

基于偏正态分布的星点细分定位方法研究

贾瑞明¹ 马晓蕾¹ 郝云彩²

¹北方工业大学电子信息工程学院,北京 100144

²北京控制工程研究所空间智能控制技术国家重点实验室,北京 100190

摘要 为了解决星点在实际成像过程中能量分布的偏正态分布问题,提高星点中心的定位精度,提出了基于偏正态分布模型的点扩展函数(PSF)相关算法。该算法根据实际星图中星点的能量分布特征,建立与之相对应的 PSF,利用相关的原理,找到与星点能量分布相似度最高的 PSF,通过确定对应 PSF 的最大值位置实现对星点中心的定位。实验结果表明,在星图噪声为 $N(0,0.001)$ 的仿真条件下,且星点中心在 1 pixel 内随机分布时,偏正态 PSF 相关法的星点中心平均定位精度可达到 0.04 pixel,远小于质心法 0.4 pixel 和高斯曲面拟合法的 1.03 pixel。由实验结果可知,该算法定位精度高于质心法和高斯曲面拟合法,具有较好的抗噪声性和稳定性,提高了星点中心定位精度。

关键词 图像处理;偏正态分布;点扩展函数相关法;星点能量分布;质心法;高斯曲面拟合法

中图分类号 V448

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP53.051002

Research on Star Subdivision Location Method Based on Skewed Normal Distribution

Jia Ruiming¹ Ma Xiaolei¹ Hao Yuncai²

¹ School of Electronic Information Engineering, North China University of Technology, Beijing 100144, China

² National Laboratory of Space Intelligence Control, Beijing Institute of Control Technology, Beijing 100190, China

Abstract In order to solve the energy distribution of the skewed normal distribution problems in the actual star imaging process, and improve the positioning accuracy of star point center, a point spread function (PSF) correlation algorithm based on skewed normal distribution is presented. The proposed algorithm establishes the corresponding PSF according to the energy distribution of actual star point. It uses the relevant principles to find the PSF with the highest similarity with star energy distribution, and then by determining the corresponding PSF maximum position to realize the positioning of the central star. The experimental results show that under the simulating condition of star image Gaussian noise in $N(0,0.001)$ and the star center random distribution within 1 pixel, the average positioning accuracy of skewed normal distribution PSF correlation method can reach 0.04 pixel, which is far less than 0.4 pixel from the centroid method and 1.03 pixel from the Gaussian surface fitting method. Experimental results show that the proposed algorithm is better than the centroid method and Gaussian surface fitting method, which has good anti-noise performance and stability, and improves the positioning accuracy of the star center.

Key words image processing; skewed normal distribution; point spread function correlation method; star point energy distribution; centroid method; Gaussian surface fitting method

OCIS codes 100.2000; 120.4820; 120.1880; 100.2960

1 引言

星敏感器是一种以恒星为探测目标,广泛用于航天器的重要姿态测量部件,是航天器绝对姿态测量精

收稿日期: 2015-11-07; 收到修改稿日期: 2015-12-18; 网络出版日期: 2016-04-12

基金项目: 国家自然科学基金(61174004)

作者简介: 贾瑞明(1978—),男,博士,助理研究员,主要从事天文导航、计算机视觉、图像处理方面的研究。

E-mail: jamin_han@163.com

度最高的器件。星点提取是星敏感器获得星像坐标的重要过程,其精度决定了星敏感器姿态测量的精度^[1]。因此提高和优化星点中心定位精度是提高星敏感器姿态测量精度的基础^[2],而在此过程中正确的星点能量分布模型对中心提取有着重要的影响。

恒星为点光源,光学焦面上星像为光学系统的点扩展函数(PSF),因此在理想情况下 PSF 可由高斯分布函数表示。目前研究者们在对星敏感器研究分析星点中心提取算法时常常采用高斯能量分布表示理想情况下星点能量分布函数,其形状关于峰值呈对称分布,但在实际测量中发现星点能量分布与高斯分布存在偏差,其分布往往是关于峰值呈非对称的偏正态分布^[3-4]。而星点能量分布模型建立的准确性直接关系着星点中心精度分析的准确性,因此本文根据实际的星点能量分布情况建立了非对称型的偏正态能量函数模型,并提出了一种偏正态 PSF 相关法,提高了星点中心定位精度。

2 星点能量分布特征

2.1 理想情况下星点能量分布特征

对星敏感器来说,恒星可看作是无穷远的点光源,故星敏感器成像可看作是无穷远点光源的光学成像系统^[5]。在星敏感器成像过程中,通过离焦的技术将星像点分布在探测器的多个像素上。在理想的光学成像系统下,星点的能量分布在焦平面上的 PSF 可由二维高斯函数表示为^[6-7]

$$I(x, y) = \frac{I_0}{2\pi\delta^2} \exp\left[-\frac{(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2}{2\delta^2}\right], \quad (1)$$

式中 $I(x, y)$ 为星像坐标为 (x, y) 时的像素能量, I_0 为星点在焦平面上的总能量, (x_c, y_c) 为星像的能量中心,即星点中心, δ 为星点的扩散半径,其大小决定了星像所占的像素数目^[8],其对应的星点图像和灰度分布情况如图 1 所示。

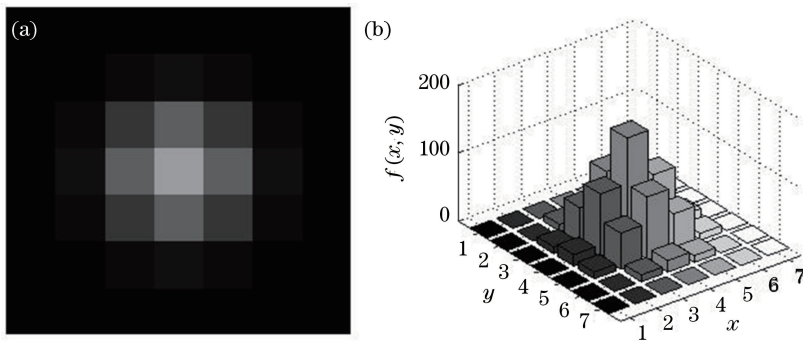


图 1 理想情况下(a)星点图像和(b)灰度分布特性

Fig. 1 (a) Star image and (b) grayscale distribution image under ideal condition

2.2 星点偏正态 PSF 模型分析

在实际拍摄星图的过程中由于光学成像系统所带来的离轴星像的非对称性,以及图像经由面阵探测器采样、量化和探测器自身各种噪声的影响,往往使得最后得到的星点能量分布与高斯分布差别较大,呈现关于峰值非对称性的偏正态分布情况^[9-11]。此时,高斯分布模型不能准确地表示星像能量分布情况,因此需要建立一种新的星像能量分布数学模型来更加准确地模拟星像能量分布。根据检测装置测量的星像能量分布数据,建立了偏正态 PSF 数学模型,其表示形式如下^[12]:

$$I(x, y) = \begin{cases} \frac{I_0}{2\pi\delta_1^2} \exp\left[-\frac{(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2}{2\delta_1^2}\right], & x < x_c \\ \frac{I_0}{2\pi\delta_2^2} \exp\left[-\frac{(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2}{2\delta_2^2}\right], & x > x_c \end{cases}, \quad (2)$$

式中 $I(x, y)$ 为星像坐标为 (x, y) 时的像素能量, I_0 为星点在焦平面上的总能量, (x_c, y_c) 为星像的能量中心,即星点中心, δ_1, δ_2 为星点的扩散半径,其大小决定了星像所占的像素数目,其对应的星点图像和灰度分布情况如图 2 所示。

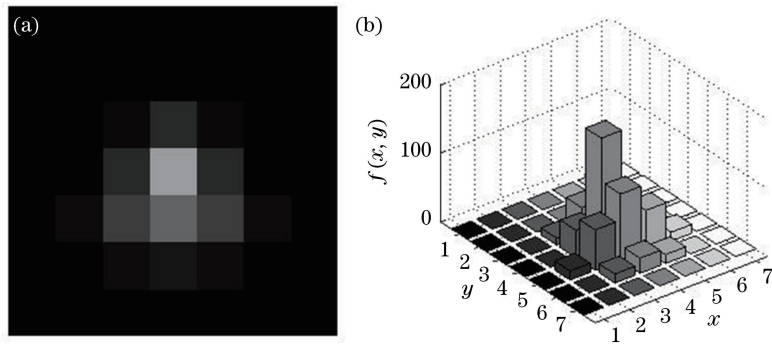


图 2 偏正态分布情况下(a)星点图像和(b)灰度分布图

Fig. 2 (a) Star image and (b) grayscale distribution image under skewed normal distribution

3 星点细分定位算法分析

3.1 质心法

质心法实质上是单星在图像平面成像时,光强关于像素坐标的一阶矩与光强零阶矩的比值,其星点中心计算公式为

$$\begin{cases} x_c = \frac{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N x f(x, y)}{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N f(x, y)} \\ y_c = \frac{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N y f(x, y)}{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N f(x, y)} \end{cases}, \quad (3)$$

式中 x_c, y_c 为星点图像中心, $f(x, y)$ 为星点图像在 (x, y) 处的灰度值。

质心法是一种对目标灰度值的加权运算,当像素点距离星点实际中心位置越近,其灰度值越高,该方法依据星点像素的灰度值对坐标的加权,将加权后的几何中心作为星点中心,所以质心法容易受到目标像点峰值两侧信号的影响。当星点能量分布为非对称时,星点能量分布的非对称性使得算法误差变大。质心法计算简单、效率高,但主要适用于能量分布对称的星点,且抗噪声性能较差。

3.2 高斯曲面拟合法

目前的亚像素细分定位算法主要有质心法、改进的质心法和高斯曲面拟合法等,在这些算法中高斯曲面拟合算法的定位精度最好^[13],高斯曲面函数可表示为

$$f(x, y) = A \exp \left\{ \frac{-1}{2(1-\rho^2)} \left[\left(\frac{x-x_c}{\delta_x} \right)^2 - 2\rho \left(\frac{x-x_c}{\delta_x} \right) \left(\frac{y-y_c}{\delta_y} \right) + \left(\frac{y-y_c}{\delta_y} \right)^2 \right] \right\}, \quad (4)$$

式中 A 为高斯幅值, ρ 为相关系数, (x_c, y_c) 为像点的中心坐标, δ_x 和 δ_y 为 x 和 y 方向的标准差,一般为简化计算,取 $\rho=0, \delta_x=\delta_y=\delta$ 。

利用最小二乘法可以计算出该高斯函数的中心值,即星点中心坐标。

高斯曲面拟合法适用于目标星点灰度分布呈高斯形状的星体,当星点灰度分布为关于峰值非对称的偏正态分布时与高斯分布相差较大,误差变大,且容易受到所选灰度值的影响,算法误差较大且稳定性差。

质心法、高斯曲面拟合法等的定位精度均是基于星点能量分布近似于高斯形状假设的前提下实现的^[14]。以上算法均不适用于星点 PSF 为非对称时的星点中心定位计算。

3.3 基于偏正态 PSF 相关法原理

根据星点能量分布关于峰值非对称的情况提出了一种基于非对称的偏正态 PSF 相关算法,并通过仿真实验验证了该算法的有效性,提高了星点中心定位误差精度。

根据互相关的基本原理可以实现用互相关函数来描述图像之间的相似度,因此亦可以用来计算星点中心位置。当 PSF 与星点能量分布越相似,相关系数越大,提取的星点中心越精确。

图像中的互相关函数定义为

$$c(\alpha, \beta) = f(i, j) \otimes g(i, j) = \sum_{(i, j) \in s} f(i, j) g(i + \alpha, j + \beta), \quad (5)$$

式中 $f(i, j)$ 为 PSF 积分所得序列, $g(i, j)$ 为目标区域, $c(\alpha, \beta)$ 为相关函数, \otimes 表示互相关。根据互相关的性质可知, $c(\alpha, \beta)$ 的最大值所对应 PSF 序列 $f(i, j)$ 与原星点图像最相似,因此该 PSF 模型分布的最大值所对应的坐标即为星像中心。

3.4 偏正态 PSF 相关法步骤

对目标星图进行加窗,取出星图中的目标区域 $g(x_i, y_j)$;以所得到的目标区域为大小,对已知的星点满足的 PSF 以单位像素为步长进行积分得到与目标区域大小相同的一组序列 $f(x_i, y_j)$;在一个像素单元内以 0.01 的间隔平移 PSF 进行积分取值,得到 $f(x_i, y_j)$ 序列;然后将所得的目标区域 $g(x_i, y_j)$ 与所得的 $f(x_i, y_j)$ 序列进行相关操作,通过确定相关系数的最大位置即可确定星点质心位置。

考虑到每计算一个星点图像的质心坐标就需要遍历所有积分所得的序列,效率较低,因此对以上算法进行了改进,算法步骤如下:

- 1) 对目标星图进行加窗取出目标区 $s(x, y)$;
- 2) 使用传统质心法对所提取的目标区域 $s(x, y)$ 进行质心初步提取,确定星点质心范围 $[a, b]$;
- 3) 根据所得到的质心范围 $[a, b]$,确定 PSF 积分序列的范围;
- 4) 将所得到的较小范围内的 PSF 积分序列与星点目标区域进行相关操作,进一步提取星点质心坐标。

算法流程图如图 3 所示。

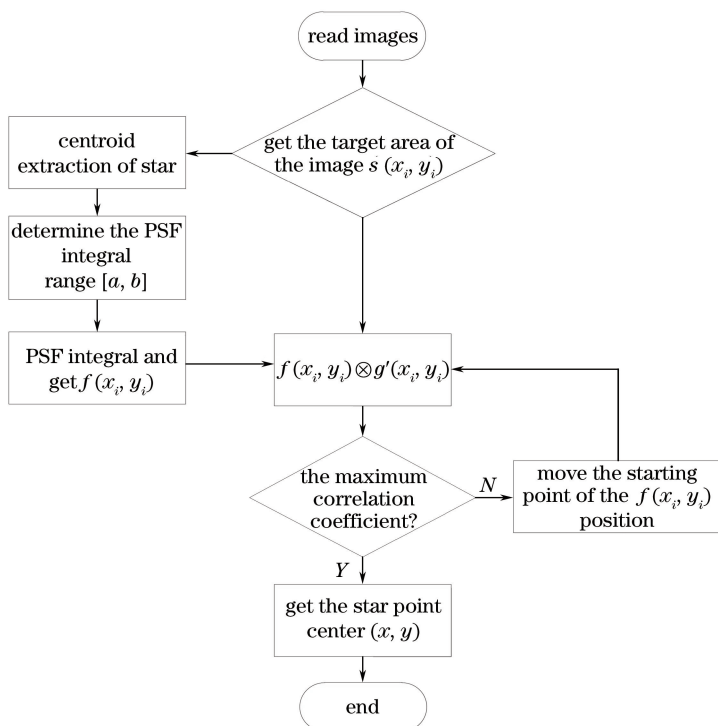


图 3 偏正态 PSF 相关算法流程图

Fig. 3 Flow chart of skewed normal PSF correlation algorithm

4 实验结果分析

由于星图中的星点提取主要是针对星像点的中心坐标进行提取,因此本文根据光学成像系统设计的参数以及星像点能量的分布特征,使用非对称条件下的偏正态 PSF 模型模拟生成了大小为 64×64 的单星星

图,用以验证该算法的定位精度。

由于星点中心在某一个像素内随机出现的概率相等,所以需要考虑星点中心坐标在一个像素内移动的情况。考虑到星点中心位置沿水平方向和垂直方向相互独立,可以先考虑水平(x)方向(或垂直方向),类推得到另一方向。选择星点中心坐标在水平 x 方向上变动,在垂直 y 方向上不变, x_c 以0.01 pixel为间隔依次增加,得到101幅模拟的星图用于实验分析。

4.1 无噪声星图实验分析

分别利用质心法、高斯曲面拟合法和基于非对称条件下的偏正态 PSF 相关法对生成的无噪声星图进行星点中心计算,并求出与真实星点中心的误差值。表1和表2为不同 δ_1, δ_2 取值时,高斯曲面拟合法和基于偏正态 PSF 相关法的算术平均误差(pixel)和各算法所用的平均时间(s)。

表1 $\delta_1=0.6$ 时无噪声星图中星点中心的算术平均误差(pixel)

Table 1 Arithmetic average error without noise of the star center when $\delta_1=0.6$ (pixel)

δ_2	Arithmetic		
	Centroid method	Gaussian surface fitting method	Skew Gaussian distribution PSF correlation method
0.7	0.0797	0.1522	0.0126
0.8	0.1592	0.2068	0.0114
0.9	0.239	0.3251	0.0123
1	0.3186	0.4757	0.0129
1.1	0.3983	0.6883	0.0137
1.2	0.4779	1.0676	0.0144
1.3	0.5574	2.5918	0.0152
1.4	0.6373	3.1843	0.0157
Average value	0.3584	1.0865	0.0135
Average time /s	0.32	7.70	14.47

表2 $\delta_1=0.7$ 时无噪声星图中星点中心算术平均误差(pixel)

Table 2 Arithmetic average error without noise of the star center when $\delta_1=0.7$ (pixel)

δ_2	Arithmetic		
	Centroid method	Gaussian surface fitting method	Skew Gaussian distribution PSF correlation method
0.8	0.0794	0.1267	0.0051
0.9	0.1593	0.1689	0.0058
1	0.2389	0.2391	0.0066
1.1	0.3186	0.3120	0.0072
1.2	0.3982	0.3841	0.0077
1.3	0.4777	0.4550	0.0083
1.4	0.5576	0.5236	0.0086
1.5	0.6371	0.5894	0.0092
Average value /pixel	0.3584	0.3499	0.0073
Average time /s	0.32	7.45	14.30

由实验数据可以看出,当星点能量分布为非对称的 PSF 时,随着不对称性增大(δ_2 增大),高斯曲面拟合法误差明显增大;而偏正态 PSF 相关算法误差随着不对称性的增大,误差有所增大但变化相对稳定,且比高

斯曲面拟合法误差精度高了约 95.5%~98.4%。

在同等条件下,各算法在运算时间上有所不同,其中质心法计算简单、所用时间最少;高斯曲面拟合法较质心法复杂,其运算时间约为质心法的 23 倍;而偏正态 PSF 相关法最为复杂,其运算时间约为高斯曲面拟合法的 1.9 倍。

4.2 含噪声星图实验分析

在实际拍摄到的星图中,由于图像传感器的散粒噪声、暗电流噪声、复位噪声、量化噪声等影响,实际拍摄到的星图信噪比减小,图像质量下降。因此,为了使仿真实验更加接近实际,对模拟星图添加了均值为 0、方差为 0.001 的高斯白噪声。表 3 和表 4 为不同 δ_1 、 δ_2 取值时,使用质心法、高斯曲面拟合法和偏正态 PSF 相关法计算所得星点中心算法平均误差值(pixel)和各算法所用的平均时间(s)。

表 3 $\delta_1 = 0.6$ 时含噪声星图中星点中心算术平均误差(pixel)

Table 3 Arithmetic average error with noise of the star center when $\delta_1 = 0.6$ (pixel)

δ_2	Arithmetic		
	Centroid method	Gaussian surface fitting method	Skew Gaussian distribution PSF correlation method
0.7	0.388	0.4961	0.0351
0.8	0.485	0.4343	0.038
0.9	0.3704	0.6194	0.0375
1	0.3686	2.3029	0.0378
1.1	0.4327	1.9306	0.0349
1.2	0.3575	1.9712	0.0421
1.3	0.3978	1.9427	0.0377
1.4	0.3816	2.3462	0.044
Average value /pixel	0.3977	1.5054	0.0383
Average time /s	0.35	7.82	14.51

表 4 $\delta_1 = 0.7$ 时含噪声星图中星点中心算术平均误差(pixel)

Table 4 Arithmetic average error with noise of the star center when $\delta_1 = 0.7$ (pixel)

δ_2	Arithmetic		
	Centroid method	Gaussian surface fitting method	Skew Gaussian distribution PSF correlation method
0.8	0.4133	0.2777	0.0379
0.9	0.4115	0.2352	0.0398
1	0.3863	0.4745	0.0346
1.1	0.3907	0.6983	0.0428
1.2	0.427	0.8987	0.0378
1.3	0.4175	0.5197	0.0433
1.4	0.4008	0.5733	0.0436
1.5	0.4038	0.6888	0.045
Average value /pixel	0.4063	0.5458	0.0406
Average time /s	0.36	7.65	14.47

根据实验数据可知,在含噪声的星图中偏正态 PSF 相关法、高斯曲面拟合法和质心法所得的星点中心误差均随着星点分布不均匀性的增大而增大,但偏正态 PSF 相关法所得星点中心误差精度均高于高斯曲面拟合法

和质心法所得星点中心误差精度;偏正态 PSF 相关法较高斯曲面拟合法提高了 86.35% ~ 98.35%,较质心法提高了 88.5%~92.2%。

在含有噪声的同等条件下,各算法在运算时间上与不含噪声条件下的运算时间相差不大;质心法运算时间最少,高斯曲面拟合法运算时间约为质心法的 21.25 倍,而偏正态 PSF 相关法所需的运算时间最多,约为高斯曲面拟合法的 1.89 倍。

由表 1~4 的实验数据可知,在含有噪声的星图中,三种算法计算的星点中心误差均变大,但偏正态 PSF 相关法所得的星点中心误差精度高于高斯曲面拟合法和质心法;且由于三种算法的复杂度不同,其计算星点中心的运算时间也有所差别,质心法最小,高斯曲面拟合法次之,偏正态 PSF 相关法所需时间最多约为高斯曲面拟合法的 2 倍。

5 结 论

结合星敏传感器实际拍摄的星图星点能量分布特性,分析了在星点能量分布为非对称的偏正态分布情况下,星点中心定位误差情况。在目前所用到的质心法、高斯曲面拟合法等定位算法中,高斯曲面拟合法的定位精度最好,但它们均是在基于星点能量分布满足高斯形状假设的前提下实现的。当星点能量分布与高斯形状相差较大时,高斯曲面拟合法所得星点中心误差将变大,不再适用于星点中心坐标的计算。因此提出了基于非对称的偏正态 PSF 相关法来提高星点中心定位精度,并通过仿真实验验证了该算法的定位精度,对于航空航天星敏传感器研究领域及相关研究领域具有参考价值。

实验结果表明,随着星点能量分布的非对称性变大,非对称 PSF 相关法和高斯曲面拟合法的定位精度均会下降,但前者定位精度仍大于后者。在无噪声星图下非对称的偏正态 PSF 相关法的定位精度比高斯曲面拟合法提高了 95.5%~98.4%,在有噪声的星图下提高了 86.35% ~ 98.35%。由于质心法、高斯曲面拟合法以及偏正态 PSF 相关法的运算复杂度不同,其对相同星图星点中心提取的运算时间也有所不同,其中质心法由于计算简便所用时间最短,高斯曲面拟合法次之,偏正态 PSF 相关法所需时间最多。但与偏正态 PSF 相关法较质心法和高斯曲面拟合法所提高的定位精度相比来说,偏正态 PSF 相关法仍旧可取。

参 考 文 献

- Jia Hui. Star centroid estimation and star identification of high accuracy star tracker[D].Changsha: National University of Defense Technology, 2010.
贾 辉. 高精度星敏传感器星点提取与星图识别研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2010.
- Liebe C C. Accuracy performance of star trackers a tutorial[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2002, 38(2): 587-599.
- Wang Fan, Chang Jun, Hao Yuncai, *et al.*. Mathematical model research of star image energy distribution of star tracker [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(5): 051203.
王 凡, 常 军, 郝云彩, 等. 高精度星敏传感器星像能量分布模型研究[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52 (5): 051203.
- Li Jing, Yang Baoxi, Hu Zhonghua, *et al.*. Development and performance testing of optical system for star sensor[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(5): 0522005.
李 璟, 杨宝喜, 胡中华, 等. 星敏传感器光学系统的研制与性能测试[J]. 光学学报, 2013, 33(5): 0522005.
- Zhang Xinyu, Hao Yuncai. Analysis of the star image energy distribution mathematical model and its effect on the accuracy for a star tracker[J]. Aerospace Control and Application, 2013, 39(3): 14-17.
张新宇, 郝云彩. 星敏传感器星点能量分布数学模型及其对精度的影响分析[J]. 空间控制技术与应用, 2013, 39(3): 14-17.
- Wu Ting'ao. A method of star extraction based on the energy distribution of the star point[J]. Information Technology, 2014, 11: 178-182.
吴庭翱. 基于能量分布的星点提取方法[J]. 信息技术, 2014, 11: 178-182.
- Wang Haiyong, Zhou Wenrui, Lin Haoyu, *et al.*. Parameter estimation of Gaussian gray diffusion model of static image

- spot[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(3): 0323004.
- 王海涌, 周文睿, 林浩宇, 等. 静态像点高斯灰度扩散模型参数估计方法[J]. *光学学报*, 2012, 32(3): 0323004.
- 8 Wang H, Zhou W, Cheng X, *et al.*. Image smearing modeling and verification for strapdown star sensor[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2012, 25(1): 115-123.
- 9 J Chang, Y Hao, J Liu. Research on aberration theory of star track systems[C]. *SPIE*, 2009, 7156: 715632.
- 10 Jiang Liang, Zhang Liguo, Zhang Xingxiang, *et al.*. Compensation for star centroid systematic error of star trackers[J]. *Chinese J Lasers*, 2015, 42(3): 0314001.
- 姜 亮, 张立国, 张星祥, 等. 星敏感器星点定位系统误差补偿[J]. *中国激光*, 2015, 42(3): 0314001.
- 11 Sun Ting, Xing Fei, You Zheng. Optical system error analysis of high accuracy star trackers[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(3): 0323003.
- 孙 婷, 邢 飞, 尤 政. 高精度星敏感器光学系统误差分析[J]. *光学学报*, 2013, 33(3): 0323003.
- 12 Wang Fan. The research of star tracker optical system design and measurement[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2015.
- 王 凡. 星敏感器光学系统设计与检测研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2015.
- 13 Wei Xinguo, Zhang Guangjun, Jiang Jie. Subdivided locating method of star image for star sensor[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2003, 29(9): 812-815.
- 魏新国, 张广军, 江 洁. 星敏感器中星图图像的星体细分定位方法研究[J]. *北京航空航天大学学报*, 2003, 29(9): 812-815.
- 14 Deng Jiangsheng, Fan Liheng, Gu Lili. Research on method of sub-pixel location of star image[J]. *Electronic Design Engineering*, 2012, 20(22): 186-189.
- 邓江生, 樊利恒, 古立莉. 星图像的亚像元细分定位方法研究[J]. *电子设计工程*, 2012, 20(22): 186-189.