

欠采样条件下相位解包裹算法的研究

吴杰¹ 周皓¹ 吴丹^{1,2} 赵宏波¹ 顾济华¹

¹ 苏州大学现代光子技术研究所, 江苏 苏州 215006

² 苏州大学文正学院, 江苏 苏州 215104

摘要 提出了一种欠采样条件下相位解包裹方法,对欠采样包裹相位在水平方向或者竖直方向进行一次剪切,然后对另一不同的方向进行二次剪切,对取得的相位采用最小二乘法进行提取,再进行迭代求和恢复得到真实的未包裹相位信息。通过理论分析与实验研究验证了该方法的有效性。结果表明,该方法不仅可以依据包裹相位的欠采样程度灵活选择剪切方向与剪切次数,以获得最佳解包裹效果,而且对于存在弱噪声的欠采样情况也可实现高精度的相位恢复。

关键词 图像处理; 欠采样; 相位解包裹; 剪切; 最小二乘

中图分类号 O438.1 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP53.051003

Study of Phase Unwrapping Algorithm from the Undersampled Phase

Wu Jie¹ Zhou Hao¹ Wu Dan^{1,2} Zhao Hongbo¹ Gu Jihua¹

¹ Institute of Modern Optical Technologies, Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215006, China

² Wenzheng College, Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215104, China

Abstract A method for phase recovery from undersampled wrapped phase is presented. The original undersampled wrapped phase is sheared once along horizontal or vertical direction, and then along the other different direction again. The obtained phase is unwrapped by the least-square algorithm. The required and unwrapped phase is obtained after iterative summation. Both the simulating and experimental results prove the validity of the improved method. The results show that the proposed method can not only vary the shearing direction and shearing times flexibly according to the undersampled wrapped phase to achieve the best result, but also retrieve the phase with high accuracy from the undersampled wrapped phase with weak noise.

Key words image processing; undersampling; phase unwrapping; shearing; least square

OCIS codes 100.5088; 100.5070; 090.1995

1 引言

在光学干涉计量中,为了得到样品的厚度、折射率等信息通常需要对相位进行处理,但通过反正切函数计算得到的相位分布都折叠在 $(-\pi, +\pi]$ 之间,因而实验直接获得的相位是被折叠了的。实际应用中必须将折叠的相位进行展开,这个过程即相位解包裹,它在无损表面形貌检测、合成孔径雷达、核磁共振和信号与图像处理(如同态解卷积)等领域中都有着重要的应用^[1-8]。

近年来,相位解包裹算法研究发展迅速,主要可以归为三大类:路径跟踪法^[9]、最小范数法^[10]和基于最优估计的算法^[11]。这些算法都能有效处理采样率较高的相位图像,但当物体的相位变化较快或图像采样率

收稿日期: 2015-11-30; **收到修改稿日期:** 2015-12-29; **网络出版日期:** 2016-04-15

作者简介: 吴杰(1991—),男,硕士研究生,主要从事反射式 MEMS 器件三维形貌显微测量技术方面的研究。

E-mail: 18951114607@163.com

导师简介: 顾济华(1957—),男,博士,教授,主要从事光学测量与光信息处理方面的研究。

E-mail: jhgu@suda.edu.cn(通信联系人)

相对较低时,常会引起欠采样问题,直接影响了物体相位解包裹的精确性。为了解决这个难题,国内外学者作了很多研究:Lu等^[12]提出了一种基于相位导数方差相关图的加权最小二乘法,利用计算获得的 DVCM 值对快速变化的相位十分敏感的特点,获得更加可靠的加权系数,并由此计算出更精确的相位;Ferraro等^[13]将横向剪切原理与数字全息原理结合起来,对单幅图像进行恢复得到所需的相位信息,避免了双图像采集或程序调节等繁琐的步骤;Li等^[14]提出了基于颜色边缘投影的可靠性导向相位解包裹算法,能有效处理不连续变化的相位分布,与其他一些相位解包裹算法相比,该算法不需要经过图像分割、边缘检测和区域识别等过程,实现高效率、高精度地恢复相位信息。以上这些算法都可以较高精度进行相位解包裹,但是它们只能恢复欠采样程度不严重的相位,抗欠采样能力有限。国内一些学者进一步研究了横向剪切最小二乘法(LSBLS);范琦等^[15]借助横向剪切干涉和数字全息干涉思想,通过原始欠采样包裹相位在水平和竖直两方向的错位相减,成功消除欠采样的影响;钱晓凡等^[16]引进了二次剪切的观念,并通过它改进了 LSBLS 算法,从而能更加有效地恢复欠采样相位。尽管上述算法的抗欠采样能力都在一定程度上有所提高,但当欠采样非常严重时,上述方法仍无法对相位进行精确恢复。

针对严重欠采样条件下相位恢复的问题,本文提出了一种相位解包裹新方法,首先对欠采样包裹相位沿水平或竖直方向进行剪切,然后对剪切后的包裹相位使用基于相位包裹数 k 的迭代法解最小二乘,获得剪切后的相位的解包裹相位,最后进行迭代求和恢复得到了真实相位信息。

2 欠采样条件下相位解包裹原理

设 $M \times N$ 个数据点对应的二维包裹相位值为 $\varphi_{m,n}$, 真实相位值为 $\Phi_{m,n}$ (m, n 为二维分布相位对应矩阵的下标, $0 \leq m \leq M-1, 0 \leq n \leq N-1$), 则有

$$\Phi_{m,n} = \varphi_{m,n} + 2\pi k_{m,n}, \quad (1)$$

式中 $k_{m,n}$ 为整数,表示相位包裹数。

定义 x 方向和 y 方向上的包裹相位的差值分布分别为 $\Delta x_{m,n}$ 和 $\Delta y_{m,n}$, 即

$$\begin{cases} \Delta x_{m,n} = W \{ \varphi_{m+1,n} - \varphi_{m,n} \}, & 0 \leq m \leq M-2, 0 \leq n \leq N-1 \\ \Delta x_{m,n} = 0, & \text{else} \\ \Delta y_{m,n} = W \{ \varphi_{m,n+1} - \varphi_{m,n} \}, & 0 \leq m \leq M-1, 0 \leq n \leq N-2 \\ \Delta y_{m,n} = 0, & \text{else} \end{cases}, \quad (2)$$

式中 W 为包裹算子,其作用是确保 $\Delta x_{m,n}$ 和 $\Delta y_{m,n}$ 位于 $(-\pi, +\pi]$ 之间。

利用 $\varphi_{m,n}$ 建立一个与之对应的二维复光场,为

$$U_{m,n} = \exp(j\varphi_{m,n}), \quad (3)$$

式中 j 为复数单位。将 $U_{m,n}$ 沿 x 方向平移一个单位,有

$$U'_{m,n} = \exp(j\varphi_{m+1,n}), \quad (4)$$

将 $U_{m,n}$ 与 $U'_{m,n}$ 进行相除,可以得到

$$\Delta U_{m,n}^x = \frac{U'_{m,n}}{U_{m,n}} = \frac{\exp(j\varphi_{m+1,n})}{\exp(j\varphi_{m,n})} = \exp(j\Delta x'_{m,n}), \quad (5)$$

式中 $\varphi_{M,n} = 0, 0 \leq n \leq N-1$ 。所以有

$$\Delta x_{m,n} = \arctan \left[\frac{\text{Im}(\Delta U_{m,n}^x)}{\text{Re}(\Delta U_{m,n}^x)} \right], \quad (6)$$

在某些实际应用中,边缘也会存在欠采样,因此有必要对边缘进行剪切处理,即

$$\exp(j\Delta x'_{0,n}) = \frac{\exp(j\varphi_{0,n})}{\exp(j\varphi_{0,n-1})}, 0 \leq n \leq N-1, \Delta x'_{0,0} = 0, \quad (7)$$

与 $\Delta x_{m,n}$ 不同,(5)式中的 $\Delta x'_{m,n}$ 是真实相位在 x 方向的梯度,因为根据欧拉定理, e 指数可以分解为正弦和余弦函数,可以自动消除包裹^[17]。

为了使真实相位差 $\Delta x'_{m,n}$ 对已知包裹相位差 $\Delta x_{m,n}$ 拟合最好,作最小二乘^[18],即

$$\min\{J\} = \sum_{m=0}^{M-2} \sum_{n=0}^{N-1} [\Delta x'_{m,n} - \Delta x'_{m-1,n} - W(\Delta x_{m,n} - \Delta x_{m-1,n})]^2 + \sum_{m=0}^{M-2} \sum_{n=0}^{N-1} [\Delta x'_{m,n} - \Delta x'_{m,n-1} - W(\Delta x_{m,n} - \Delta x_{m,n-1})]^2, \quad (8)$$

将(8)式对 $\Delta x_{m,n}$ 求导数,令其为0,可整理得到

$$2\Delta x'_{m,n} - \Delta x'_{m-1,n} - \Delta x'_{m,n-1} = \rho'_{m,n}, \quad (9)$$

式中

$$\rho'_{m,n} = W(\Delta x_{m,n} - \Delta x_{m-1,n}) + W(\Delta x_{m,n} - \Delta x_{m,n-1}). \quad (10)$$

尽管常用的方法(如离散余弦变换法)已能正确求解最小二乘相位解包裹,但当剪切次数很多时,在迭代求和的过程中误差会沿 x 方向或者 y 方向不断传递,所以需要一种精度更高且具有一定抗噪能力的算法,本文选用基于相位包裹数 k 的快速迭代法来进行求解^[18]。

运用基于相位包裹数 k 的快速迭代法对(9)式进行求解可得真实相位差 $\Delta x'_{m,n}$,然后再作迭代求和就可获得真实相位 $\Phi_{m,n}$,

$$\Phi_{0,b} = \sum_{n=0}^b \Delta x'_{-1,n}, 0 \leq b \leq N-1, \quad (11)$$

$$\Phi_{a,n} = \sum_{m=0}^a \Delta x'_{m-1,n}, 0 \leq a \leq M-1. \quad (12)$$

当欠采样严重时,经过一次剪切仍存在欠采样问题,还需二次剪切或者更多次剪切。再次剪切时,可根据包裹相位的欠采样情况选取合适的剪切方向。在实际应用中,分别选择两个不同方向进行剪切可获得更好的实验效果,以原点发出的球面波为例,在距离为 z 的平面的相对相位表达式为

$$\theta_{x,y} = (\sqrt{z^2 + x^2 + y^2} - z) \cdot \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (13)$$

式中 z 为光源平面与记录平面的距离, x 、 y 为横向坐标和纵向坐标, λ 为光波波长。以沿两次相同方向和不同方向剪切后相位在 x 与 y 方向的两个离散梯度的绝对值大小作为客观指标来评价剪切效果:绝对值越小,意味着剪切相位存在欠采样的可能性越小,剪切效果越好。

考虑两次均沿 x 方向剪切后得到的相位在 x 方向的离散梯度为

$$\begin{cases} d\theta'_x \approx \Delta\theta'_x = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x \cdot (z^2 + x^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot \Delta x \\ d\theta''_{xx} \approx \Delta\theta''_{xx} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x^2 \cdot [(z^2 + x^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}} - x^2 \cdot (z^2 + x^2 + y^2)^{-\frac{3}{2}}], \\ d\theta'''_{xxx} \approx \Delta\theta'''_{xxx} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x^3 \cdot (-3z^2x - 3xy^2) (z^2 + x^2 + y^2)^{-\frac{5}{2}} \end{cases} \quad (14)$$

式中 $d\theta'_x$ 、 $d\theta''_{xx}$ 和 $d\theta'''_{xxx}$ 分别为真实相位 x 方向的一阶离散梯度、二阶离散梯度和三阶离散梯度, Δx 为图像采集器的水平方向像素间距。

若将先沿 x 方向再沿 y 方向进行剪切获得的相位取 x 方向上的离散梯度可得

$$\Delta\theta'''_{xyx} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x^2 \cdot \Delta y \cdot (-z^2y + 2x^2y - y^3) (z^2 + x^2 + y^2)^{-\frac{5}{2}}, \quad (15)$$

式中 Δy 为竖直方向像素间距。将(15)式与(14)式中 $\Delta\theta'''_{xxx}$ 相除得

$$\frac{\Delta\theta'''_{xyx}}{\Delta\theta'''_{xxx}} = \frac{\Delta y \cdot (-z^2y + 2x^2y - y^3)}{\Delta x \cdot (-3z^2x - 3xy^2)}, \quad (16)$$

假设 $\Delta x = \Delta y$ 且图像采集器两个方向像素总数相同,考虑傍轴近似情况,有 $x \ll z, y \ll z$,则

$$\frac{\max(\Delta\theta'''_{xyx})}{\max(\Delta\theta'''_{xxx})} \approx \frac{-z^2y}{-3z^2x} = \frac{1}{3}, \quad (17)$$

式中 $\max()$ 表示取最大值操作。同理可得

$$\frac{\max(\Delta\theta'''_{xyy})}{\max(\Delta\theta'''_{xxy})} \approx \frac{-z^2x}{-z^2y} = 1. \quad (18)$$

结合(17)式和(18)式可知,先沿 x 方向后沿 y 方向剪切的相位在 x 方向上的离散梯度最大值约为沿 x 方向剪切两次取得的相位在 x 方向离散梯度最大值的 $1/3$,而两者在 y 方向上的离散梯度最大值近似相等,可见沿两个不同方向进行剪切可得到更令人满意的结果。值得一提的是,根据偏导数的性质,先沿 y 方向再沿 x 方向剪切与先沿 x 方向再沿 y 方向剪切的效果相同,而且上述剪切方法均比两次均沿 y 方向剪切的效果更好,证明方法与上述一致。

这里在(5)式的基础上选用沿 y 方向进一步剪切,即 $\Delta U_{m,n}^x$ 在 y 方向平移 1 个单位,

$$\Delta U_{m,n}^x = \exp(j\Delta x'_{m,n+1}), \quad (19)$$

式中 $\Delta x'_{m,N} = 0, 0 \leq m \leq M-1$ 。

两光场相除得

$$\Delta U_{m,n}^{xy} = \frac{\Delta U_{m,n}^x}{\Delta U_{m,n}^y} = \frac{\exp(j\Delta x_{m,n+1})}{\exp(j\Delta x'_{m,n})} = \exp(j\Delta x y'_{m,n}), \quad (20)$$

$$\Delta x y_{m,n} = \arctan \left[\frac{\text{Im}(\Delta U_{m,n}^{xy})}{\text{Re}(\Delta U_{m,n}^{xy})} \right], \quad (21)$$

式中 $\Delta x y'_{m,n}$ 是真实相位的二阶离散偏导数,同样可通过包裹相位 $\Delta x y_{m,n}$ 作最小二乘拟合,整理得到

$$2\Delta x y'_{m,n} - \Delta x y'_{m-1,n} - \Delta x y'_{m,n-1} = \Delta \rho'_{m,n}, \quad (22)$$

式中

$$\Delta \rho'_{m,n} = W(\Delta x y_{m,n} - \Delta x y_{m-1,n}) + W(\Delta x y_{m,n} - \Delta x y_{m,n-1}). \quad (23)$$

在解(22)式求得真实二阶导数 $\Delta x y'_{m,n}$ 后,对其进行两次迭代求和就可得到真实相位,需要说明的是,与沿 x 轴方向剪切一样,沿 y 轴方向时边缘也需进行剪切。设 $\Delta x y'_{m,n}$ 为先沿 x 方向剪切,再沿 y 方向剪切,在进行迭代求和恢复时就需要先沿 y 方向,有

$$\Delta x'_{a,0} = \sum_{m=0}^a \Delta x y'_{m,0}, 0 \leq a \leq M-1, \quad (24)$$

$$\Delta x'_{m,b} = \sum_{n=0}^b \Delta x y'_{m,n}, 0 \leq b \leq N-1, \quad (25)$$

再沿 x 方向,有

$$\Phi_{0,b} = \sum_{n=0}^b \Delta x'_{0,n}, 0 \leq b \leq N-1, \quad (26)$$

$$\Phi_{a,n} = \sum_{m=0}^a \Delta x'_{m,n}, \leq a \leq M-1, \quad (27)$$

即可得到真实相位值 $\Phi_{m,n}$ 。

3 实验结果

3.1 模拟与结果分析

为了证明本文方法对各采样条件下相位恢复的有效性,选用 Matlab 软件中的 peaks 函数(以 500 倍为例)构建一个 256×256 的二维相位分布(相位最大、最小值分别为 4052.7 、 -3274.9 rad)。图 1 为分别用改进的 LSBLs 算法^[16]和本文算法进行二维相位恢复的结果及比较。其中图 1(a)是真实相位分布图,图 1(b)是其包裹相位图,图 1(c)是利用改进的 LSBLs 算法恢复得到的相位分布图,图 1(d)是本文方法剪切两次后相位的解包裹相位图,图 1(e)是图 1(d)再经过迭代求和得到的相位分布图,图 1(f)是 y 坐标 128 pixel 时真实相位和两种方法恢复结果的切面轮廓图。

由图 1 可以看出,改进的 LSBLs 算法还是无法准确展开较为严重的欠采样条件下的相位。这是因为其二次剪切^[16]方向是固定的,两次都沿 x 方向或两次沿 y 方向,必须满足真实相位剪切后相位的离散导数分布的(真实相位的空间二阶离散导数分布)绝对值都小于 π ,才能避免欠采样带来的麻烦。即满足

$$\begin{cases} \Delta x_{m,n} - \Delta x_{m-1,n} < \pi \\ \Delta y_{m,n} - \Delta y_{m,n-1} < \pi \end{cases}, \quad (28)$$

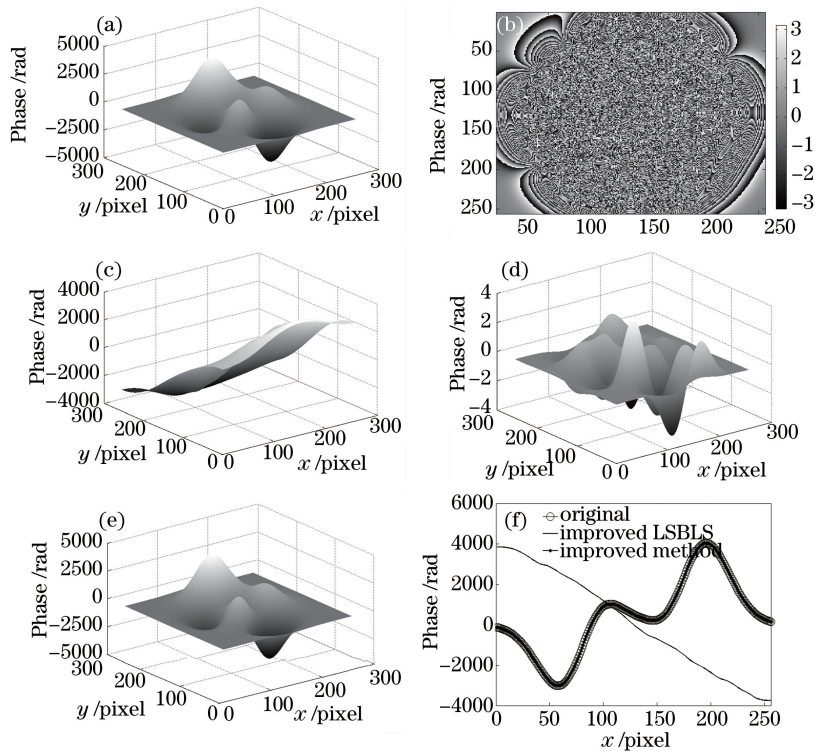


图1 改进的LSBLS算法与本文方法的仿真实验结果及比较

Fig. 1 Simulation results and comparison of the improved LSBLS and the proposed method

而实验中两个数据分别 9.13 rad(x 方向离散导数)和 6.47 rad(y 方向离散导数),都大于 π ,最终导致解包裹失败。根据上面分析可知,改进的 LSBLS 算法能成功解包裹的极限约为 172 倍的 peaks 函数。

而采用本文方法可自由选择剪切方向,先选择沿 x 方向剪切,再沿 y 方向剪切得到二次剪切包裹相位,再进行解包裹。此时相位在 x 方向和 y 方向的离散梯度的绝对值分别为 2.80 rad 和 0.37 rad。结合图 1 (a)、(e)和(f)可看出,本文方法得到的解包裹相位与真实相位较为吻合。

表 1 中列出了两种方法的性能指标参数比较。Max d-value 和 Min d-value 分别表示真实相位与恢复得到相位之间差值绝对值的最大值和最小值。MSE 是真实相位与解包裹得到相位的均方根误差,MAPE 是两种相位的平均相对误差。Unwrapping time 是程序运行时间(计算机处理器为 Pentium(R)Dual-core CPU E5300@ 2.60 GHz)。从这些数据可以看出本文方法比改进的 LSBLS 抗欠采样能力更强、精度更高、误差更小,且解包裹速度也相近。

表 1 改进的 LSBLS 与本文方法的性能指标参数

Table 1 Performance evaluation parameters of improved LSBLS and proposed method

Method	Parameter				
	Max d-value /rad	Min d-value /rad	MSE /rad	MAPE /rad	Unwrapping time /s
Improved LSBLS	6.3467×10^3	0.0866	7.7702×10^6	2.8571×10^5	1.621022
Proposed method	4.5475×10^{-13}	0	7.1590×10^{-27}	9.7926×10^{-13}	1.512890

在实际应用中,都会存在一定的噪声,针对不同噪声情况下的 peaks 函数(100 倍)进行实验,结果如图 2 所示。图 2(a)为真实相位图,其包裹相位图如图 2(b),图 2(c)~(g)分别是利用本文方法对加入椒盐噪声(sp)、加性高斯噪声(ag)、乘性高斯噪声(mg)、加性均匀噪声(au)、乘性均匀噪声(mu)后的相位进行解包裹的结果图。实验中,加入椒盐噪声强度(污染比例)为 1%;加性高斯白噪声方差为 10,污染比例为 1%;乘性高斯噪声,噪声最大值为 200 rad,污染比例为 1%;加性均值噪声最大值为 200 rad,污染比例为 1%;乘性均匀噪声最大值为 200 rad,同样污染比例为 1%。图 2(h)给出了图 2(c)~(g)及真实相位同一列上截面图($y = 128$ pixel),选择 x 方向上 194~198 pixel 观察其相位变化,可看出在各种弱噪声情况下,本文方法都可

以获得比较理想的结果。

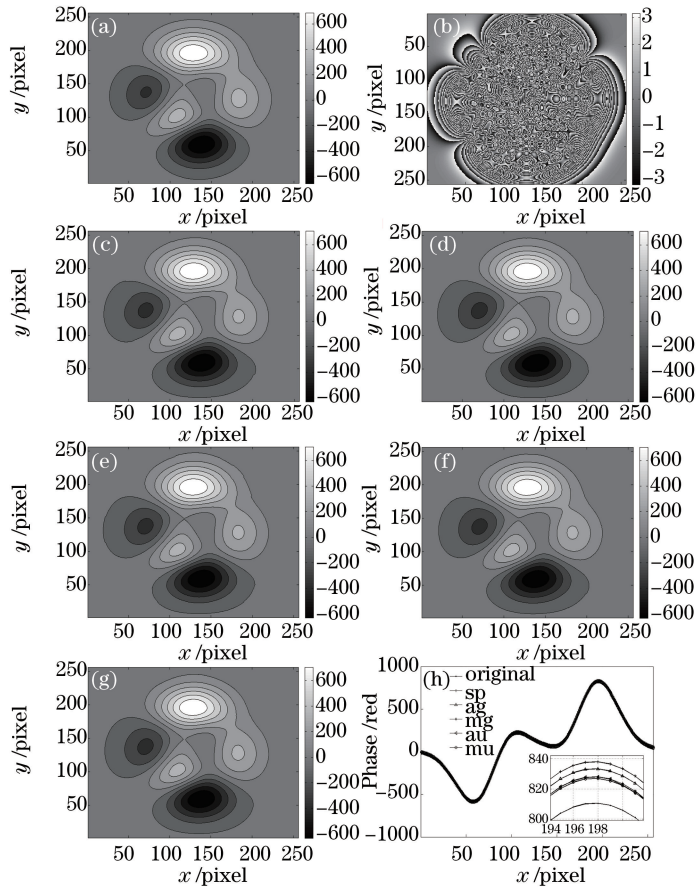


图 2 本文方法在各种弱噪声影响下相位解包裹仿真实验结果

Fig. 2 Simulation results of phase unwrapping with different kinds of weak noise by the proposed method

从图 2 中可以看出,在各种弱噪声环境下,本文方法都能较好地进行相位恢复重建。为了进一步比较本文方法与改进的 LSBLs 算法在不同弱噪声下的性能,采用均方根差值 MSE 作为评价两种方法的客观指标,结果如表 2 所示。需要说明的是,实验中先对二次剪切后的包裹相位作了降噪处理(中值滤波),然后再进行最小二乘相位解包裹。

表 2 在各种弱噪声影响下两种方法 MSE 比较

Table 2 MSE contrast of the two methods affected by different kinds of weak noise

Method	Noise type				
	Salt and pepper / rad	Additive Gaussian (default) / rad	Multiplicative Gaussian / rad	Additive uniform / rad	Multiplicative uniform / rad
Improved LSBLs	7.997×10^3	2.672×10^3	2.871×10^3	2.340×10^3	3.890×10^3
Proposed method	0.152×10^3	0.751×10^3	0.172×10^3	0.142×10^3	0.118×10^3

结合表 2 可以看出,在相同弱噪声强度下,本文方法的 MSE 更低,与真实相位之间的误差更小,精确度更高。实验结果表明,本文解包裹方法可以较好地恢复弱噪声污染与严重欠采样环境下的相位。

理论上,剪切次数是不受限制的,但在实际应用中会存在噪声叠加问题。虽然基于相位包裹数 k 的快速迭代法具有一定的抗噪声能力,且由于噪声的随机性,会有一部分相互抵消,但就总体来说,噪声还是呈增大趋势,一定程度上会影响解包裹的结果。因而本文方法对噪声比较敏感,如何更加有效抑制相位噪声还有待解决。

3.2 实验验证

为了进一步验证本文算法的效果,利用如图 3 所示的像面数字全息显微光路进行实验:从 He-Ne 激光

器(波长为 532 nm)发出的光束经分光镜 BS1 分成两束光束,其中一束作为参考光束经过准直扩束系统后,投射到压电陶瓷驱动的反射镜 PZT Mirror 上,经反射到达 BS2;另一束作为物光束先经过 M1 的反射,再透射过显微物镜 MO 到达分光镜 BS2,两束光束合束,在 CCD(1024 pixel \times 1024 pixel, 像元尺寸 3.45 $\mu\text{m} \times 3.45 \mu\text{m}$)靶面上干涉并记录下全息图。

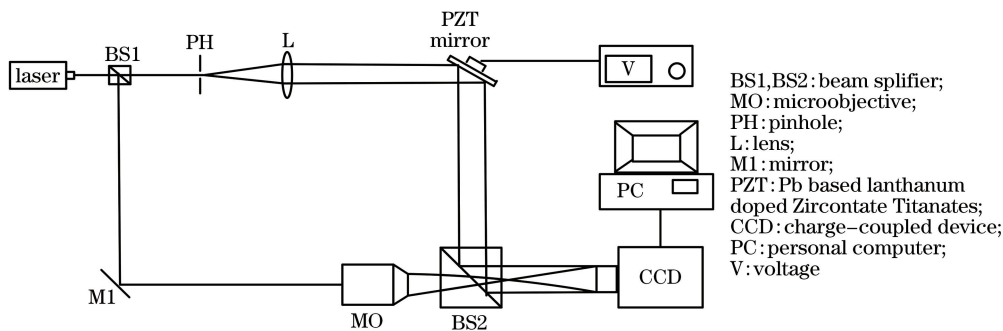


图 3 像面数字全息显微光路图

Fig. 3 Schematic of digital holographic microscope

实验中记录的是一个球面波的光场,通过 4 步相移记录下 4 幅全息图,可以计算得到一个球面波的包裹相位分布。结果如图 4 所示,其中图 4(a)是 4 步相移术获得的 4 幅数字全息图;图 4(b)是由图 4(a)中 4 幅全息图经过反正切求解得到的包裹相位图;图 4(c)是本文方法剪切两次后相位的解包裹图;图 4(d)是经过迭代相加恢复得到的相位图;图 4(e)是改进的 LSBLS 算法解包裹相位图。

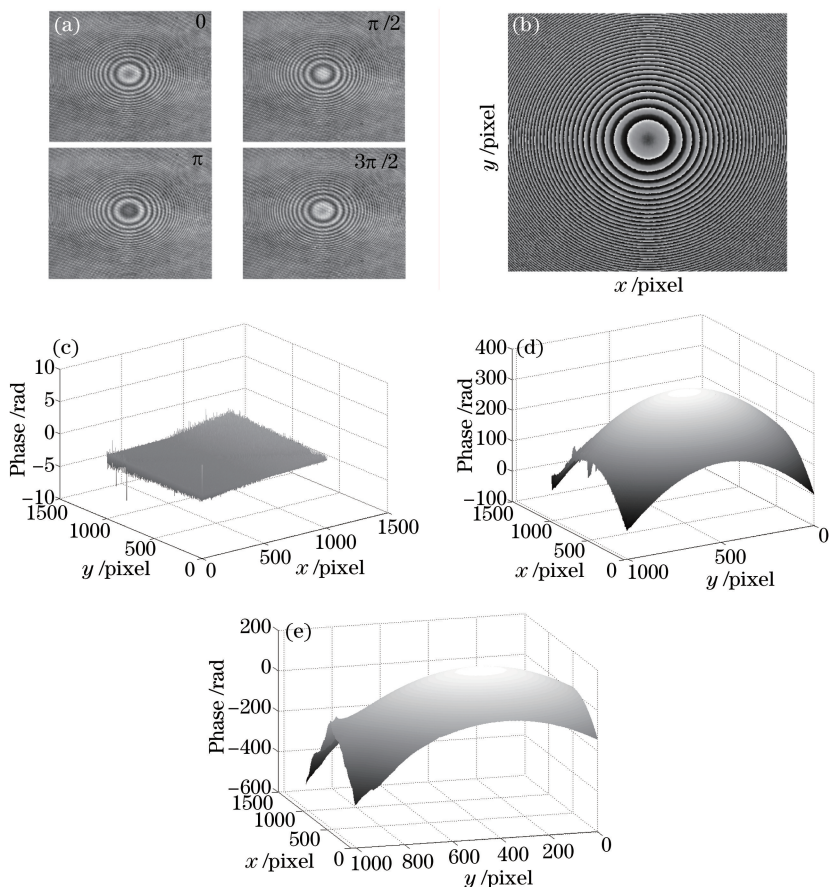


图 4 实验结果图

Fig. 4 Schematic of experimental results

实验中采用先沿 x 轴再沿 y 轴的剪切方向,而先沿 y 轴方向再沿 x 轴方向剪切最后进行恢复也可得到如图 4(d)中的结果,实际剪切方向可根据包裹相位的情况自行选择,从而得到最佳解包裹相位,且在解包裹

前需进行适当的滤波降噪。结合图 4(d)和(e)可以看出,本文方法和改进的 LSBLs 算法都可以得到解包裹相位,但是本文方法对于边缘部分(相位变化大)的解包裹效果要优于改进的 LSBLs 算法。综合仿真和实验可知,在实际应用中,采用本文方法可以获得较好的解包裹结果。

4 结 论

提出了一种欠采样条件下的相位解包裹恢复算法,对欠采样包裹相位沿水平或竖直方向进行剪切,采用最小二乘法对剪切后的相位进行提取,并迭代求和恢复真实相位信息。通过模拟实验分析了本文方法与改进的 LSBLs 算法在欠采样情况下的性能参数,并对不同弱噪声下两种方法的相位恢复情况作了比较,通过数字全息实验验证了本文方法的可行性。结果表明,该方法可以准确、快速地对弱噪声严重欠采样条件下的相位进行恢复重建,对于光学计量、信号处理等应用领域具有一定的实用价值。

参 考 文 献

- 1 Schofield M A, Zhu Y. Fast phase unwrapping algorithm for interferometric applications[J]. Optics Letters, 2003, 28(14): 1194-1196.
- 2 Liu Liren. Principle of self-interferometric synthetic aperture radar for 3D imaging[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(5): 0528001.
刘立人. 自干涉合成孔径激光三维成像雷达原理[J]. 光学学报, 2014, 34(5): 0528001.
- 3 Liang P, Ding J, Jin Z, *et al.*. Two-dimensional wave-front reconstruction from lateral shearing interferograms[J]. Optics Express, 2006, 14(2): 625-634.
- 4 Qian Xiaofan, Zhang Yongan, Li Xinyu, *et al.*. Phase unwrapping algorithm based on mask and least-squares iteration[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(2): 440-444.
钱晓凡, 张永安, 李新宇, 等. 基于掩膜和最小二乘迭代的相位解包裹方法[J]. 光学学报, 2010, 30(2): 440-444.
- 5 Xu Yuanyuan, Wang Yawei, Jin Weifeng, *et al.*. New progress on quantitative phase microscopy and phase retrieval for biological cells[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 51(2): 020006.
徐媛媛, 王亚伟, 金卫凤, 等. 生物细胞定量相位显微技术及相位恢复方法的新进展[J]. 激光与光电子学进展, 2014, 51(2): 020006.
- 6 Yang Lei, Lu Rongsheng, Lei Liqiao. Information extraction of surface roughness measurement based on wavelet transform of speckle pattern texture[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2012, 26(12): 1091-1095.
杨蕾, 卢荣胜, 雷丽巧. 基于小波变换的散斑纹理表面粗糙度信息提取[J]. 电子测量与仪器学报, 2012, 26(12): 1091-1095.
- 7 Zhao Hui, Zeng Fanchuang, Zhong Liyun, *et al.*. Quantitative measurement of cell phase using dual-wavelength digital holographic microscopy with color CMOS[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(7): 070901.
赵晖, 曾凡创, 钟丽云, 等. 基于彩色 CMOS 双波长数字全息显微术的细胞相位定量测量[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(7): 070901.
- 8 Liu Guolin, Du Zhixing, Xue Huaiping, *et al.*. Application of Kalman filters to noise eliminating and phase unwrapping of InSAR[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2006, 26(2): 66-69.
刘国林, 独知行, 薛怀平, 等. 卡尔曼滤波在 InSAR 噪声消除与相位解缠中的应用[J]. 大地测量与地球动力学, 2006, 26(2): 66-69.
- 9 Fu Shiqiang, Liao Wenhe, Cui Haihua, *et al.*. Modulation-Roberts gradient amplitude variance map for phase unwrapping[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(3): 727-732.
傅世强, 廖文和, 崔海华, 等. 用于相位展开的调制度罗伯特梯度幅值方差质量图[J]. 光学学报, 2010, 30(3): 727-732.
- 10 Wang Huaying, Liu Zuoqiang, Liao Wei, *et al.*. Comparison of four phase unwrapping algorithm based on method of minimum norm[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(2): 0209016.
王华英, 刘佐强, 廖薇, 等. 基于最小范数的四种相位解包裹算法比较[J]. 中国激光, 2014, 41(2): 0209016.
- 11 Wei Z Q, Xu F, Jin Y Q. Phase unwrapping for SAR interferometry based on an ant colony optimization algorithm[J]. International Journal of Remote Sensing, 2008, 29(3): 711-725.

- 12 Lu Y, Wang X, Zhang X. Weighted least-squares phase unwrapping algorithm based on derivative variance correlation map[J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2007, 118(2): 62-66.
- 13 Ferraro P, Del Core C, Miccio L, *et al.*. Phase map retrieval in digital holography: Avoiding the undersampling effect by a lateral shear approach[J]. *Optics Letters*, 2007, 32(15): 2233-2235.
- 14 Li W, Fang S. Reliability-guided phase unwrapping algorithm following noncontinuous path based on color fringe projection[J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2012, 123(6): 537-546.
- 15 Fan Qi, Yang Hongru, Li Gaoping, *et al.*. Method for phase recovery from a single undersampled wrapped phase map [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(3): 0310002.
范琦, 杨鸿儒, 黎高平, 等. 欠采样包裹相位图的恢复方法[J]. *光学学报*, 2011, 31(3): 0310002.
- 16 Qian Xiaofan, Li Bin, Li Xinghua, *et al.*. Improvement of least-square phase unwrapping algorithm based on lateral shearing interferometry[J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 39(11): 1109002.
钱晓凡, 李斌, 李兴华, 等. 横向剪切最小二乘相位解包裹算法的改进[J]. *中国激光*, 2012, 39(11): 1109002.
- 17 Zhang Xiong, Qian Xiaofan. An improvement on the least-squares phase unwrapping algorithm for undersampled interferogram[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, 40(1): 121-125.
张雄, 钱晓凡. 欠采样干涉图最小二乘相位解包裹算法改进[J]. *光子学报*, 2011, 40(1): 121-125.
- 18 Guo Yuan, Chen Xiaotian. Study of improved phase unwrapping algorithm based on least squares[J]. *Chinese J Lasers*, 2014, 41(5): 0508005.
郭媛, 陈小天. 基于最小二乘相位解包裹改进算法的研究[J]. *中国激光*, 2014, 41(5): 0508005.