

外差激光干涉仪非线性误差分析及测量

乐燕芬 句爱松

上海理工大学上海市现代光学系统重点实验室, 上海 200093

摘要 对外差激光干涉仪中的非线性误差理论进行了综述,着重分析了一阶、二阶非线性误差的形成机理、非线性误差的大小及表现形式,并对非线性误差检测和补偿方法的研究进展进行了详细阐述和分析,指出了各类方法的应用特点,为开展这一方向的后续研究提供理论基础。

关键词 测量;非线性误差;外差干涉;误差分析

中图分类号 TH744.3 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP53.051203

Analysis and Measurement of the Nonlinear Errors in Heterodyne Interferometers

Le Yanfen Ju Aisong

Shanghai Key Laboratory of Modern Optical System, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China

Abstract The nonlinear errors theory in heterodyne interferometer is summarized, in which the formation mechanism, size and expressive form of first-order and second-order nonlinear errors are analyzed emphatically. The research progress of nonlinear error detection and compensation method is elaborated in detail, and the application characteristics of various methods are pointed out. It provides a theoretical foundation for further research on the nonlinearity to improve the accuracy of heterodyne interferometer.

Key words measurement; nonlinear errors; heterodyne interferometry; error analysis

OCIS codes 120.3180;140.3430;230.0250

1 引言

外差激光干涉仪的结构简单,抗干扰能力强,检测方便,通过相位比较即可达到很高的测量分辨率,在纳米测量中有着独特的优势和广泛的应用。理论上,激光干涉仪工作时,激光源发出的两个具有一定频率差的正交线偏振光,经偏振分光镜分光后,两个偏振分量分别经测量臂和参考臂后各自携带相应的相移信息,经干涉后获得与被测长度呈线性关系的拍频信号。而在实际应用中,由于存在各种可能的非理想因素,使得干涉光路中两种频率的偏振光不能完全分开,从而使被测信号中出现一个附加的周期相位误差。这一相位误差使测得的相位位移和实际被测长度不呈线性关系,且该误差随着被测长度的变化以 2π 为周期变化,形成一个较大的周期性非线性误差,其幅值可达几个纳米。对于纳米测量系统而言,这一相位误差成为影响测量精度的一项重要误差源。

国内外的专家学者对这一非线性误差给予了高度重视,经过二三十年的研究形成了完整、系统的非线性误差理论^[1-9]。而在超精密测量领域,如何消除非线性误差,达到亚纳米甚至10 pm的测量精度,以及设计无非线性误差的新型外差干涉仪成为各国学者的研究重点。英国国家物理实验室(NPL)、德国联邦物理技术研究院(PTB)、荷兰代尔夫特理工大学、台湾清华大学以及国内上海理工大学、哈尔滨工程大学等研究院所的学者在这一方向均有所突破^[10-13]。本文从外差激光干涉仪中非线性误差的形成、误差的大小和表现形

收稿日期: 2015-11-18; **收到修改稿日期:** 2015-12-14; **网络出版日期:** 2016-04-15

基金项目: 国家自然科学基金(51075280)

作者简介: 乐燕芬(1978—),女,博士,讲师,主要从事微纳米检测技术的研究。E-mail: leyanfen@usst.edu.cn

式、以及误差的检测和补偿出发,系统阐述这一理论的历史研究成果,为外差激光干涉仪实际应用中检测和补偿非线性误差、提高测量精度提供借鉴。

2 非线性误差的产生

激光干涉仪在实际应用中,由于激光源的偏振态不理想或不稳定,使出射光呈现椭圆偏振态;光学元件性能不理想,如偏振分光镜的偏振漏光、偏振分光的正交误差等会改变测量光束的偏振态;光学元件安装调整误差,如干涉光偏振轴与偏振分光元件分光轴不匹配、波片位置不精确,以及干涉系统中透射光学元件的剩余反射(即“鬼点反射”)和光束在系统各折射面之间多次反射、散射等引起“杂散光”(也称“寄生虚反射”)等,这些因素均会使干涉光路中两种频率的偏振光不能完全分开,从而导致干涉臂中并不是某一确定偏振态的单一频率光束,而可能混叠有另一频率或另一偏振态的光束。

由于多种因素影响,这种“混叠”状态在两条干涉臂中都可能存在,从而使得被测信号中出现一个附加的周期相位误差。这一现象最早由制造外差激光干涉仪的美国惠普公司于1983年首次发现^[14],并由 Sutton 在1987年首次实验验证了在测量信号里存在一个随被测长度变化、以光学相位差 2π 为周期的4 nm的非线性误差,以及一个以 π 为周期的更小的非线性误差(后来把它们分别称为一阶和二阶非线性误差)^[15]。几乎同时,国内学者也测得了这个非线性误差,并推导了描述非线性误差的数学模型^[16]。在此基础上,不少专家学者对引起混叠的各因素及其影响程度进行了系统的分析^[17-24]。下面对稳定的外差激光干涉仪中的主要误差源进行分析。

2.1 偏振非正交引起的混叠

由迈克耳孙干涉仪的测量原理可知,两束正交线偏振光经偏振分光镜(PBS)分束后,各自进入测量臂和参考臂。当激光器发射光束的偏振面非正交时,或因安装误差与PBS确定的分光轴不匹配时,光束就会出现混叠。

图1(a)中, z 轴为光束传输方向, x 、 y 轴由PBS偏振分光面决定。这样,实际光束在 x 、 y 轴的投影如图1(b)所示。 θ_1 、 θ_2 分别为光束实际偏振方向与PBS的分光方向之间的夹角。从图中可看出,经PBS透射的光束为

$$B \cos \theta_2 \exp(i\omega_2 t) + \alpha_f \exp(i\omega_1 t), \quad (1)$$

而反射光束则为

$$A \cos \theta_1 \exp(i\omega_1 t) + \beta_f \exp(i\omega_2 t), \quad (2)$$

式中 α_f 是参考信号 ω_1 在 x 轴(透射轴)上的投影, β_f 是测量信号 ω_2 在 y 轴(反射轴)上的投影。这样,透射的测量光中除了 ω_2 还包含有参考信号的频率分量 ω_1 ,对参考信号也是如此。这种由非正交偏振或安装误差导致的偏振轴与分光轴不匹配而引入的混叠称为频率混叠。一般情况下, θ_1 、 θ_2 小于 5° ,这样 α_f 、 β_f 与 A 、 B 的比值约为0.09。

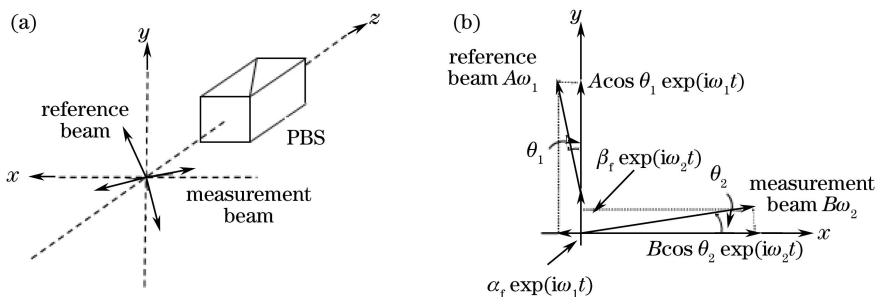


图1 (a) 非正交偏振和 (b) 安装误差引起的混叠

Fig. 1 Mixing caused by (a) non-orthogonal polarization and (b) misalignment

2.2 椭圆偏振态引起的混叠

通常,激光源出射的光并不是理论上两束相互正交的线偏振光,而是如图2呈现的椭圆偏振光。假设参考光产生了椭圆极化,其椭偏角为 ρ ,则经PBS透射后的光束为

$$B \exp(i\omega_2 t) + \alpha_f \exp[i(\omega_1 t + \pi/2)], \quad (3)$$

而反射光束则为

$$A \cos \rho \exp(i\omega_1 t), \quad (4)$$

式中 α_f 是参考信号 ω_1 在 x 轴(透射轴)上的投影, 这样透射的测量信号中不仅有测量频率 ω_2 , 同时也包含有参考频率 ω_1 , 透射的测量光产生了频率混叠。同理, 当测量光的偏振态也由线偏振转化为椭圆偏振时, 也会对参考光产生频率混叠。对一台商用的激光器来说, 椭圆偏度(主轴与次轴上分量的比值)的典型值为 0.08。

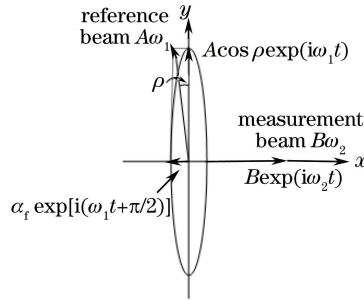


图 2 参考光产生椭圆极化对测量光的影响

Fig. 2 Elliptical polarization effect of reference beam on measurement beam

除了激光源的非理想性, 激光干涉系统中通常有波片、PBS、非偏振分光镜、镀膜实体角锥棱镜等光学元件, 这些光学元件的装调误差或非理想性均可能改变光束的偏振态, 使其由线偏振态转化为椭圆偏振态, 并引入频率混叠。如采用塞曼激光器的干涉仪中, 出射光为两束圆偏振光, 理想情况下, 通过 $1/4$ 波片后成为两束相互正交的线偏振光, 由于波片相位延迟偏离 $\pi/2$ 或者波片快慢轴的方位角装调存在误差, 与光轴非 45° 时, 则出射光不再是线偏振光, 而成为椭圆偏振光。再比如, 因非偏振分光镜的分光膜或玻璃具有双折射现象, 当双折射的方向与激光束的两个偏振方向不一致时, 光束经过分光镜后也会改变偏振态, 转化为椭圆偏振态, 由此引入混叠。

2.3 PBS 漏光引起的混叠

PBS 是外差干涉仪的关键光学器件之一。所谓 PBS 的漏光是指在偏振分光时, 应该被反射的偏振光没有完全反射, 而是有部分透射; 或者该透射的偏振光没有完全透射, 有部分反射。图 3 给出了 PBS 的漏光对测量信号的影响, 这一现象也同样存在于参考信号中。图中实线表示理想情况下, 测量信号全部被 PBS 透射, 经测量镜并两次经过 $1/4$ 波片后由 PBS 全部反射。而实际由于 PBS 存在漏光, 小部分测量光会反射, 经参考镜和 $1/4$ 波片后, 这一小部分测量光中的大部分又会被 PBS 反射, 但其中小部分因为漏光会透射, 并与从测量臂返回的测量光混叠在一起(如图中虚线所示), 此时检偏器接收的信号为

$$B \exp(i\omega_2' t) + \beta_p \exp(i\omega_2 t), \quad (5)$$

同样, PBS 漏光对参考信号的作用也使得检偏器接收的参考信号为

$$A \exp(i\omega_1 t) + \alpha_p \exp(i\omega_1' t). \quad (6)$$

偏振分光镜漏光形成的这种混叠通常也称为“偏振混叠”。由于偏振分光镜的漏光一般都在 10^{-2} 以下,

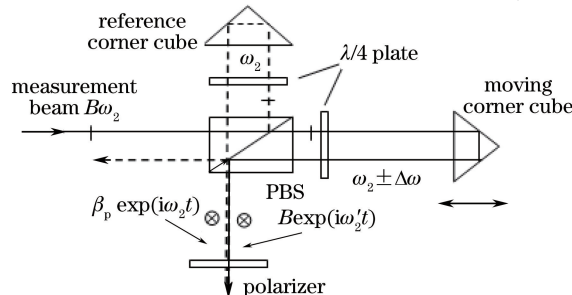


图 3 测量光偏振漏光示意图

Fig. 3 Schematic diagram of polarization leakage of the measurement beam

而且大部分干涉仪中,光束至少要通过偏振分光镜两次,所以到达接收器之前大部分漏光分量被滤除,最后的漏光在 10^{-4} 以下,通常可以忽略。所以在外差激光干涉仪中引起非线性误差的主要原因是频率混叠,后续的分析也主要针对前述各种原因导致的频率混叠引起的非线性误差。

3 非线性误差分析

当外差激光干涉仪因为各种原因导致频率混叠时,其结果就是在某一频率的干涉臂上出现了另一个频率分量,使得两束不同频率的激光携带的相位信息发生混乱。

图4虚线框内给出了一个存在频率混叠的迈克尔孙外差干涉仪的原理框图^[1]。由于某种原因,实际应用时,干涉仪参考臂上的 s 分量是 $A\omega_1$ 上混叠了频率分量 $\beta\omega_2$, 而在测量臂上的 p 分量则是 $B\omega'_2$ 上混叠了频率分量 $\alpha\omega'_1$, 这样,干涉臂上的信号经干涉到达检偏器时,各偏振分量可表示为

$$\begin{aligned} E_{m1} &= A \exp[i(\omega_1 t + \Phi_{m1})] + \beta \exp[i(\omega_2 t + \Phi_{\beta})], \\ E_{m2} &= \alpha \exp[i(\omega'_1 t + \Phi_{\alpha})] + B \exp[i(\omega'_2 t + \Phi_{m2})], \end{aligned} \quad (7)$$

式中 Φ_{m1} 、 Φ_{m2} 、 Φ_{α} 、 Φ_{β} 为测量镜静止时各频率分量确定的初始相位,测量镜位移引入的相位移体现在 ω' 中,在检偏器上的分布如图5所示。

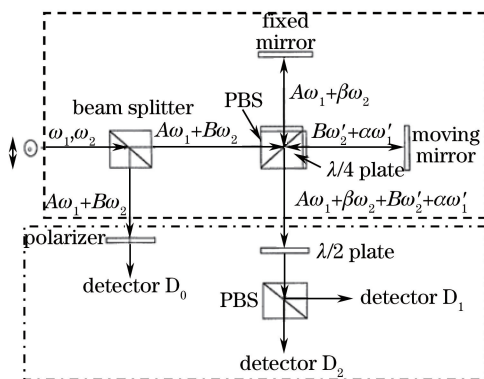


图4 存在频率混叠的迈克尔孙外差干涉仪原理框图

Fig. 4 Configuration of the heterodyne Michelson interferometer in presence of frequency mixing

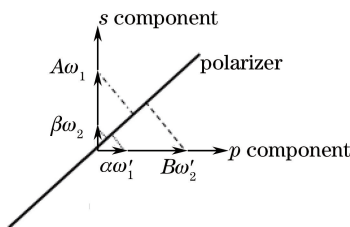


图5 频率混叠信号在检偏器上的干涉

Fig. 5 Interference of frequency mixing signal on the detector

一般情况下,检偏器与偏振方向成 45° 放置,这样除了由 $A\omega_1$ 与 $B\omega'_2$ 干涉形成的拍频信号(测量信号)外,还有因频率混叠产生的 $A\omega_1$ 与 $\beta\omega_2$ 、 $B\omega'_2$ 与 $\alpha\omega'_1$ 以及 $\alpha\omega'_1$ 与 $\beta\omega_2$ 形成的干涉拍频信号,因此,在光电探测器上接收到的信号可表示为

$$\begin{aligned} I_m \propto (E_{m1} + E_{m2})(E_{m1} + E_{m2})^* = & \\ & 0.5(A^2 + B^2 + \alpha^2 + \beta^2) + AB \cos[(\omega_1 - \omega'_2)t + (\Phi_{m2} - \Phi_{m1})] + \\ & A\alpha \cos[(\omega_1 - \omega'_1)t + (\Phi_{m1} - \Phi_{\alpha})] + A\beta \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + (\Phi_{m1} - \Phi_{\beta})] + \\ & B\beta \cos[(\omega_2 - \omega'_2)t + (\Phi_{\beta} - \Phi_{m2})] + B\alpha \cos[(\omega'_1 - \omega'_2)t + (\Phi_{\alpha} - \Phi_{m2})] + \\ & \alpha\beta \cos[(\omega'_1 - \omega_2)t + (\Phi_{\alpha} - \Phi_{\beta})], \end{aligned} \quad (8)$$

式中 $\omega'_2 = \omega_2 + \Psi(t)$, $\omega'_1 = \omega_1 + \Psi(t)$, 其中 $\Psi(t)$ 为测量镜位移引入的多普勒频移,考虑到相移 $\Delta\varphi = \Psi t$ 缓慢变化,接近直流(DC)信号,因此经过高通滤波,滤除 DC 及接近 DC 的分量后

$$I_{m,ac} \propto \cos[\Delta\omega t - (\Phi_{m2} - \Phi_{m1}) + \Delta\varphi] + (\beta/B)\cos[\Delta\omega t - (\Phi_{m1} - \Phi_{\beta})] + (\alpha/A)\cos[\Delta\omega t - (\Phi_{\alpha} - \Phi_{m2})] + [\alpha\beta/(AB)]\cos[\Delta\omega t - (\Phi_{\alpha} - \Phi_{\beta}) - \Delta\varphi], \quad (9)$$

式中 $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$, 是干涉所得的拍频信号, $\Delta\varphi$ 是测量镜位移引入的相位移, 包含了与干涉臂位移成正比的相位信息。考虑到外差干涉测量是一种增量式的相对相移测量, 因此为分析简便, 在非线形误差分析时可先不考虑初始相位 Φ_{m1} 、 Φ_{m2} 、 Φ_{α} 、 Φ_{β} , (9)式可进一步简写为

$$I_{m,ac} \propto \cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi) + [(A\beta + \alpha B)/(AB)]\cos(\Delta\omega t) + [\alpha\beta/(AB)]\cos(\Delta\omega t - \Delta\varphi) = \cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi) + \Gamma_1\cos(\Delta\omega t) + \Gamma_2\cos(\Delta\omega t - \Delta\varphi), \quad (10)$$

式中 $\Gamma_1 = (A\beta + B\alpha)/(AB)$, $\Gamma_2 = \alpha\beta/(AB)$ 。当 α, β 为零, 也即干涉仪无混叠时, (10)式只有第1项携带了测量信息的拍频信号。当 α, β 不为零时, 后两项则构成了外差干涉仪的非线性误差, $\alpha/A, \beta/B$ 表示干涉臂中的频率混杂程度, 体现在 Γ_1 和 Γ_2 中。对(10)式进一步分析, 可得

$$I_{m,ac} \propto \cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi) + \Gamma_1\cos(\Delta\omega t) + \Gamma_2\cos(\Delta\omega t - \Delta\varphi) = [(1 + \Gamma_2)\cos(\Delta\varphi) + \Gamma_1]\cos(\Delta\omega t) - (1 - \Gamma_2)\sin(\Delta\varphi)\sin(\Delta\omega t), \quad (11)$$

在笛卡尔坐标系中, 以 $\cos(\Delta\omega t)$ 和 $\sin(\Delta\omega t)$ 分别作为 x 轴和 y 轴画出相位图。

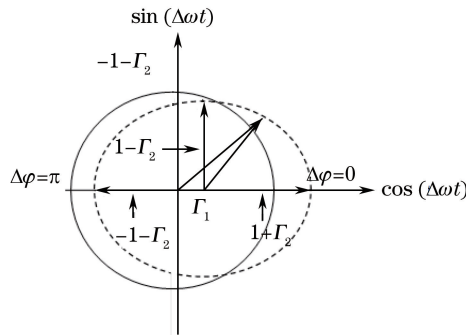


图6 非线性误差的相位表示图

Fig. 6 Phase diagram of two quadrature components

图6中, 圆心在原点的实线圆表示无频率混叠时的情况, 虚线表示的圆心偏移 Γ_1 、半径变化 Γ_2 的椭圆则表示存在混叠时的情况。综合考虑 Γ_1 和 Γ_2 , 对(10)式作如下变换:

$$I_{m,ac} \propto \cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi) + \Gamma_1\cos(\Delta\omega t) + \Gamma_2\cos(\Delta\omega t - \Delta\varphi) = [1 + \Gamma_1\cos(\Delta\varphi) + \Gamma_2\cos(2\Delta\varphi)]\cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi) + [\Gamma_1\sin(\Delta\varphi) + \Gamma_2\sin(2\Delta\varphi)]\sin(\Delta\omega t + \Delta\varphi) = A^{**}\cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi - \gamma^*), \quad (12)$$

式中

$$A^{**} = \sqrt{[1 + \Gamma_1\cos(\Delta\varphi) + \Gamma_2\cos(2\Delta\varphi)]^2 + [\Gamma_1\sin(\Delta\varphi) + \Gamma_2\sin(2\Delta\varphi)]^2}, \quad (13)$$

$$\gamma^* = \arctan\left[\frac{\Gamma_1\sin(\Delta\varphi) + \Gamma_2\sin(2\Delta\varphi)}{1 + \Gamma_1\cos(\Delta\varphi) + \Gamma_2\cos(2\Delta\varphi)}\right],$$

其中测量信号除了 $\Delta\varphi$ 的干涉相移, 还多了一项附加相移 γ^* , γ^* 即为干涉仪的非线性误差, 其随测量信号的相移 $\Delta\varphi$ 周期性变化。幅度 Γ_1 分量引入的非线性误差与相移 $\Delta\varphi$ 同周期, 为一阶非线性误差; 幅度 Γ_2 分量引入的非线性误差周期为 $\Delta\varphi$ 的2倍, 为二阶非线性误差。图7(a)给出了测量相移在2个周期内的非线性误差及一阶和二阶分量。从图7(a)容易看出, 一阶非线性误差与测量相移周期一致, 而二阶非线性误差的周期则是测量相移周期的一半。图7(b)则给出了不同混叠条件下, 也即 $\alpha/A, \beta/B$ 均为 $1/9$ 时($\Gamma_1 = 2/9, \Gamma_2 = 1/81$), 以及混杂程度分别为 $1/9, 2/9$ 时($\Gamma_1 = 3/9, \Gamma_2 = 2/81$)的非线性误差情况。实线表示非线性误差, 虚线表示一阶误差。从图中可以看出, 每个频率分量均存在10%混叠时, 非线性误差在 $0.07\pi(12.6^\circ)$ 以内, 对应于图4所示的干涉仪则存在11 nm左右的位移误差。

总体而言, 一阶非线性误差存在于所有激光干涉仪中, 在一般的激光干涉仪中, 可达10~20 nm, 在优质的激光干涉仪中也存在数纳米的非线性误差; 而二阶非线性误差不仅存在于外差激光干涉仪中, 也同样存在于单频激光干涉仪中。在通常情况下, 二阶非线性误差对干涉仪位移的影响在0.1 nm以下, 在高精度干涉

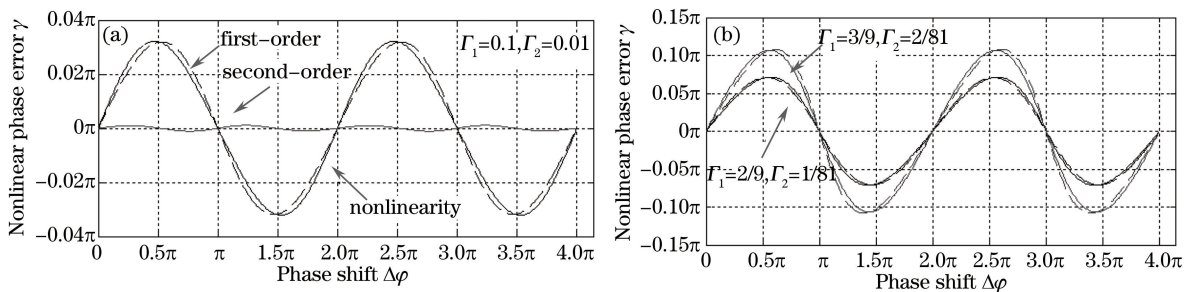


图 7 (a) 非线性误差与相移的关系曲线图; (b) 不同混叠下的非线性误差

Fig. 7 (a) Nonlinear errors changing with phase shift; (b) nonlinear errors with different frequency mixing conditions

仪中此影响会更小。

4 非线性误差的测量与补偿

考虑到激光干涉仪中总是不可避免地存在非线性误差,在实际应用中,当一个基于激光干涉的测量系统搭建后,有必要确定其非线性误差的大小并进行补偿。文献[17]提出了检测非线性误差的实验方法,其原理如图 4 中点画线框内所示。测量信号通过一个 $1/2$ 波片(快轴与偏振方向成 22.5° 放置)使干涉信号中各频率分量的偏振方向旋转 45° ,然后经 PBS 后分别由两个光电探测器 D_1 、 D_2 检测干涉信号。检测器与偏振旋转后的各频率分量的矢量关系如图 8 所示。此时在两个探测器上接收的信号分别为

$$I_{m1} \propto 0.5(E_{m1} + E_{m2})(E_{m1} + E_{m2})^*, I_{m2} \propto 0.5(E_{m1} - E_{m2})(E_{m1} - E_{m2})^*, \quad (14)$$

经高通滤波器后得到的测量信号为

$$\begin{aligned} I_{m1,ac} &\propto AB\cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi) + (\beta/B)\cos(\Delta\omega t) + (\alpha/A)\cos(\Delta\omega t) + \alpha\beta\cos(\Delta\omega t - \Delta\varphi) \propto \\ &\cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi) + \Gamma_1\cos(\Delta\omega t) + \Gamma_2\cos(\Delta\omega t - \Delta\varphi) = A_1^{**}\cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi - \gamma_1^*), \\ I_{m2,ac} &\propto -AB\cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi) + (\beta/B)\cos(\Delta\omega t) + (\alpha/A)\cos(\Delta\omega t) - \alpha\beta\cos(\Delta\omega t - \Delta\varphi) \propto \\ &-\cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi) + \Gamma_1\cos(\Delta\omega t) - \Gamma_2\cos(\Delta\omega t - \Delta\varphi) = A_2^{**}\cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi - \gamma_2^* + \pi), \end{aligned} \quad (15)$$

式中

$$\begin{aligned} A_1^{**} &= \sqrt{[1 + \Gamma_1\cos(\Delta\varphi) + \Gamma_2\cos(2\Delta\varphi)]^2 + [\Gamma_1\sin(\Delta\varphi) + \Gamma_2\sin(2\Delta\varphi)]^2}, \\ A_2^{**} &= \sqrt{[1 - \Gamma_1\cos(\Delta\varphi) + \Gamma_2\cos(2\Delta\varphi)]^2 + [-\Gamma_1\sin(\Delta\varphi) + \Gamma_2\sin(2\Delta\varphi)]^2}, \\ \gamma_1^* &= \arctan\left[\frac{\Gamma_1\sin(\Delta\varphi) + \Gamma_2\sin(2\Delta\varphi)}{1 + \Gamma_1\cos(\Delta\varphi) + \Gamma_2\cos(2\Delta\varphi)}\right], \\ \gamma_2^* &= \arctan\left[\frac{-\Gamma_1\sin(\Delta\varphi) + \Gamma_2\sin(2\Delta\varphi)}{1 - \Gamma_1\cos(\Delta\varphi) + \Gamma_2\cos(2\Delta\varphi)}\right]. \end{aligned}$$

比较 (15) 式中两个探测器的信号,可发现两个探测器接收的信号中第 1 项相移信号分量与第 3 项二阶误差分量符号相反,第 2 项一阶误差分量符号相同。比较 $I_{m1,ac}$ 和 $I_{m2,ac}$ 两个信号的相位可得

$$\varphi_\gamma = \gamma_1^* - \gamma_2^* - \pi. \quad (16)$$

考虑到 α/A 、 β/B 是干涉臂中两个不同频率的光混杂比例, Γ_1 、 Γ_2 通常远小于 1,因此有 $\gamma_1^* \approx -\gamma_2^*$ 。同时考虑到相位比较是增量式测量, π 是常数对测量结果无影响,因此系统的非线性误差 γ 满足:

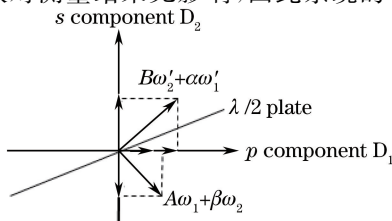


图 8 两探测器中的各频率分量

Fig. 8 Beam components on two detectors

$$\varphi_v \approx 2\gamma \approx 2\Gamma_1 \sin(\Delta\varphi). \quad (17)$$

这样,用图 4 的方法,利用 1/2 波片结合 PBS,采用两个接收器 D_1 、 D_2 接收信号相位相减即可获得干涉系统的非线性误差。这种检测方法不需要参考量,可直接测得系统的非线性误差,且是以差分检测的方式,消除了被检测信号中的主要相移信号 $\Delta\varphi$,留下小幅度的误差相移信号,为高精度直接测量系统非线性误差提供了解决方法。

在此基础上,又有学者从频谱域对非线性型误差进行了分析^[22]。由前述可知:

$$I_{m,ac} = \cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi) + \Gamma_1 \cos(\Delta\omega t) + \Gamma_2 \cos(\Delta\omega t - \Delta\varphi). \quad (18)$$

当被测镜以速度 v 匀速运动时,可知

$$\Delta\varphi = \frac{Nvt}{\lambda} \cdot 2\pi, \quad (19)$$

式中 N 为光程倍数,在图 4 搭建的干涉系统中, $N=2$ 。把(19)式代入(18)式可得

$$I_{m,ac} = \cos\left[\left(\Delta\omega + \frac{4\pi v}{\lambda}\right) \cdot t\right] + \Gamma_1 \cos(\Delta\omega t) + \Gamma_2 \cos\left[\left(\Delta\omega - \frac{4\pi v}{\lambda}\right) \cdot t\right]. \quad (20)$$

从(20)式可知,测量信号中包含了 3 个频率分量: $\Delta\omega + 4\pi v/\lambda$ 、 $\Delta\omega$ 、 $\Delta\omega - 4\pi v/\lambda$ 。若设 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$,当测量镜以 11.3 mm/s 的速度运动时,引入的频差为 35.7 kHz 。

图 9 给出了测量信号在测量镜运动前后的频谱图,从图中很容易观察到测量信号中的非线性分量及其大小。需要注意的是,测量镜的运动速度影响的是测量信号与非线性误差频谱间的距离,频谱的高低则由 Γ_1 、 Γ_2 决定。因此采用该方法可以很容易检测系统中非线性误差的大小。

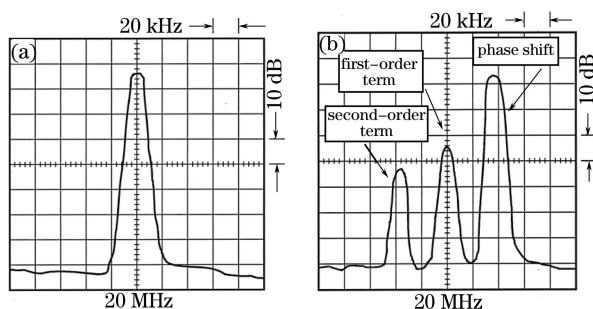


图 9 (a) 测量镜静止时测量信号频谱图;(b)测量镜匀速运动时测量信号频谱图

Fig. 9 (a) Spectrum with the stationary measurement retroreflector;

(b) spectrum with the moving measurement retroreflector

利用此方法,Badami 发现,与 PBS 和反射镜比较,检偏器的方位误差引起的系统非线性误差可忽略不计(一阶误差在 0.2 nm 以下),且通过方位角调整可减小 PBS 和反射镜因安装误差引起的一阶非线性误差,峰峰值可控制在 0.5 nm 以下;而二阶分量则无法通过方位角调整来消除。

在非线性误差补偿方面,也出现了各种补偿方式^[23-26]。根据前述双检测器相位比较的理论分析,Hou 等^[17]提出实时补偿非线性误差的干涉光路,如图 10 所示,两个探测器接收的测量信号分别与参考信号相位

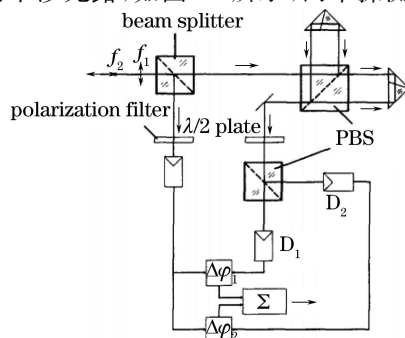


图 10 具有实时非线性误差补偿的干涉光路

Fig. 10 Heterodyne interferometer with compensation of nonlinearity

相减,再相加取平均值,则可以得到消除了一阶非线性误差的测量结果。这种实时补偿方式使激光干涉测量的误差降低到纳米级,极大提高了现有激光干涉仪的测量精度。

也有文献[23-24]基于前述非线性误差相位图提出了一种相干解调相位补偿的方式。探测器接收测量信号后首先进行相干解调,获得

$$\begin{aligned} I'_x &= \cos(\Delta\omega t) [\cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi) + \Gamma_1 \cos(\Delta\omega t) + \Gamma_2 \cos(\Delta\omega t - \Delta\varphi)], \\ I'_y &= \sin(\Delta\omega t) [\cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi) + \Gamma_1 \cos(\Delta\omega t) + \Gamma_2 \cos(\Delta\omega t - \Delta\varphi)]. \end{aligned} \quad (21)$$

经低通滤波,得到

$$\begin{aligned} I_x &= [(1 + \Gamma_2)/2] \cos(\Delta\varphi) + \Gamma_1/2, \\ I_y &= -[(1 - \Gamma_2)/2] \sin(\Delta\varphi). \end{aligned} \quad (22)$$

当系统不存在非线性误差时,也即 Γ_1, Γ_2 均为 0 时,通过反正切运算即可获得系统的相移信号。反之,利用(22)式并不能获得真正的相移。

$$\Delta\varphi' = \arctan(I_y/I_x). \quad (23)$$

实际在解调相移信号时,由于电路存在各种因素,如正交电路增益不一致、由电路引入的额外相移以及无法实现完全的正交调制等,使得实际解调、低通滤波后获得的信号为

$$\begin{aligned} I_x &= a \cos(\Delta\varphi + \varphi_0) + I_{x0}, \\ I_y &= b \sin(\Delta\varphi) + I_{y0}, \end{aligned} \quad (24)$$

式中 a, b 为交流信号的幅值, I_{x0}, I_{y0} 为直流偏压, φ_0 为正交相位差。这样利用

$$\Delta\varphi = \arctan\{\cos \varphi_0 / [\sin \varphi_0 + (b/a)(I_x - I_{x0}) / (I_y - I_{y0})]\} \quad (25)$$

即可获得系统的真正相移,而且不仅消除了干涉系统的非线性误差,电信号处理时引入的相位误差也被消除。通过电信号采集,并利用最小二乘法获得各参数,计算出 $\Delta\varphi$ 。

国内也有不少专家、学者对非线性误差的测量和补偿展开了研究。早在 1999 年,文献[27]中就提出了一种非线性误差幅值估算方法,该方法主要基于测量信号的幅值和非线性误差都随光程差呈周期性变化,也即受光程差调制这一基本思想。当测量镜连续运动时,测量信号表现为调幅信号,且其幅值调制度与干涉仪的非线性误差幅值相等,这样对该调幅信号调制度的测定即可获得非线性误差的大小。该方法属于电压测量,简单易行,但由于测量镜在运动过程中,其他自由度的误差也会引起测量信号幅值变化,所以利用测量信号幅值变化测得的非线性误差并不精准,如文献中实验结果,通过幅值估算非线性误差为 1.4 nm,而用另一干涉仪测量则为 2.5 nm。因此该方法可用于非线性误差的辅助测量或者粗略估算。文献[28-29]提出了一种利用角锥棱镜反射光偏振特性来减小一阶非线性误差的方法,角锥棱镜在干涉系统中作为测量镜,其绕运动轴稍偏转使反射光的偏振态呈椭圆化,虽然减小了测量信号强度,但可消除系统的一阶非线性误差。这种方法本质上是主动引入非线性误差来进行补偿,但必须基于角锥棱镜实现,故其实际应用场合受限。

2012 年文献[30]提出了一种适用于非快速测量的光学相位补偿激光干涉仪非线性误差的方法,如图 11,在不改变干涉仪结构的情况下,在测量信号到达检偏器之前,先经过快轴与测量光偏振方向成 45° 的 $1/4$ 波片,然后再到达检偏轴与该 $1/4$ 波片成 β 角度的检偏器,并由探测器接收。

理论分析表明,在进行测量时,控制检偏轴的方位角 β ,使得测量信号与参考信号之间保持恒定相位差,

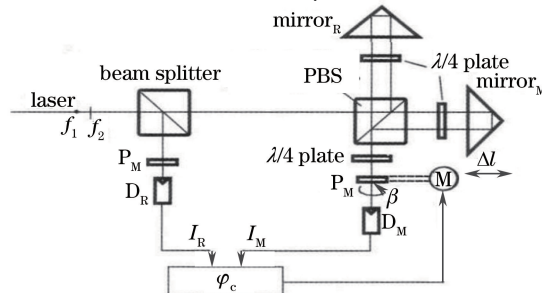


图 11 基于偏振片旋转的非线性误差补偿消除原理图

Fig. 11 Schematic diagram of nonlinear errors-free detection with polarizer

即可由方位角 β 测得不包含非线性误差的测量信号 $\Delta\varphi$ 。该补偿方法能同时消除一阶和二阶误差,相移的测量转化为检偏器角度 β 的测量和控制,且该技术不改变现有激光干涉仪的结构,使之适用于大部分科研和精密工业测量中的应用。至于快速测量领域的应用,则要考虑克服机械旋转速度的限制,需对现有方法做适当改进,使之既能快速测量,又能高精度鉴相。文献[31-32]参考前述频域分离误差、相位补偿李萨如图分析的方法,对特定实验条件下所搭建的系统进行了非线性误差测量或消除。

总之,非线性误差客观存在于激光干涉系统中,为提高干涉系统的测量精度,首先在设计和调试光路系统的时候,选用高质量的激光器、波片和分光棱镜,减小入射激光的椭圆化和漏光;同时正确安装、调试各光学元件;在此基础上,再通过上述各种光学补偿、电子补偿、软硬件处理等方式进一步减小非线性误差,使外差激光干涉仪的精度满足纳米测量的精度要求。

5 结 论

以上对外差激光干涉仪中非线性误差的各形成因素进行了分析,着重分析了因频率混叠而产生的一阶和二阶非线性误差的形成机理,计算了不同混叠下对测量信号引入的误差大小,并给出了目前已有文献中的误差检测和补偿方法,分析了各自的应用特点,为外差激光干涉仪实际应用中消除或补偿非线性误差、提高测量精度提供了借鉴。

参 考 文 献

- 1 Wu C M, Su C S. Nonlinearity in measurement of length by optical interferometry[J]. Meas Sci Technol, 1996, 7(1): 62-68.
- 2 Hou W M, Zhao X B. Drift of nonlinearity in the heterodyne interferometer[J]. Precision Engineering, 1994, 16(1): 25-35.
- 3 Lin Haoshan, Chen Juke, Li Yuhe, *et al.*. Error analysis of optical frequency mixing on detecting device for superfinish surface scratch[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(2): 021203.
林浩山, 陈举科, 李玉和, 等. 超精表面缺陷检测的光学混频误差分析[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(2): 021203.
- 4 Chen Hongfang, Ding Xuemei, Zhong Zhi, *et al.*. Effect of nonlinearity by the rotation of the polarizer in laser heterodyne interferometric[J]. Chinese J Lasers, 2005, 32(9): 1281-1285.
陈洪芳, 丁雪梅, 钟志, 等. 激光外差干涉检偏器旋转误差对非线性误差的影响[J]. 中国激光, 2005, 32(9): 1281-1285.
- 5 Zhong Chaoyang, Hou Wenmei, Ju Aisong, *et al.*. Analysis of frequency mixing in dual-frequency interferometer[J]. Optical Technique, 2015, 41(2): 119-123.
钟朝阳, 侯文玫, 句爱松, 等. 双频激光干涉仪的混频分析与研究[J]. 光学技术, 2015, 41(2): 119-123.
- 6 Hou W M. Optical parts and the nonlinearity in heterodyne interferometers[J]. Precision Engineering, 2006, 30(3): 337-346.
- 7 Hou Wenmei, Zhang Yunbo, Xu Qixin. Effect of beam splitter on nonlinearity in heterodyne interferometers[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(9): 163-168.
侯文玫, 张运波, 许琦欣. 分光镜对外差激光干涉仪非线性的影响[J]. 机械工程学报, 2008, 44(9): 163-168.
- 8 Peng Shijun, Miao Erlong. Sub-micron precision measurement of radius of curvature and uncertainties analysis[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(5): 0512001.
彭石军, 苗二龙. 亚微米高精度曲率半径测量及其不确定度分析[J]. 光学学报, 2014, 34(5): 0512001.
- 9 Deng Yuanlong, Li Xuejin, Geng Youfu, *et al.*. Influence of nonpolarizing beam splitters on nonlinear error in heterodyne interferometers[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(11): 1112008.
邓元龙, 李学金, 耿优福, 等. 非偏振分光镜对外差干涉仪非线性误差的影响[J]. 光学学报, 2012, 32(11): 1112008.
- 10 Richard K L, James C, Claudiu Giusca, *et al.*. Advances in engineering nanometrology at the national physical laboratory [J]. Meas Sci Technol, 2012, 23(7): 074002.
- 11 Joo K N, Ellis J D, Buise E S, *et al.*. High resolution heterodyne interferometer without detectable periodic nonlinearity [J]. Opt Express, 2010, 18(2): 1159-1165.

- 12 Hou W M, Zhang Y B, Hu H J. A simple technique for eliminating the nonlinearity of a heterodyne interferometer[J]. Meas Sci Technol, 2009, 20(10): 105303.
- 13 Liu Binbin, Yuan Yonggui, Wang Xinxing, *et al.*. Real-time nonlinearity error correction method of polarizing laser interferometer[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(9): 2585-2589.
刘彬彬, 苑勇贵, 王新星, 等. 偏振激光干涉仪的非线性误差实时校正方法[J]. 光学学报, 2010, 30(9): 2585-2589.
- 14 Quenelle R C. Nonlinearity in interferometric measurements[J]. Hewlett-Packard J, 1983, (34): 10.
- 15 Sutton C M. Nonlinearity in the length measurement using heterodyne laser Michelson interferometry [J]. Science Instrument, 1987, 20(1): 1290-1292.
- 16 Hou Wenmei, Qiu Huifu. The influence of elliptical polarization of Zeeman-laser upon the heterodyne phase comparing interferometry[J]. Acta Metrologica Sinica, 1988, 9(3): 199-202.
侯文玫, 裘惠孚. 塞曼激光的偏振椭圆化对外差式交流比相干涉仪的影响[J]. 计量学报, 1988, 9(3): 199-202.
- 17 Hou W M, Gunter W. Investigation and compensation of the nonlinearity of heterodyne interferometers[J]. Precision Engineering, 1992, 14(1): 91-98.
- 18 Bobroff N. Recent advances in displacement measuring interferometry[J]. Meas Sci Technol, 1993, 4(9): 907-926.
- 19 Rosenbluth A E, Bobroff N. Optical sources of non-linearity in heterodyne interferometers[J]. Precision Engineering, 1990, 12(1): 7-11.
- 20 Wu C M, Richard D. Analytical modeling of the periodic nonlinearity in heterodyne interferometry[J]. Applied Optics, 1998, 37(28): 6696-6700.
- 21 Cosijns S J A G, Haitjema H, Schellekens P H J. Modeling and verifying non-linearities in heterodyne displacement interferometry[J]. Precision Engineering, 2002, 26(4): 448-455.
- 22 Badami V G, Patterson S R. A frequency domain method for the measurement of nonlinearity in heterodyne interferometry[J]. Precision Engineering, 2000, 24(1): 41-49.
- 23 Eom T B, Choi T Y, Lee K H, *et al.*. A simple method for the compensation of the nonlinearity in the heterodyne interferometer[J]. Meas Sci Technol, 2002, 13(4): 222-225.
- 24 Eom T B, Kim J, Kang C, *et al.*. A simple phase-encoding electronics for reducing the nonlinearity error of a heterodyne interferometer[J]. Meas Sci Technol, 2008, 19(7): 075302.
- 25 Schmitz T L, Chu D. First-order periodic error correction validation for constant and non-constant velocities with variable error magnitudes[J]. Meas Sci Technol, 2006, 17(12): 3195-3203.
- 26 Tan J B, Fu H J, Hu P C, *et al.*. A laser polarization state measurement method based on the beat amplitude characteristic[J]. Meas Sci Technol, 2011, 22(8): 085302.
- 27 Dai Gaoliang, Xu Yi, Chao Zhixia, *et al.*. Determining the residual nonlinear error of a dual-frequency interferometer for nanometrology[J]. Chinese J Lasers, 1999, 26(11): 987-991.
戴高良, 徐毅, 晁志霞, 等. 纳米精度双频激光干涉仪非线性误差的确定方法[J]. 中国激光, 1999, 26(11): 987-991.
- 28 Chen Hongfang, Ding Xuemei, Zhong Zhi, *et al.*. Method to reduce first harmonic nonlinearity in laser heterodyne interferometry[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(6): 1027-1030.
陈洪芳, 丁雪梅, 钟志, 等. 减小外差干涉一次谐波非线性误差的方法[J]. 光学学报, 2007, 27(6): 1027-1030.
- 29 Chen Hongfang, Zhong Zhi, Ding Xuemei. Compensation of nonlinear errors in laser heterodyne interferometers [J]. Optics and Precision Engineering, 2010, 18(5): 1043-1047.
陈洪芳, 钟志, 丁雪梅. 激光外差干涉的非线性误差补偿[J]. 光学精密工程, 2010, 18(5): 1043-1047.
- 30 Hou Wenmei, Zhang Yunbo, Le Yanfen, *et al.*. Elimination of the nonlinearity of heterodyne displacement interferometers[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(9): 0908006.
侯文玫, 张运波, 乐燕芬, 等. 外差激光干涉测长非线性误差的消除[J]. 中国激光, 2012, 39(9): 0908006.
- 31 Zhong Zhi, Tan Jiubin, Chen Hongfang, *et al.*. A novel method to measure the nonlinearity in laser heterodyne interferometer[J]. Journal of Optoelectronics • Laser, 2005, 16(7): 817-820.
钟志, 谭久彬, 陈洪芳, 等. 一种激光外差干涉仪非线性误差新颖测量方法[J]. 光电子•激光, 2005, 16(7): 817-820.
- 32 Chen Hongfang, Zhong Zhi, Ding Xuemei. The method to measure the nonlinearity in laser heterodyne interferometer[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2010, 36(6): 754-758.
陈洪芳, 钟志, 丁雪梅, 等. 激光外差干涉非线性误差的测量方法[J]. 北京工业大学学报, 2010, 36(6): 754-758.