

基于单模-多模光纤悬臂梁型振动传感器的研究

王红日 高仁喜 殷焱焯 付荣鹏 刘一 李敏 范光华 曲士良

哈尔滨工业大学(威海)理学院光电科学系, 山东 威海 264209

摘要 提出了一种基于多模干涉效应(MMI)的单模-多模-间隙-单模(SMGS)光纤悬臂梁振动传感器。采用光束传播法(BPM)对这种结构的光传输性能进行数值模拟,并通过有限元分析方法对光纤悬臂梁进行了振动模式分析,从理论上优化设计了该类光纤振动传感结构。在实验上制备了长度为22 mm的悬臂梁结构,详细研究了多模区光纤的长度对声频振动响应的影响。实验结果表明,该SMGS振动传感器在130 Hz时响应效果最好,对应的声压灵敏度为4 mV/mPa,线性相关系数为0.9962,线性度和可重复性良好,并且实验结果和理论模拟结果相符合。这种光纤振动传感器具有制备工艺简单、成本较低和灵敏度高等特点,有望应用于对某些具有特殊振动频率点的远距离振动传感。

关键词 光纤光学; 光纤振动传感器; 多模干涉; 自映像效应; 悬臂梁

中图分类号 O436 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP53.060601

Vibration Sensor Based on Single Mode-Multimode Optic-Fiber Cantilever Structure

Wang Hongri Gao Renxi Yin Yanxuan Fu Yongpeng Liu Yi

Li Min Fan Guanghua Qu Shiliang

Department of Optoelectronic Information Science and Engineering,

College of Science, Harbin Institute of Technology at Weihai, Weihai, Shandong 264209, China

Abstract A kind of novel fiber cantilever vibration sensor with the structure of single mode-multimode-gap-single mode (SMGS) fiber is proposed based on the effect of multimode interference. The beam propagation method (BPM) is adopted to simulate the light propagation in the fibers. The finite element model of the cantilever is established in order to analyze the vibration characteristics of the optic-fiber cantilever, and the optimal design of this kind of fiber vibration sensors is conducted in theory. In the experiments, the fiber cantilevers with the length of 22 mm are fabricated by four different lengths of multimode fibers. The characteristics of cantilevers vibration with different lengths of multimode fibers are analyzed in details. The experimental results agree well with the theoretical simulation results. It shows that the proposed SMGS sensor has the maximum sensitivity of 4 mV/mPa at the frequency point of 130 kHz and the linear correlation coefficient of 0.9962. The experimental results indicate that this kind of sensor has a linear response and good repeatability within given sound pressure level. The proposed sensor maintains the advantages of easy-preparation, low-cost and high-sensitivity, which is expected to be applied to the field of the remote vibration sensing of some special resonance frequency points.

Key words fiber optics; fiber vibration sensors; multimode interference; self-imaging effect; cantilever

OCIS codes 060.2370; 060.2310; 280.4788

收稿日期: 2016-01-06; **收到修改稿日期:** 2016-01-07; **网络出版日期:** 2016-05-20

基金项目: 国家自然科学基金(11574064)、威海市科技攻关项目(2012DXGJ06)

作者简介: 王红日(1991-),女,硕士研究生,主要从事光纤传感方面的研究。E-mail: wanghongrihit@163.com

导师简介: 高仁喜(1977-),男,博士,副教授,硕士生导师,主要从事光纤传感器及其应用方面的研究。

E-mail: gaorenxi@163.com(通信联系人)

1 引言

在航空航天、机械车辆和土木建筑等工程领域,对机械振动的测量或监测可以为传感器的运行和健康状况提供重要的信息,已成为当前传感技术中的重要组成部分。传统的振动传感器,如电感式和压电式振动传感器,已经有大量应用,但对于一些在强电磁干扰、潮湿和高温高压等恶劣环境中的探测,这些传感器无法满足工程的需要。光纤振动传感器凭借其尺寸小、结构轻便、测量范围广、灵敏度高,及抗电磁干扰能力强等优点^[1-4],近年来得到了迅速发展。

基于悬臂梁结构的光纤振动传感器,由于具有制备工艺简单和灵敏度高等特点,已经引起了众多研究者的关注。Su等^[5]提出一种纳米尺寸的锥形光纤悬臂梁全光纤结构,作为悬臂梁的锥形光纤尖端可用作光探针。Xu等^[6]将两根单模光纤封装在石英毛细管里,通过调整悬臂梁偏转角,实现了高灵敏度、宽动态范围和响应线性度良好的振动检测。但上述结构都是采用单模光纤制备,单模光纤由于纤芯直径很小(9 μm 左右),存在耦合对准难的问题,一旦对准有偏差,其光耦合效果将大大降低,整个器件的振动传感性能将受很大的影响。然而,如果完全采用多模光纤结构,虽然悬臂梁结构部分的耦合效果得到了改善,但不适合长距离传输光。

近几年来,单模-多模-单模结构光纤传感器(SMS)成为研究的热点之一,已经有关于折射率传感^[7]、应力应变传感^[8]、温度传感^[9-11]和振动传感^[12-13]等方面研究的报道。SMS光纤结构的工作原理是光从单模光纤入射到多模光纤时会激励起多个 LP_{0m} 模式,这些模式在多模光纤中传输时产生多模干涉效应(MMI)^[14-15],当满足一定条件,在多模光纤的特定位置会产生自映像效应,而输出的单模光纤恰好熔接在自映像点处,此时输出光的耦合效率最高。

在SMS结构光纤传感器的基础上,本课题组提出了一种基于单模-多模-间隙-单模(SMGS)的新型光纤传感结构,其中悬臂梁由单模光纤熔接多模光纤构成,而输出端的单模光纤和多模光纤中间为很薄的空气间隙。在静止状态下,光从多模光纤传出后在空气间隙继续传播,此时其自映像点在空气间隙中,而该结构的输出单模光纤恰好在自映像点位置处,这样输出的光效率最高;当有外界振动时,悬臂梁发生部分振动,输出光强将随之变化,实现振动传感目的。本文采用光束传输法(BPM)对光在SMGS光纤结构内部传输特性进行数值模拟,确定多模光纤中自映像点的位置。利用ANSYS Workbench有限元分析软件建立不同长度的悬臂梁的几何模型,并进行振动模态分析。采用光纤熔接技术,制备单模-多模光纤悬臂梁结构传感器。实验结果表明,优化设计SMGS的结构参数后,制备出的SMGS光纤悬臂梁结构振动传感器与传统的单模-空气间隙-单模(SGS)光纤传感器相比,具有较高的灵敏度,可应用于远距离在线的振动传感。

2 基本原理

2.1 多模干涉效应

根据单模光纤圆对称特点,假定输入光场为 $E(r, 0)$ 。当光从单模光纤进入多模光纤时,会激励起一些相互独立的本征模 LP_{0m} ,假设 LP_{0m} 模的场分布为 $F_m(r)$,忽略多模光纤中的少量辐射模^[16],可以得到

$$E(r, 0) = \sum_{m=1}^M c_m F_m(r), \quad (1)$$

式中 c_m 为模式的激励系数,它可以表示为 $E(r, 0)$ 和 $F_m(r)$ 的二重积分形式,即

$$c_m = \frac{\int_0^\infty E(r, 0) F_m(r) r dr}{\int_0^\infty F_m(r) F_m(r) r dr}。 \quad (2)$$

多模光纤中被激励起的 LP_{0m} 模的模式数为 $M \approx V/m$,其中 $V = (2\pi/\lambda)a \sqrt{n_{\text{co}}^2 - n_{\text{cl}}^2}$, a 为多模光纤纤芯半径, n_{co}^2 和 n_{cl}^2 分别是多模光纤纤芯和包层的折射率, λ 为在自由空间传播时的波长。

因此光在多模光纤中传输距离为 z 的场分布可以表示为^[17-18]

$$E(r, z) = \sum_{m=1}^M c_m F_m(r) \exp(i\beta_m z), \quad (3)$$

式中 β_m 为多模光纤本征模的传播常数。根据多模干涉理论可知^[19], 在多模光纤中的自镜像点位置 L_m (距离多模光纤输入端) 可以表示为

$$L_m = m \left(\frac{3L_\pi}{4} \right), m = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (4)$$

式中 m 为自镜像点的个数, L_π 为光拍长度。

2.2 悬臂梁的弯曲振动

采用的梁是欧拉-伯努利梁^[20], 具有一端固定、另一端自由的悬臂梁结构, 其横向弯曲无阻尼自由振动的主振型函数为

$$\Phi(x) = A \left[\cosh \gamma l - \cos \gamma l - \frac{\cos \gamma l + \cosh \gamma l}{\sin \gamma l + \sinh \gamma l} (\sinh \gamma x - \sin \gamma x) \right], \quad (5)$$

式中 A 为待定常数, l 为悬臂梁长度, γ 为特征根。由数值方法求得 $\gamma_1 l = 1.8751$, $\gamma_2 l = 4.6941$, $\gamma_3 l = 7.8548$, 当 $n \geq 4$ 时, $\gamma_n l = (n-1/2)\pi$ 。

悬臂梁的固有频率为

$$f_n = \frac{\gamma_n^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\eta}{S\rho}}, n = 1, 2, 3, \dots, \quad (6)$$

式中 S 为横截面积, ρ 为密度, η 为抗弯刚度。将 γ_1 的数值代入(6)式, 可以求出前三阶固有频率 f_1 , f_2 和 f_3 分别为

$$f_1 = \frac{(1.8751)^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{\eta}{S\rho}}, f_2 = \frac{(4.6941)^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{\eta}{S\rho}}, f_3 = \frac{(7.8548)^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{\eta}{S\rho}}. \quad (7)$$

3 理论模拟

3.1 SMGS 结构中光传输特性的数值模拟

SMGS 光纤传感结构中的单模光纤选用 Corning 公司生产的 SMF-28 光纤, 纤芯折射率为 1.4504, 包层折射率为 1.4447, 纤芯直径为 $8.2 \mu\text{m}$, 包层直径为 $125 \mu\text{m}$, 输入波长为 1550 nm ; 多模光纤为 Nufern 公司生产的 MM-S-105/125-22A 光纤, 纤芯折射率为 1.4667, 纤芯直径为 $105 \mu\text{m}$, 包层直径为 $125 \mu\text{m}$ 。

采用 BPM 对光在 SMGS 光纤结构内部的传输特性进行数值模拟, 结果如图 1 所示。光从输入单模光纤进入多模光纤, 在多模光纤中激励起多个 LP_{0m} 模, 这些模式在向前传播的过程中相互叠加并发生干涉。通过 BPM 模拟发现, 在多模光纤中传播长度约为 10.86 mm 时(距离多模光纤的输入端), 出现第一个自映像点, 此时自映像点落在多模光纤端面处。将多模光纤长度设为 10.76 mm , 光从多模光纤传出后在空气间隙继续传播, 空气间隙为 $200 \mu\text{m}$, 此时自映像点落入空气间隙中, 将输出单模光纤对准并恰好放置在自映像点位置, 此时耦合进入输出单模光纤的能量最强, 耦合效率为 0.9849 , 如图 2 所示。

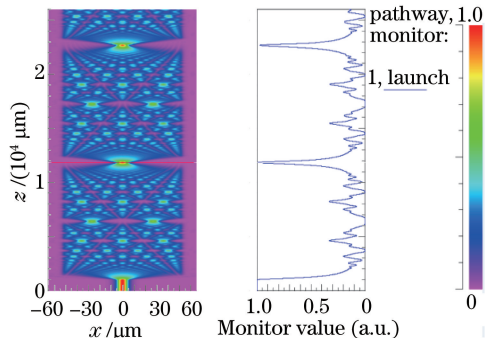


图 1 单模-多模光纤结构中光传输特性的数值模拟

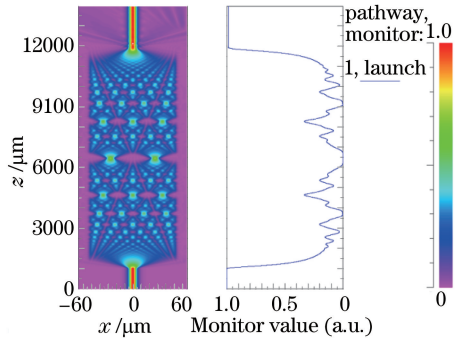


图 2 多模长度为 10.76 mm 的 SMGS 传感结构光传输数值模拟

Fig. 1 Light propagation simulation within the single-mode-multimode fiber structure

Fig. 2 Light propagation simulation within the SMGS structure with the length of the multimode fiber about 10.76 mm

3.2 悬臂梁 ANSYS Workbench 模态分析

悬臂梁结构由单模光纤和多模光纤熔接构成,多模光纤端为自由端,结构示意图如图 3 所示,多模光纤长度为 z ,悬臂梁总长为 L 。采用 ANSYS Workbench 有限元分析软件建立不同长度的光纤悬臂梁的几何模型,并进行振动模态分析。由于在力学性能上,单模光纤和多模光纤的性能参数很接近,故可将整个悬臂梁结构的材料选为纯二氧化硅玻璃,具体参数为:弹性模量 $E = 76.7 \text{ GPa}$,密度 $\rho = 2650 \text{ kg/m}^3$,泊松比 $\mu = 0.17$ 。根据(7)式计算得到不同长度的悬臂梁一阶固有频率,并与软件模拟得到的一阶固有频率对比,由图 4 可知 ANSYS Workbench 软件模拟结果与理论(7)式的计算结果吻合效果良好。对悬臂梁的结构参数进行优化设计,选择长度为 22 mm 悬臂梁进行模态分析,得到 1~6 阶模态固有频率分别为 194.3、194.3、1217.6、1217.6、3408.6、3408.6 Hz。

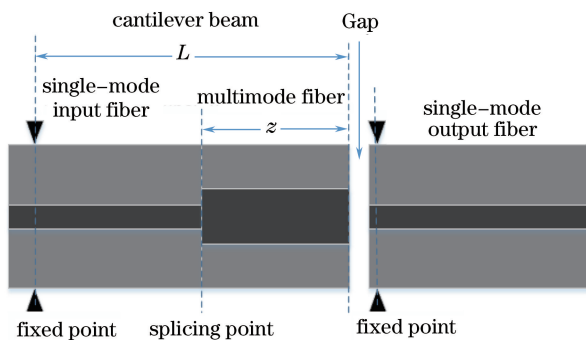


图 3 单模-多模光纤悬臂梁结构示意图

Fig. 3 Schematic configuration of single mode-multimode optical-fiber cantilever structure

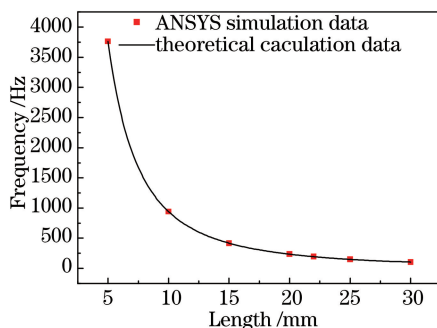


图 4 一阶固有频率理论计算值与模拟值对比

Fig. 4 Contrast of theoretical calculation value and simulation value for first-order natural frequency

4 实验制备与测试结果分析

采用光纤熔接技术,将单模光纤与多模光纤熔接,显微镜下观察的结构如图 5 所示,并对多模光纤的长度在第一自映像点位置附近进行切割,实验上制备了 4 种单模-多模光纤结构,多模光纤的长度分别为: $z_a = 8.74 \text{ mm}$, $z_b = 9.89 \text{ mm}$, $z_c = 11.25 \text{ mm}$, $z_d = 15.01 \text{ mm}$ 。将这 4 种单模-多模光纤结构,制备成总长度 L 为 22 mm 的悬臂梁,通过三维精密调整装置将输出单模光纤放置在与悬臂梁在同一轴线的位置上并用环氧树脂热固定,整个结构固定在玻璃片上。输出单模光纤和多模光纤中间为很薄的空气间隙,输出光纤连接到光电探测器上,实现光强度信号的光电转换和后继信号采集处理。

将上述 4 种 SMGS 光纤振动传感结构接入如图 6 所示的实验装置,其中包括高稳定激光光源、传感部分、扬声器、光电(O/E)转换和采集模块。高稳定激光光源的波长为 1550 nm,输出功率为 4.5 mW。在实验过程中,需要保持室内环境安静,扬声器与传感部分的距离为 3 m,扬声器播放相同声压级(70 dB)不同频率的声波信号作用于悬臂梁上,导致悬臂梁发生形变,使其与输出单模光纤轴线之间发生偏移,导致耦合进入输出单模光纤的光强发生变化,从而实现振动传感的目的。通过 LabVIEW 软件编写的程序实时观测并储存时域和频域信号。

实验上测量了频率范围为 50~1000 Hz 的不同单频声音的振动响应,得到 4 种 SMGS 传感结构传感器的频谱响应如图 7(a)~(d)所示。从图 7(a)和(b)可以看出,当多模光纤长度未超过光在多模光纤中传播产生的第一个自映像点的位置距离(理论模拟值为 10.86 mm)时,多模光纤的长度越接近 10.86 mm,耦合进入输出单模光纤的光功率越大,因此 $z_b = 9.89 \text{ mm}$ 的光纤传感结构的传感器比 $z_a = 8.74 \text{ mm}$ 的光纤传感结构的传感器灵敏度高;从图(c)和(d)可知,当多模光纤长度大于 10.86 mm 时,自映像点在多模光纤中,因光进入空气间隙时光束发散,多模光纤长度越长耦合到输出单模光纤的光功率降低,导致 SMGS 结构的振动灵敏度降低。在制备的 4 种 SMGS 传感结构中, $z_b = 9.89 \text{ mm}$ 的光纤传感结构传感器的振动灵敏度最高。因此,可得出只有当多模光纤区的长度值接近理论模拟值时,产生的自镜像点落入空气中,并且将输出单模光纤端调整到接近这一自镜像点处时,该结构的光功率耦合效率最高,振动传感效果最好。

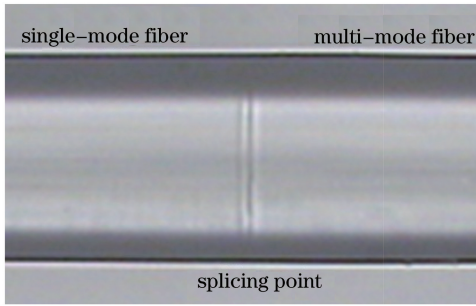


图5 单模-多模光纤熔接处的显微照片

Fig. 5 Optical micrograph of splicing points between single-mode fiber and multimode fiber

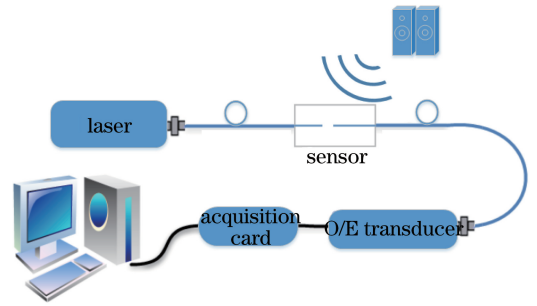


图6 振动传感实验装置图

Fig. 6 Schematic experimental setup for vibration sensing

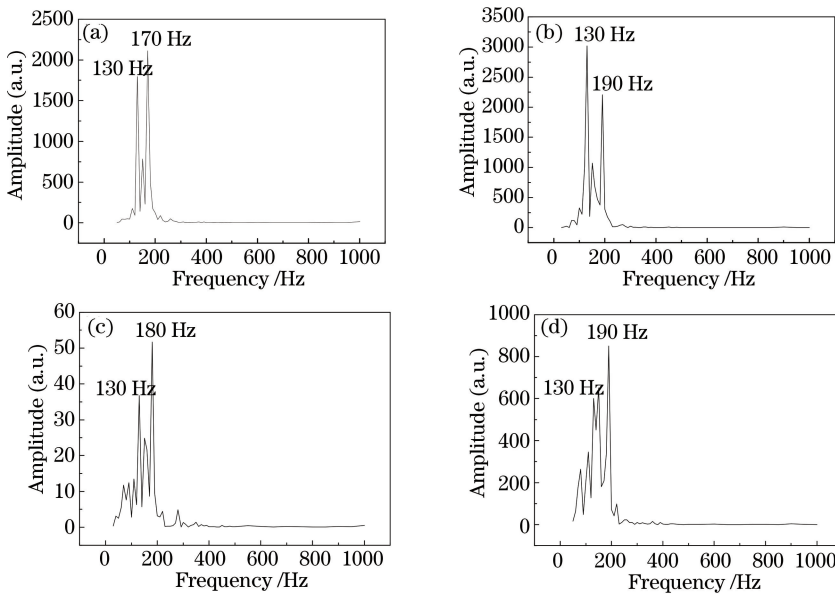


图7 不同多模光纤长度的 SMGS 结构传感器频谱响应

(a) $z_a = 8.74$ mm; (b) $z_b = 9.89$ mm; (c) $z_c = 11.25$ mm; (d) $z_d = 15.01$ mm

Fig. 7 Frequency spectra of SMGS structure with different multimode fiber lengths.

(a) $z_a = 8.74$ mm; (b) $z_b = 9.89$ mm; (c) $z_c = 11.25$ mm; (d) $z_d = 15.01$ mm

由于在理论计算时,选择的是纯二氧化硅玻璃参数,与实验中用到的光纤材料存在一定偏差。并且实验中是在保证悬臂梁总长不变的条件下,多模光纤长度不同导致单模光纤的长度不同。单模光纤与多模光纤的力学参数稍微不同,但是在模拟时都按纯石英玻璃力学参数。所以实验测得的 SMGS 结构传感器响应最灵敏的位置在固有频率(190 Hz)附近和三分之二的固有频率(130 Hz)附近,此值与理论计算值之间存在微小的偏差(偏差为 4.3 Hz)。

在本实验中,还制备了传统的单模-间隙-单模(SGS)光纤结构,悬臂梁的长度同为 22 mm 的单模光纤悬臂梁,在其他实验条件不变的前提下,测得其频谱响应如图 8 所示。通过对比两类光纤悬臂梁振动传感结构可知,SMGS($z_b = 9.89$ mm)传感结构幅值响应是传统的单模光纤悬臂梁传感结构(SGS)的 6~7 倍;并且相对于传统的单模光纤悬臂梁结构,本实验中的 SMGS 悬臂梁振动传感结构具有易于对准和传感灵敏度高的优势。

为了检测传感器的线性度和声压灵敏度,将所制备的振动灵敏度最高的 SMGS($z_b = 9.89$ mm)光纤悬臂梁结构置于频率为 130 Hz 的声环境中,同时在该光纤振动传感器的附近放置一标准声级计来测量该处声波的声压。通过改变声源信号强弱,将一系列不同声压的声波作用于该光纤传感器上,测量的时域波形(经过降噪滤波处理后的信号)如图 9 (a)所示。从图 9 (a)可看出,在 6.325~63.246 mPa(50 dB~70 dB)声压

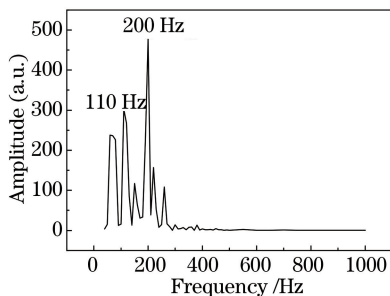
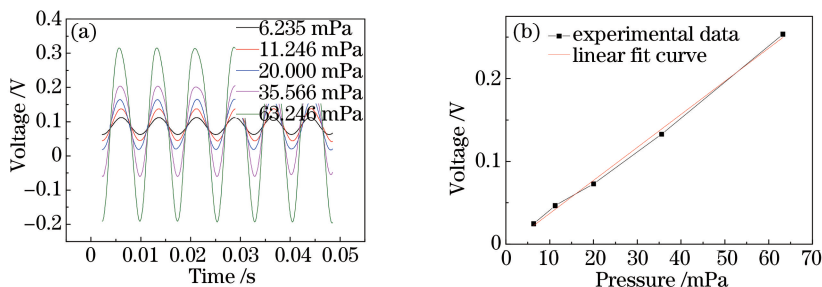


图 8 单模光纤悬臂梁结构传感器的频谱响应

Fig. 8 Frequency spectrum of single-mode fiber cantilever sensor

作用下,测得的信号电压幅度随声压增大而增大。图 9(b)为在 130 Hz 频率点处所测信号的 $1/2V_{pp}$ 与声压之间的关系曲线图(V_{pp} 为采集信号的峰和谷之间的电压差),通过数据分析可知该曲线的线性相关系数为 0.9962,可看出该结构具有较好的线性响应特征。通过计算,得到该传感器在 130 Hz 时的声压灵敏度为 4 mV/mPa,说明该 SMGS 悬臂梁结构型光纤振动传感器具有较高的灵敏度。

图 9 (a) 130 Hz 时,不同声压作用下传感器时域响应; (b) 130 Hz 时, $1/2V_{pp}$ 与声压关系曲线Fig. 9 (a) Output amplitude of sensor in time domain varies with different acoustic pressures at 130 Hz;
(b) relationship between $1/2V_{pp}$ and acoustic-pressure at 130 Hz

5 结 论

提出了一种新颖的基于多模干涉效应的单模-多模-间隙-单模光纤振动传感器。采用 BPM 和 ANSYS 有限元分析法分别对光在 SMGS 光纤结构内的传输特性和悬臂梁振动情况进行模拟,优化设计了该类传感器的结构参数。实验上制备了一系列传感结构,验证了理论模拟结果。对制备的 SMGS($z_b=9.89$ mm)光纤传感器,发现在 130 Hz 处的响应效果最好,对应的声压灵敏度达到 4 mV/mPa。同理,通过改变结构参数,也可实现在其他频率点进行高灵敏度振动传感。这种结构的光纤传感器具有制备工艺简单,成本较低,线性度和可重复性良好,以及灵敏度高优点,可满足远距离在线监测某些具有特殊振动频率点的工程需要。

参 考 文 献

- Han Ping, Xie Yongquan, Liu Yang. Research of all-fiber micro-vibration multiplexing sensors[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(3): 0305004.
韩 屏, 谢涌泉, 刘 阳. 分布式全光纤微振动传感器研究[J]. 中国激光, 2014, 41(3): 0305004.
- Lu Wengao, Sun Qizhen, Wo Jianghai, *et al.*. High sensitivity micro-vibration sensor based on distributed Bragg reflector fiber laser[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(7): 0728006.
鲁文高, 孙琪真, 沃江海, 等. 基于分布布拉格反射光纤激光器的高灵敏度微振动传感器[J]. 光学学报, 2014, 34(7): 0728006.
- Wang He, Sun Qizhen, Li Xiaolei, *et al.*. Progress in optical fiber interferometer based distributed vibration sensing technology[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2013, 50(2): 020004.
王 贺, 孙琪真, 李晓磊, 等. 干涉型分布式光纤振动传感技术的研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2013, 50(2): 020004.

- 4 B Lee. Review of the present status of optical fiber sensors[J]. *Optical Fiber Technology*, 2003, 9(2): 57-79.
- 5 L Su, S R Elliott. All-fiber microcantilever sensor monitored by a low-cost fiber-to-tip structure with subnanometer resolution[J]. *Optics Letters*, 2010, 35(8): 1212-1214.
- 6 Ben Xu, Jianqing Li, Yuanyuan Pan, *et al.*. Temperature-insensitive fiber cantilever vibration sensor based on a fiber-to-fiber structure[J]. *Chinese Optics Letters*, 2014, 12(2): 020604.
- 7 R X Gao, W J Liu, Y Y Wang, *et al.*. Design and fabrication of SMS fiber refractometer for liquid[J]. *Sensors and Actuators A*, 2012, 179: 5-9.
- 8 Peng Shijun, Liu Yanan, Xue Jinlai, *et al.*. Design of multi-mode fiber tunable optical filter based-on strain[J]. *Chinese J Lasers*, 2011, 38(5): 0505004.
彭石军, 刘亚南, 薛金来, 等. 基于应变的多模光纤可调谐光纤滤波器设计[J]. *中国激光*, 2011, 38(5): 0505004.
- 9 Pengbing Hu, Zhemin Chen, Mei Yang, *et al.*. Highly sensitive liquid-sealed multimode fiber interferometric temperature sensor[J]. *Sensors and Actuators A*, 2015, 223: 114-118.
- 10 Renxi Gao, Qiang Wang, Fang Zhao, *et al.*. Optimal design and fabrication of SMS fiber temperature sensor for liquid[J]. *Optics Communications*, 2010, 283(16): 3149-3152.
- 11 Huang Zejia, Li Qiang, Xu Yaqin, *et al.*. Research on temperature sensing characteristics based on modular interference of single-mode-multimode-single-mode fiber[J]. *Chinese J Lasers*, 2013, 40(6): 0605001.
黄泽钡, 李强, 徐雅芹, 等. 基于单模-多模-单模光纤模间干涉的温度传感特性研究[J]. *中国激光*, 2013, 40(6): 0605001.
- 12 Yong Zhao, Xuegang Li, Fanchao Meng, *et al.*. Avibration-sensing system based on SMS fiber structure[J]. *Sensors and Actuators A*, 2014, 214: 163-167.
- 13 Wang Hongliang, Zhou Haoqiang, Gao Hong, *et al.*. Fiber grating acceleration vibration sensor with double uniform strength cantilever beams[J]. *Journal of Optoelectronics·Laser*, 2013, 24(4): 635-641.
王宏亮, 周浩强, 高宏, 等. 基于双等强度悬臂梁的光纤光栅加速度振动传感器[J]. *光电子·激光*, 2013, 24(4): 635-641.
- 14 H F Talbot. Facts relating to optical science. No. IV [J]. *Journal of Science*, 1836(9): 401-407.
- 15 A H Morshed. Self-imaging in single mode-multimode-single mode optical fiber sensor[C]. *IEEE, Saudi International Electronics, Communications and Photonics Conference*, 2011: 1-5.
- 16 Qian Wang, Gerald Farrell, Wei Yan. Investigation on single-mode-multimode-single-mode fiber structure [J]. *J Lightwave Technol*, 2008, 26(5): 512-519.
- 17 L B Soldano, E C M Penning. Optical multi-mode interference devices based on self-imaging: Principles and applications [J]. *J Lightwave Technol*, 1995, 13(4): 615-627.
- 18 W S Mohammed, A Mehta, E G Johnson. Wavelength tunable fiber lens based on multimode interference [J]. *J Lightwave Technol*, 2004, 22(2): 469-477.
- 19 J E Antonio-Lopez, A Castillo-Guzman, D A May-Arrijoja, *et al.*. Tunable multimode-interference bandpass fiber filter [J]. *Optics Letters*, 2010, 35(3): 324-326.
- 20 张相庭, 王志培, 黄本才, 等. *结构振动力学*[M]. 上海: 同济大学出版社, 2005: 93-99.