liu Qing, Zhou Jinsong, Nie Yunfeng, *et al.*. Manufacture tolerance analysis of solid Mach-Zehnder interferometer in large aperture static imaging spectrometer[J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2014, 34(7): 2000-2004.
柳青, 周锦松, 聂云峰, 等. 大孔径静态干涉光谱成像系统(LAS IS)中实体 Mach-Zehnder 干涉仪加工误差容限分析[J]. *光谱学与光谱分析*, 2014, 34(7): 2000-2004.
- 10 Lou Benzhuo. A common-path heterodyne interferometer technique for measurement of optical activity of liquid[J]. *Laser Technology*, 2012, 36(1): 5-7.
娄本焄. 一种测量液体旋光特性的共光路外差干涉技术[J]. *激光技术*, 2012, 36(1): 5-7.
- 11 Du Jun, Qu Yanchen, Zhao Weijiang, *et al.*. Measuring error of phase modulation laser Doppler shift measuring method [J]. *ActaOpticaSinica*, 2014, 34(7): 0712001.
杜军, 曲彦臣, 赵卫疆, 等. 相位调制激光多普勒频移测量方法的误差研究[J]. *光学学报*, 2014, 34(7): 0712001.
- 12 Yang Tao. Design and implementation of simultaneous measurement system of large range displacement and angle based on laser heterodyne interferometry[D]. Hangzhou: Zhejiang Sci-Tech University, 2015.
杨涛. 激光外差干涉大范围位移和角度同时测量系统的设计与实现[D]. 杭州: 浙江理工大学, 2015.
- 13 Wu Weijun, Wang Xiong, Xiao Hu, *et al.*. Experimental study on suppression of stimulated Brillouin scattering in 2 μm -band fiber laser based on phase modulation[J]. *Chinese J of Lasers*, 2014, 41(10): 1005002.
伍惟骏, 王雄, 肖虎, 等. 相位调制法抑制 $2 \mu\text{m}$ 光纤激光受激布里渊散射效应的实验研究[J]. *中国激光*, 2014, 41(10): 1005002.

- 14 Lou Benzhuo, Sun Yanqing, Huang Chaojun, *et al.*. Study and measurement of the refractive index distribution of biological tissue based on P polarized light[J]. Journal of Shaanxi University of Technology(Natural Science Edition), 2014, 30(2): 66-69.
娄本浊, 孙彦清, 黄朝军, 等. 生物组织折射率分布的 P 偏光测量研究[J]. 陕西理工学院学报(自然科学版), 2014, 30(2): 66-69.
- 15 Chen Siyin, Tian Dan, He Fangjun, *et al.*. The study of light interface reflection characteristics[J]. Physical Experiment of College, 2015, 28(3): 29-31.
陈思音, 田丹, 何芳君, 等. 光的界面反射特性研究[J]. 大学物理实验, 2015, 28(3): 29-31.