

# 镜面面形误差统计方法研究

周平伟 马宏财

中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033

**摘要** 光学镜面的变形包括刚体位移和面形误差(表面畸变),分析刚体位移和面形误差对于评价光机系统的环境适应性、空间位置稳定性和成像质量具有重要作用。根据坐标转换法去除镜面变形中的刚体位移,论述了曲面拟合、法线方向和光轴方向三种面形误差统计方法的原理并进行了深入比较,针对不同重力及温度工况计算了镜面面形误差的均方根(RMS)值及峰谷(PV)值。引入镜面弥散斑 RMS 半径并将其作为面形误差大小的光学评价标准,通过三次插值算法生成栅格矢高面,在 ZEMAX 软件中建立了高精度的镜面面形误差光学模型,最后采用面形误差的 RMS 值及 PV 值与弥散斑 RMS 半径之间的线性关系考查了三种面形误差统计方法的光学性能。研究表明:曲面拟合法统计的面形误差信息不完整,适用于镜面面形方程参数不发生明显改变的工况。法线方向和光轴方向两种统计方法统计的面形误差信息完整,可以全面地衡量光机系统的成像质量。

**关键词** 测量;面形误差;刚体位移;均方根半径;栅格矢高面;光机集成分析

**中图分类号** O435 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/LOP53.041201

## Research of Statistical Methods for Mirror Surface Figure Error

Zhou Pingwei Ma Hongcai

*Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences,  
Changchun, Jilin 130033, China*

**Abstract** The deformation of optical mirror surface includes rigid-body motion and surface error (distortion). Analyzing the distortion and rigid-body errors plays an important role while evaluating the imaging quality, the environmental adaptability and spatial positional stability of the opto-mechanical system. Removal of rigid-body errors is based on the coordinate transformation method. Three methods are described to perform the calculation of root mean square (RMS) value and peak valley (PV) value of distortion. The optical model in ZEMAX software is established through grid sag surface by cubic interpolation algorithm. The RMS spot radius calculated in ZEMAX software is used as the optical standard of mirror distortion. The linearity between RMS value and PV value of distortion and RMS spot radius is taken as the evaluation criteria of the optical performance of three statistical methods for mirror distortion. The results show that the information of distortion calculated by surface fitting method is not complete, the surface fitting method can be applied only when parameters of the surface equation have not been significantly changed. However, the information calculated by normal direction and optical axis direction methods is complete which can be used to measure the image quality of optical system comprehensively.

**Key words** measurement; surface error; rigid-body motion; root mean square radius; grid sag surface; integrated opto-mechanical analysis

**OCIS codes** 120.4800; 120.6650; 220.4840

## 1 引言

在光学仪器设计中,由于机械载荷或热载荷的作用,光学元件表面将会产生变形,影响光学系统的成像质量。因此,在空间相机设计时,通常需要利用有限元软件分析镜面变形,用以验证结构设计是否满足光学成像要求。有限元分析得到的镜面变形包含刚体位移和面形误差(表面畸变),分析刚体位移和面形误差对于评价光机结构的环境适应性、空间位置稳定性和成像质量具有重要作用<sup>[1]</sup>。

收稿日期: 2015-09-02; 收到修改稿日期: 2015-10-19; 网络出版日期: 2016-02-01

作者简介: 周平伟(1988—),男,硕士,研究实习员,主要从事光机集成和空间主动光学方面的研究。

E-mail: npuzhoupw@163.com

通常镜面面形误差由均方根(RMS)值及峰谷(PV)值表征,常用统计面形误差的方法有 Zernike 多项式拟合法和曲面拟合法<sup>[2-6]</sup>。Zernike 多项式具有只在单位圆上正交以及不反映镜面高频面形误差的缺陷<sup>[7]</sup>。曲面拟合法将变形后的节点拟合为一个具有新的参数且与原始面形为同一类型的曲面,统计变形节点相对于拟合面形的偏差,无法全面地衡量支撑效果<sup>[6]</sup>。本文采用法线方向和光轴方向两种面形误差统计方法,统计变形节点相对于原始面形的偏差。引入光学弥散斑 RMS 半径并将其作为镜面面形误差大小的光学评价标准,通过三次插值算法生成栅格矢高面,在 ZEMAX 软件中建立了高精度的面形误差光学模型。通过成像质量考查了三种面形误差统计方法的光学性能。

## 2 刚体位移

有限元分析的镜面变形中通常包含刚体位移,法线方向和光轴方向两种方法在统计面形误差之前需要将节点变形中的刚体位移去除。刚体位移包含 3 种形式:离焦、偏心和倾斜,主要由支撑装置的变形造成。刚体位移可以通过计算镜面节点位移的平均值近似获得,也可以通过曲面拟合的方式获得,如拟合的新球面与原始球面的球心坐标差即刚体位移。但是以上两种方式只能反映镜面离焦和偏心,不能反映镜面倾斜。

选择镜面上的任意节点  $P$  作为参考点, $P$  在全局坐标系中的坐标为  $(X_0, Y_0, Z_0)$ , 节点  $P$  的刚体位移由矢量  $\alpha = \{x_0, y_0, z_0, \Delta\theta_x, \Delta\theta_y, \Delta\theta_z\}$  来定义。由于在计算刚体位移时,镜面是被看作一个刚体,那么镜面变形节点在局部坐标系中的坐标与原始节点在全局坐标系中是相同的。通过匹配镜面节点的实际位移与镜面作为一个刚体的假定位移来求解刚体位移。镜面节点的刚体位移可以通过以节点  $P$  为坐标原点,相对全局坐标系偏移  $\alpha$  的局部坐标系到全局坐标系的坐标变换得到。镜面上节点  $i$  的位移  $(x_i, y_i, z_i)$  可以表示为:

$$\begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & (Z_i - Z_0) & -(Y_i - Y_0) \\ -(Z_i - Z_0) & 0 & (X_i - X_0) \\ (Y_i - Y_0) & -(X_i - X_0) & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\theta_x \\ \Delta\theta_y \\ \Delta\theta_z \end{Bmatrix}. \quad (1)$$

以矢量  $\alpha$  为未知量,包含镜面所有节点的方程改写为:

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ \vdots \\ x_i \\ y_i \\ z_i \\ \vdots \\ x_n \\ y_n \\ z_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & (Z_1 - Z_0) & -(Y_1 - Y_0) \\ 0 & 1 & 0 & -(Z_1 - Z_0) & 0 & (X_1 - X_0) \\ 0 & 0 & 1 & (Y_1 - Y_0) & -(X_1 - X_0) & 0 \\ & & & \vdots & & \\ 1 & 0 & 0 & 0 & (Z_i - Z_0) & -(Y_i - Y_0) \\ 0 & 1 & 0 & -(Z_i - Z_0) & 0 & (X_i - X_0) \\ 0 & 0 & 1 & (Y_i - Y_0) & -(X_i - X_0) & 0 \\ & & & \vdots & & \\ 1 & 0 & 0 & 0 & (Z_n - Z_0) & -(Y_n - Y_0) \\ 0 & 1 & 0 & -(Z_n - Z_0) & 0 & (X_n - X_0) \\ 0 & 0 & 1 & (Y_n - Y_0) & -(X_n - X_0) & 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

当节点数大于 6 个时,(2)式属于超静定方程,通常无解。但是,可以求得方程的最小二乘法解:

$$\alpha = (A^T A)^{-1} A^T b, \quad (3)$$

式中  $A$  和  $b$  由(2)式定义。通过形成(2)式中的方程,更便于理解和处理有限元面形数据,上述方法可得到镜面刚体位移的数值解,该方法与镜面形状无关,适合于平面、球面和非球面的刚体位移求解。

## 3 镜面面形误差统计

### 3.1 曲面拟合面形误差

通过有限元分析,求出反射镜镜面节点在载荷作用下的变形。假定镜面节点的变形为线性微小变形,即镜面的总体形状未发生变化,曲面拟合法将变形后的节点拟合为一个具有新的参数且与原始面形为同一类型的曲面,如图 1 所示。采用最小二乘法进行曲面拟合,拟合曲面满足与变形节点残余误差平方和最小。统计镜面变形节点相对于拟合曲面的偏差  $\overline{P_i F}$  的 RMS 即为镜面的面形误差 RMS 值,偏差的最大值和最小

值之差即为面形误差的PV值。曲面拟合法统计面形误差时需针对不同的曲面类型调整拟合方法。此外,拟合过程中所选节点的不同会影响计算结果,适用于整个镜面的误差处理,而不适用镜面的局部区域。固定球面镜顶点,温度升高,镜面各节点均匀膨胀,如图2所示。变形后的镜面仍为球面,只是球径发生了改变。由于曲面拟合方法统计的是变形节点相对于拟合曲面的偏差,这时,曲面拟合法统计的面形误差理论上为零,即曲面拟合法不直接反映曲面参数改变所带来的面形误差。

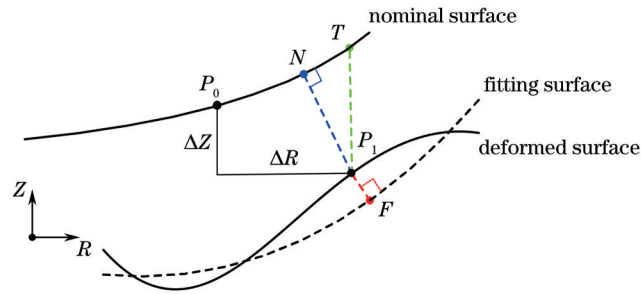


图1 镜面节点偏差定义

Fig.1 Definition of displacements of mirror surface

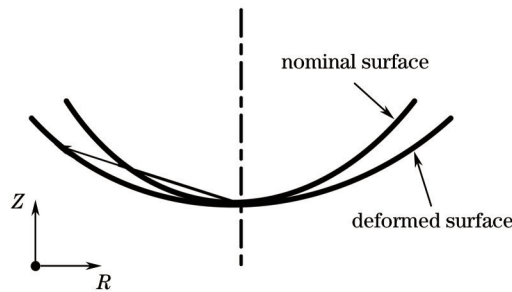


图2 镜面均匀热膨胀

Fig.2 Uniform thermal expansion of mirror

### 3.2 法线方向面形误差

该方法将有限元节点变形转变为法线方向或者波前拓扑模型。如图1所示,节点 $P_0$ 由于结构变形 $\Delta R$ 和 $\Delta Z$ 移动到 $P_1$ 。将节点 $P_1$ 作为起点,在原始曲面上搜索点 $N$ 使得过点 $N$ 的原始曲面法线经过变形节点 $P_1$ 。将法线方向的偏差定义为长度 $\overline{NP_1}$ 。

设点 $N(X_N, Y_N, Z_N)$ 在原始面形方程 $Z = F(X, Y)$ 上,过 $N$ 点的法线是指经过该点并且与该点切平面相垂直的直线。法线方程为:

$$\frac{X - X_N}{F_x(X_N, Y_N)} = \frac{Y - Y_N}{F_y(X_N, Y_N)} = \frac{Z - Z_N}{-1} \quad (4)$$

因为 $P_1$ 在法线上,将节点 $P_1$ 坐标代入(4)式,并联立原始面形方程可求得点 $N$ 坐标,进而通过两点之间的距离公式求得 $\overline{NP_1}$ 。统计镜面变形节点相对于原始面形的偏差 $\overline{NP_1}$ 的RMS即为镜面的面形误差RMS值,偏差的最大值和最小值之差即为面形误差的PV值。由于计算过程中涉及到方程偏导数和非线性方程组的求解,计算迭代次数多,容易出现不收敛的情况<sup>[8]</sup>。

计算法线方向的面形误差需要变形节点 $P_1$ 准确的位置坐标。有限元仿真中变形量( $\Delta R$ 与 $\Delta Z$ )通常被认为是准确的,但是由于CAD建模和有限元网格划分误差,使得节点 $P_0$ 不在原始面形上,即变形节点 $P_1$ 的位置也存在误差。为了提高面形误差统计结果的准确度,将节点 $P_0$ 的 $X$ 轴和 $Y$ 轴坐标( $X_0, Y_0$ )代入原始面形方程中重新计算 $Z$ 轴坐标值,以消除建模和有限元网格划分误差。

### 3.3 光轴方向面形误差

该方法将有限元节点变形转变为光轴方向或者矢高拓扑模型。与法线方向面形误差算法相同,将变形节点 $P_1$ 作为起点。如图1所示,长度 $\overline{TP_1}$ 与光轴方向平行,因此 $\overline{TP_1}$ 也被称作矢高变形量。

镜面变形节点相对于原始面形 $Z = F(X, Y)$ 的偏差在光轴方向的偏差 $\overline{TP_1}$ 为:

$$|\overline{TP}_1| = F(R_{p0}) + \Delta Z - F(R_{p0} + \Delta R). \quad (5)$$

由(5)式可知,计算光轴方向面形误差不需要计算变形节点 $P_1$ 的坐标。由3.2节可知,CAD建模和有限元网格划分误差不影响光轴方向面形误差的统计结果的准确度。同样,统计镜面变形节点相对于原始面形的偏差 $\overline{TP}_1$ 的RMS即为镜面的面形误差RMS值,偏差的最大值和最小值之差即为面形误差的PV值。

### 3.4 三种统计方法比较

根据数据的用途,上述三种统计方法对比总结如下:曲面拟合法统计面形误差时不需先去除镜面变形中的刚体位移,而且不需要原始面形方程,但统计的面形误差中不包含镜面面形方程参数改变引起的面型误差。与曲面拟合法相比,法线方向和光轴方向统计面形误差时需先去除镜面变形中的刚体位移,而且需要原始面形方程。根据面形检测干涉理论,法线方向的面形误差统计结果可以直接与干涉仪测量数据对比,但计算过程复杂。相比法线方向,光轴方向计算过程简单,但理论上其统计结果不能直接与干涉仪测量数据对比。

曲面拟合法统计的面形误差中不包含镜面面形方程参数改变引起的面形误差,面形误差信息不完整。以反射镜背部均布三个支撑点,存在一个最优支撑半径使得面形误差最小<sup>[9]</sup>为例来说明曲面拟合法统计的面形误差无法全面的衡量光机系统设计效果。针对一个半径为 $R_{MAX}$ 为300 mm, $F\#$ 取2,直径-厚度比为10且没有孔的圆形抛物面实体反射镜,在光轴竖直1g重力工况下,统计面形误差RMS值与PV值与归一化半径的关系如图3所示。曲面拟合法由于统计的面形误差信息不完整,不能准确反映面形误差随支撑半径的变化,即无法从拟合曲线中得到最优的支撑半径;而法线方向和光轴方向两种面形误差统计方法统计的面形误差信息完整,反映了面形误差随支撑半径的变化,拟合曲线的最低点对应的支撑半径约为 $0.65 R_{MAX}$ ,与理论值偏差仅为0.78%。

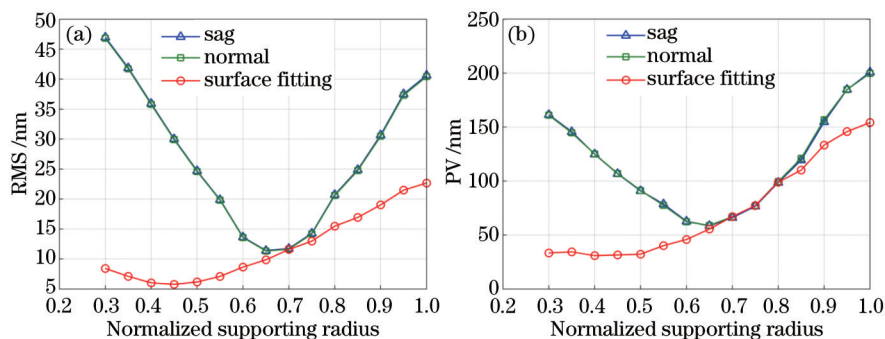


图3 面形误差与归一化支撑半径关系。(a) RMS; (b) PV

Fig.3 Surface error as a function of normalized supporting radius. (a) RMS; (b) PV

## 4 面形误差的光学建模

通常,光机系统工程分析人员通过面形误差RMS值和PV值判断面型精度以及镜面的空间位置稳定性是否满足设计要求。由于不同面形误差统计方法往往得到不同的RMS值及PV值,使得光机系统工程分析人员缺乏统一的判断标准。因此,通过光学系统成像质量确立每种面形误差统计方法的光学性能对于结构设计人员具有重要的指导意义,引入光学弥散斑RMS半径并将其作为镜面面形误差大小的光学评价标准。为了计算镜面光学弥散斑RMS半径尺寸,需要建立镜面面形误差的光学模型,在光学软件ZEMAX中主要方法有Zernike多项式拟合和生成栅格矢高面。

### 4.1 Zernike多项式拟合

Zernike多项式拟合可以将有限元节点光轴方向的变形拟合为Zernike多项式系数,作为附加面形叠加到原始面形上<sup>[10]</sup>:

$$z = \frac{cr^2}{1 + \sqrt{1 - (1+k)c^2r^2}} + \sum a_i Z_i, \quad (6)$$

式中 $z$ 是光学表面的矢高,第一项为二次曲面多项式,第二项作为附加分量,其中 $Z_i$ 和 $a_i$ 分别为Zernike多项式和系数。

参与拟合的 Zernike 多项式的项数和有限元节点的数量及分布对拟合结果的影响较大。节点的数量较少或者分布不均匀时, Zernike 多项式系数失去正交性。由于 Zernike 多项式拟合不能反映镜面局部突起和边缘效应等高频信息, Zernike 多项式拟合带来面形信息损失。

#### 4.2 栅格矢高面

栅格矢高面的形状是由平面、球面、二次非球面或多项式非球面基底加上由矢高值矩阵定义的附加矢高项定义的。任意点处的矢高定义为:

$$z = z_{\text{base}} + z(x_i, y_i). \quad (7)$$

在 ZEMAX 中,任意点上的面矢高的计算采用双三次样条或者线性插值。当只有矢高,没有矢高微分值时,可以选择两种插值方法中的一种。当同时具备矢高和矢高微分值时, ZEMAX 可以选用双三次样条插值方法。由于栅格矢高面不在栅格边缘外定义,栅格区域外的光线追迹会被当作一个错误,因此,最好将栅格的有效数据部分设为比光线照射区域大一些,即设置通光口径要小于镜面的口径。同时,为了提高光学模型的准确性,需要保证一定的栅格节点数目<sup>[11]</sup>。与 Zernike 多项式拟合相比,栅格矢高面方法具有更高的精度。因此,将三次插值算法生成的矢高值矩阵导入到 ZEMAX 中,建立镜面面形误差的光学模型。

### 5 三种面形误差统计方法的光学性能评价

为了考查三种面形误差统计方法的光学性能,以碳化硅(SiC)材质的旋转抛物面反射镜为研究对象。镜面背部均匀三点支撑,  $F\#$ 取 2,直径 600 mm (通光口径为 540 mm),径厚比设为 10。通过 UG 建立镜面的三维模型,利用有限元软件 ANSYS 分析镜面在重力和温度工况下的镜面变形,去除刚体位移后的镜面云图如图 4 所示。

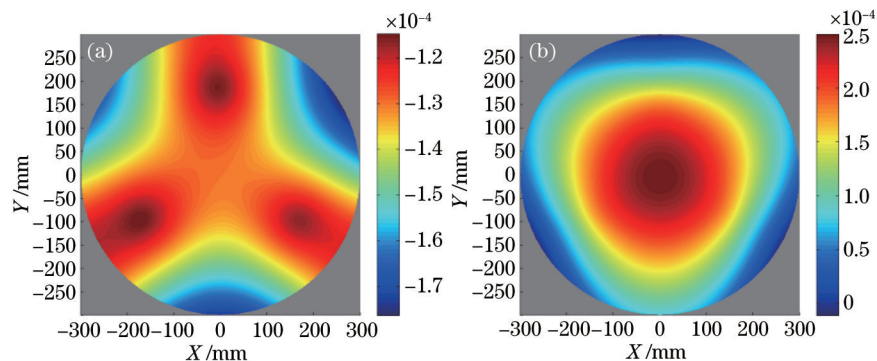


图 4 镜面的变形云图。(a) 1 g 重力; (b) 1°C 温升

Fig.4 Deformation contour plots of mirror surface. (a) 1 g gravity; (b) 1°C thermal rise

主镜在施 1 g 重力和 1°C 温升工况下,弥散斑 RMS 半径相对误差与栅格密度之间的关系如图 5 所示。当采用 401×401 的栅格时,相对误差小于 0.01%。进一步提高栅格密度,相对误差没有明显变化。因此,以下计算均采用 401×401 的栅格密度生成栅格矢高面建立光学模型。

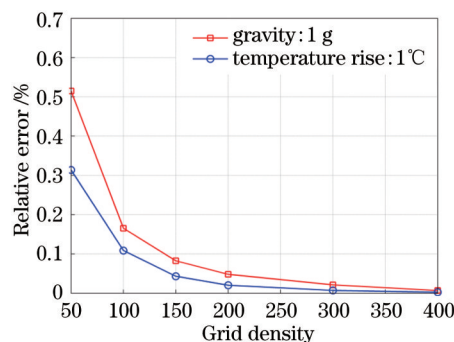


图 5 弥散斑 RMS 半径相对误差与栅格密度的关系

Fig.5 Relative error of RMS spot radius as a function of grid density

为了较全面地考虑实际工况,在重力和温度工况下分别对主镜施加 1 g、2 g、3 g、6 g、10 g 重力和 1°C、

2℃、3℃、6℃、10℃温升。将重力和温度工况引起的镜面变形通过栅格矢高面导入到ZEMAX中建立光学模型,得到不同重力和温度工况下光学系统的弥散斑RMS半径。如图6所示,结果表明弥散斑RMS半径与重力和温度载荷呈线性关系。

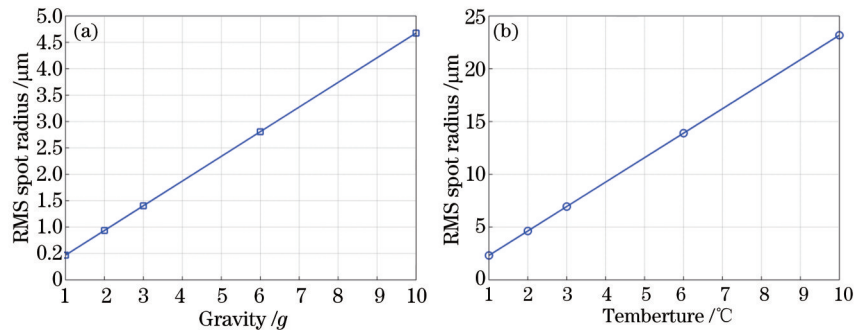


图6 弥散斑RMS半径与工况载荷的关系。(a)重力;(b)温度

Fig.6 RMS spot radius as a function of working load. (a) Gravity; (b) temperature

重力和温度工况下,变形面形焦距与原始面形焦距相对偏差如图7所示。随着重力和温度载荷提高,相对偏差线性增大。相比重力载荷,温度载荷引起的焦距相对偏差更大。其中在10g重力载荷下,焦距值由1200变化到1200.012,相对偏差值约为0.001%。在10°温升工况下,焦距偏差值最大,焦距值由1200变化到1200.142,相对偏差值约为0.0118%。

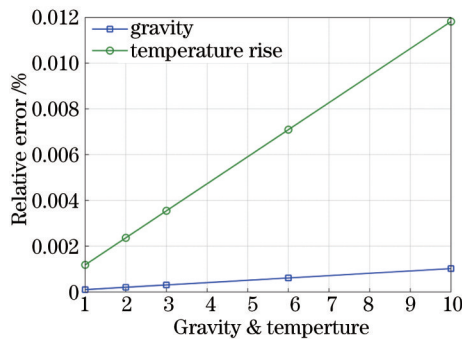


图7 重力和温度工况下,变形面形焦距与原始面形焦距相对偏差

Fig.7 Focus of deformed surface relative error relative to that of original surface under gravity and temperature

通过抛物面拟合、法线方向和光轴方向三种面形误差统计方法分别统计每种工况下镜面面形误差RMS值及PV值。进一步得到重力和温度工况下镜面弥散斑RMS半径与面形误差RMS值及PV值的关系分别如图8所示和图9所示。

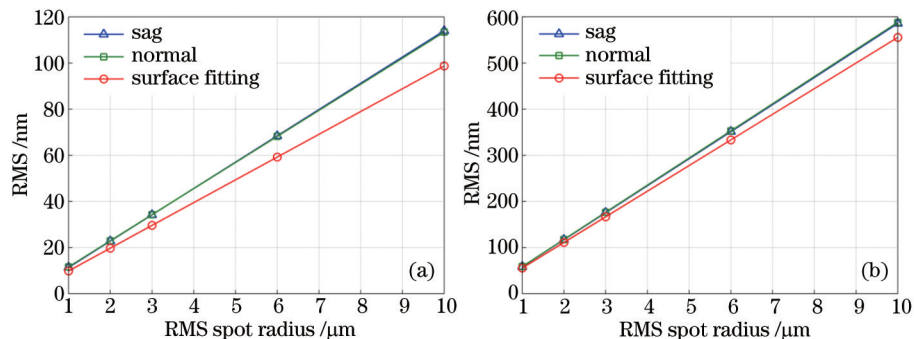


图8 重力工况下镜面弥散斑RMS半径与面形误差的关系。(a) RMS; (b) PV

Fig.8 RMS spot radius as a function of surface error under gravity. (a) RMS; (b) PV

由图8可知,重力工况下弥散斑RMS半径与三种面形误差统计方法得到的RMS值及PV值呈线性关系,但直线斜率有所差别。如图8(a)所示,拟合直线的斜率分别为 $2.112 \times 10^{-5}$ 、 $2.420 \times 10^{-5}$ 、 $2.437 \times 10^{-5}$ ,即重力工况下曲面拟合法统计的面形误差RMS值最小,法线方向次之,光轴方向最大;如图8(b)所示,拟合直线的斜率分别为 $1.188 \times 10^{-4}$ 、 $1.258 \times 10^{-4}$ 、 $1.253 \times 10^{-4}$ ,即重力工况下曲面拟合法统计的面形误差PV值最小,光轴方向

次之,法线方向最大。由此可知,重力工况下法线方向和光轴方向两种统计方法得到 RMS 值和 PV 值相近,曲面拟合方法统计的面形误差偏小。与法线方向统计方法相比,曲面拟合法得到的面形误差 RMS 值偏小 12.73%,PV 值偏小 11.13%。

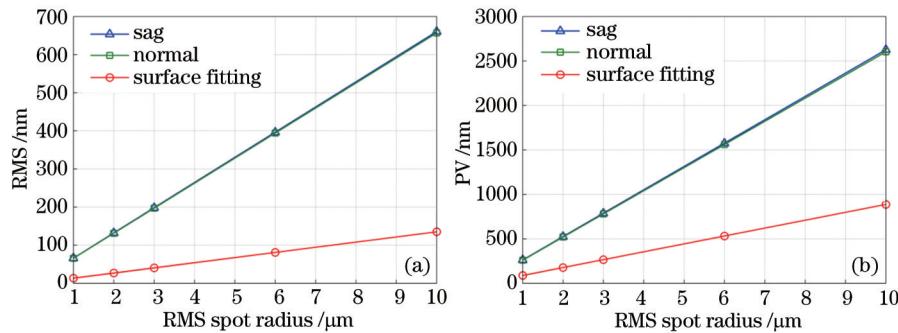


图9 温度工况下镜面弥散斑 RMS 半径与面形误差的关系。(a) RMS; (b) PV

Fig.9 RMS spot radius as a function of surface error under thermal soak. (a) RMS; (b) PV

由图9可知,与重力工况相同,温度工况下弥散斑 RMS 半径与三种面形误差统计方法得到的 RMS 值及 PV 值呈线性关系,但直线斜率差别更为明显。如图9(a)所示,拟合直线的斜率分别为  $2.891 \times 10^{-5}$ 、 $1.402 \times 10^{-4}$ 、 $1.412 \times 10^{-4}$ ,即温度工况下曲面拟合法统计的面形误差 RMS 值最小,法线方向次之,光轴方向最大;如图9(b)所示,拟合直线的斜率分别为  $1.898 \times 10^{-4}$ 、 $5.567 \times 10^{-4}$ 、 $5.616 \times 10^{-4}$ ,即温度工况下曲面拟合法统计的面形误差 PV 值最小,法线方向次之,光轴方向最大。由此可知,温度工况下法线方向和光轴方向两种统计方法得到 RMS 值和 PV 值相近,曲面拟合方法统计的面形误差偏小。与法线方向统计方法相比,曲面拟合法得到的面形误差 RMS 值偏小 79.38%,PV 值偏小 65.91%。

分析图7、图8和图9可知,焦距相对偏差越大,相比其他统计方法曲面拟合法统计结果越偏小,表明曲面拟合方法统计面形误差时不反映镜面面形方程参数改变带来的面形误差,与3.4节的分析结论相一致。

## 6 结 论

通过对比三种面形误差统计方法的原理可知,相比曲面拟合法,法线方向和光轴方向两种面形误差统计方法统计变形节点相对于原始面形的偏差,统计的面形误差信息完整。由于各种工况下,光轴方向与法线方向统计结果相一致,因此光轴方向统计结果也可以与干涉测量数据直接对比。仿真结果表明:在重力作用下,主镜面形方程的参数变化不大,三种统计方法结果相近;主镜温度升高时,主镜面形方程的参数发生了明显改变,曲面拟合方法统计的 RMS 值及 PV 值与另外两种方法统计结果之间的偏差进一步增大。通过面形误差与弥散斑 RMS 半径之间的线性关系考查了三种面形误差统计方法的光学性能:曲面拟合法统计的面形误差信息不完整,适用于镜面面形方程参数不发生明显改变或者将曲面方程参数变化量分离考虑的工况;镜面方程参数发生明显改变时,法线方向和光轴方向两种统计方法仍然适用,可以全面的衡量光机系统的成像质量。

## 参 考 文 献

- Zhang Defu, Li Xianling. Effect of adjusting force on surface figure of lens in eccentric adjusting mechanism[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(7): 0716004.  
张德福, 李显凌. 调节力对偏心调节机构中透镜面形的影响[J]. 中国激光, 2014, 41(7): 0716004.
- Li Xianhui, Wu Qingwen, Yang Hongbo, *et al.*. New method of mirror surface figure treatment in optical engineering analysis [J]. Optical Technique, 2003, 29(6): 752-756.  
李贤辉, 吴清文, 杨洪波, 等. 光学工程分析中的镜面面形处理新方法[J]. 光学技术, 2003, 29(6): 752-756.
- Bi Yong, Zhai Jia, Wu Jinhua, *et al.*. One method for mirror surface figure treatment in optical instrument[J]. Optical Technique, 2009, 35(1): 10-12.  
毕 勇, 翟 嘉, 吴金虎, 等. 一种光学仪器镜面面形的处理方法[J]. 光学技术, 2009, 35(1): 10-12.
- Zhang Junqiang, Dong Deyi, Wu Qingwen, *et al.*. Treatment of surface figure error and rigid body motion for mirror/lens in optical remote sensor[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2011, 32(6): 242-247.

- 张军强, 董得义, 吴清文, 等. 光学遥感器镜面面形误差及刚体位移处理方法[J]. 仪器仪表学报, 2011, 32(6): 242-247.
- 5 Yang Jiawen, Huang Qiaolin, Han Youmin. Application and simulation in fitting optical surface with Zernike polynomial[J]. Spacecraft Recovery & Remote Sensing, 2010, 31(5): 49-55.
- 杨佳文, 黄巧林, 韩友民. Zernike多项式在拟合光学表面面形中的应用及仿真[J]. 航天返回与遥感, 2010, 31(5): 49-55.
- 6 Wu Qingwen. Treating with surface figure error of mirror/lens by means of surface equation[J]. Optics and Precision Engineering, 1998, 6(6): 56-60.
- 吴清文. 镜面面型误差的曲面方程处理方法[J]. 光学精密工程, 1998, 6(6): 56-60.
- 7 Zhang Yanwei, Su Dongqi, Sui Yongxin, *et al.*. Absolute testing of rotationally asymmetric surface deviation with the method of rotation-averaging and compensation[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(7): 0708007.
- 张艳微, 苏东奇, 隋永新, 等. 基于旋转平均补偿算法的旋转非对称面形绝对检测[J]. 中国激光, 2014, 41(7): 0708007.
- 8 Ioannis K Argyros, Said Hilout. Improved local convergence of Newton's method under weak majorant condition[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2012, 236(7): 1892-1902.
- 9 Paul R Yoder Jr. Opto-Mechanical Systems Design[M]. Zhou Haixian, Cheng Yunfang Transl. Beijing: China Machine Press, the 3<sup>rd</sup> edition, 2008: 478-480.
- 约 德. 光机系统结构设计[M]. 周海宪, 程云芳译. 北京: 机械工业出版社, 原书第三版, 2008: 478-480.
- 10 Ye Jingfei, Gao Zhishan, Liu Xiaoli, *et al.*. Freeform surfaces reconstruction based on Zernike polynomials and radial basis function[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(8): 0822003.
- 叶井飞, 高志山, 刘晓莉, 等. 基于 Zernike 多项式和径向基函数的自由曲面重构方法[J]. 光学学报, 2014, 34(8): 0822003.
- 11 Keith B Doyle, Victor L Genberg, Gregory J Michels, *et al.*. Optical modeling of finite element surface displacements using commercial software[C]. SPIE, 2005, 5867: 58670I.

栏目编辑: 韩 峰