# 关于全视差全息体视图成像系统光瞳尺寸的研究

蒋晓瑜<sup>1</sup> 程长青<sup>1</sup> 闫兴鹏<sup>1\*</sup> 严志强<sup>1</sup> 赵 锴<sup>2</sup> '装甲兵工程学院信息工程系,北京 100072

<sup>2</sup>装甲兵工程学院 控制工程系,北京 100072

**摘要** 构建了一种全视差全息体视图的成像系统模型,成像系统因三维物体具有一定深度分布而存在波前像差,运 用带像差衍射受限系统的相关理论对该模型进行了相关分析。采用矩形光瞳为成像系统的出瞳函数,计算得到在无 像差、小像差和大像差三种像差下光学传递函数与空间频率、出瞳尺寸三者间的变化关系,并以光学传递函数与空间 频率的积分值作为该成像系统的成像质量的评价指标,得到不同像差条件下积分值与出瞳尺寸的曲线,优化矩形光 瞳的孔径尺寸,获得在全视差全息体视图的打印平台中孔径光阑的最佳尺寸,以提高全视差全息体视图的成像质量。 关键词 全息;体视图;全视差;成像系统;矩形光瞳;光学传递函数

中图分类号 O438.1 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP53.030901

# Research on Pupil Size of Full-Parallax Holographic Stereogram Imaging System

Jiang Xiaoyu<sup>1</sup> Cheng Changqing<sup>1</sup> Yan Xingpeng<sup>1</sup> Yan Zhiqiang<sup>1</sup> Zhao Kai<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Information Engineering, Academy of Armored Force Engineering, Beijing 100072, China <sup>2</sup>Department of Control Engineering, Academy of Armored Force Engineering, Beijing 100072, China

**Abstract** A model of the full-parallax holographic stereographic imaging system is built. The wavefront aberration exists because of the depth distribution of three-dimensional (3D) objects, and this aberration is analyzed by the related theory of diffraction-limited imaging system. Rectangular pupil is used as the exit pupil of the imaging system. The relationship among the optical transfer function (OTF), the spatial frequency, and the pupil size is obtained in such situations as non-aberration, small-aberration and large-aberration. In addition, the imaging quality can be evaluated by the integral values of OTF on spatial frequency, the variation relationship between the integral value of OTF and pupil size is obtained under different aberration conditions, so as to optimize the size of rectangular pupil and get the optimal aperture size on printing platform of full-parallax holographic stereogram to improve the imaging quality.

**Key words** holography; holographic stereogram; full-parallax; imaging system; rectangular pupil; optical transfer function

**OCIS codes** 090.2870; 090.2900; 090.2890

1 引 言

目前,对于全息体视图的研究主要集中在空间域,而且对基于全息单元的全视差全息体视图的设计主要为定性的几何分析<sup>[1-2]</sup>。Halle<sup>[3]</sup>对全息体视图拍摄中观察位置、孔径大小、物体分辨率、孔径位置等约束条件进行了系统的几何光学分析,并对再现图像中的透视畸变问题提出了解决方案。Hahn等<sup>[4]</sup>通过拼接空间光调制器构造了大视角的动态全息体视图显示系统。Cheng等<sup>[5]</sup>提出了一种二步全息法构建多视角柱面全息体视图

E-mail: jiangxiaoyu2007@gmail.com

收稿日期: 2015-07-17; 收到修改稿日期: 2015-09-10; 网络出版日期: 2015-12-08

基金项目:全国优秀博士学位论文作者专项资金(201432)、北京市自然科学基金(4152049)、北京市科技新星计划 (XX2015087)

作者简介:蒋晓瑜(1967—),男,教授,博士生导师,主要从事于信息光学及三维全息显示技术方面的研究。

<sup>\*</sup>通信联系人。E-mail: yanxp02@gmail.com

系统。Takaki等<sup>@</sup>提出了一种通过物体多个角度的视差图像而直接生成全息体视图的方法。2013年,Hong 等<sup>四</sup>开发了一种类似于"点"打印的全息体视图的打印系统,并采用全息单元交叠的方法提高再现视差图像的 成像质量。在国内,北京理工大学王涌天教授课题组、刘娟教授课题组在全息显示的采样、编码、调制以及波 前像差的优化方法等方面取得了一系列的进展[8-11]。北京邮电大学桑新柱等[12-13]研究了利用全息功能屏实现 具有平滑运动视差的全息体视系统。清华大学 Zhang 等<sup>114-15</sup>研究组结合光学点源追迹与全息体视方法,实现 了可正确表达会聚、遮挡效果的全视差全息体视图。随着全息体视图系统的不断发展,尤其是在全息体视图 打印过程中,通过改进三维物体视差图像的拍摄方法<sup>181</sup>,优化出瞳函数<sup>161</sup>、利用全息单元交叠法<sup>171</sup>,像素抽取法 和视角切片法四对视差图像进行预处理18、改进全息体视图构建方法等,不断地减小视差图像的失真率,提高 全息体视图的分辨率和成像质量。全视差全息体视图的本质是由体视图平面产生一系列的波前片段来无限 逼近真实物体的波前,所以在全息体视图成像时重建的波前并不是物体的真实深度,因而存在波前误差,这种 波前误差表现为离焦像差,所以全息体视图成像系统的出瞳形状、大小尺寸影响着成像质量,而它又决定于全 息体视图打印平台中孔径光阑的大小和形状。本文构建了一种基于全息单元的全视差全息体视图成像系统 模型,对该成像系统模型的边端性质及光学传递函数<sup>[19-20]</sup>进行了相关分析;并以矩形函数为该成像系统的光瞳 函数,利用Matlab仿真分析得到了不同像差条件下,光学传递函数(OTF)与空间频率、出瞳尺寸三者之间的变 化关系:进一步以光学传递函数沿空间频率上的积分面积作为成像质量的评价指标,得到了不同像差条件下 出瞳尺寸变化对成像质量的影响及孔径光阑理论上的最佳尺寸。

## 2 带像差的衍射受限光学成像系统的原理

阿贝(Abbe)基于显微镜成像的研究,提出了衍射成像理论<sup>[21]</sup>,该理论指出成像的对象有复杂的振幅分 布,可以看作是包含有各种空间频率的复杂光栅。对于有像差存在的衍射受限系统,不仅反映物体细节的 高频成份因孔径光阑的限制而出现频率泄露,而且较低频率成份的光波也因像差而使其振幅和相位发生改 变,进而影响成像质量。光学传递函数能够描述和反映物面上各种频率成份经过成像系统的传播情况,所 以可以把它作为评价一个光学成像系统的成像质量优劣的方法。

#### 2.1 光学成像系统的脉冲响应函数

成像系统像平面的复振幅分布表示为

$$U_{i}(x_{i}, y_{i}) = \iint U_{0}(x_{0}, y_{0})h(x_{i}, y_{i}; x_{0}, y_{0}) dx_{0} dy_{0}, \qquad (1)$$

式中 $U_0$ 是物面复振幅分布, h为成像系统的脉冲响应。在单色光照明时, 衍射受限系统的脉冲响应函数是 光学系统出瞳函数 $P(\xi,\eta)$ 的傅里叶变换, 即

$$h(x_i, y_i) = \mathscr{F}[P(\xi, \eta)]_{J_z = \frac{x_i}{\lambda d_i}, f_y = \frac{y_i}{\lambda d_i}}.$$
(2)

#### 2.2 带像差衍射受限系统的光学传递函数

在带像差的衍射受限系统中,用广义光瞳函数 P(ξ,η)表示具有像差的孔径:

$$P(\xi,\eta) = P(\xi,\eta) \exp[jkW(\xi,\eta)], \qquad (3)$$

代入(2)式可得带像差衍射受限系统的相干传递函数为

$$H_{c}(f_{x},f_{y}) = P(\lambda d_{i}f_{x},\lambda d_{i}f_{y}) = P(\lambda d_{i}f_{x},\lambda d_{i}f_{y}) \exp[jkW(\lambda d_{i}f_{x},\lambda d_{i}f_{y})], \qquad (4)$$

而由相干传递函数 H<sub>e</sub>和光学传递函数之间的关系可知,带像差衍射受限系统的光学传递函数应该是广义光 瞳函数的归一化自相关函数,即

$$f_{\text{OTF}}(f_x, f_y) = \frac{\int P(\xi + \lambda d_i f_x, \eta + \lambda d_i f_y) \exp[jkW(\xi + \lambda d_i f_x, \eta + \lambda d_i f_y)] \times P(\xi, \eta) \exp[-jkW(\xi, \eta)] d\xi d\eta}{\int P(\xi, \eta) d\xi d\eta}$$
(5)

3 全视差全息体视图成像系统

#### 3.1 构建全视差全息体视图成像系统模型

本文构建了如图1所示的基于全息单元的全视差全息体视图的成像系统模型。全视差全息体视图是一

#### 激光与光电子学进展

个带像差的衍射受限系统,人的左右眼同时在像平面(x<sub>i</sub>,y<sub>i</sub>)上通过两个虚拟光瞳[即成像系统出瞳P(ξ,η)]来 观察时,全息体视图上的所有全息单元沿光瞳方向发生衍射,左右眼各自形成视差图像,从而在人脑中形成 三维物体的立体视觉效果。此时,全息单元的虚拟光瞳形成整个三维显示系统的出瞳,全息单元的光瞳函 数即为成像系统的出瞳函数。



图1 全视差全息体视图成像系统模型

Fig.1 Model of imaging system of full-parallax holographic stereogram

#### 3.2 全视差全息体视图成像系统的波前像差

为了研究过程简单化,文中设定观察平面位于孔径平面,即全息体视图的成像平面(x<sub>i</sub>,y<sub>i</sub>)位于虚拟出瞳 平面(ξ,η)。由于成像系统重建的波前是来源于全息体视图平面,而不是具有一定深度分布的三维物体。 位于体视图平面上的物点重现出不带像差的波前,而对于其他不同深度的物点,全息体视图将产生半径过 大或者过小的波前,所以在观察时,观察者获取的波前半径取决于观察者与全息体视图的距离。如图2所 示,对于真实物体上不同深度的物点,利用其发出的球面波的不同波前半径来表示物点与人眼之间的距离。



图2 全视差全息体视图成像系统的波前像差

Fig.2 Wavefront aberration of full-parallax holographic stereogram

假设真实物点 S 位于空间 (x,,y,,z,),如图 2 所示,而重构该物点的真实波前来自于全息体视图平面上的点 O(x,,y,,z,),在菲涅耳近似下,位于 (x,,y,,z,)处的物点产生的波前半径 r,表示为

$$r_{s} = \sqrt{z_{s}^{2} + (\xi - \xi_{0})^{2} + (\eta - \eta_{0})^{2}} \approx z_{s} + \frac{1}{2z_{s}} \Big[ (\xi - \xi_{0})^{2} + (\eta - \eta_{0})^{2} \Big],$$
(6)

体视图平面上点 O(x,y,z)产生波前片段重构真实物点的波前,其波前半径为

$$r_{o} = \sqrt{z_{1}^{2} + (\xi - \xi_{0})^{2} + (\eta - \eta_{0})^{2}} \approx z_{1} + \frac{1}{2z_{1}} \Big[ (\xi - \xi_{0})^{2} + (\eta - \eta_{0})^{2} \Big],$$
(7)

设出瞳平面的出瞳中心坐标  $(\xi_0, \eta_0)$  为(0,0),由离焦量  $W(\xi, \eta) = r_s - r_s$  可得像差表达式为

$$\exp\left[jkW(\xi,\eta)\right] = \exp\left[jk\frac{z_1 - z_s}{2z_1 z_s}\left(\xi^2 + \eta^2\right)\right].$$
(8)

### 3.3 矩形光瞳的光学传递函数

在全视差全息体视图打印平台中,大多都采用的孔径光阑为矩形方孔,矩形孔径光阑在全息体视图打 印系统中起到滤波器的作用,所以全视差全息体视图成像系统的光瞳函数为矩形函数,即 激光与光电子学进展

$$P(\xi, \eta) = \operatorname{rect}\left(\frac{\xi}{l}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{\eta}{l}\right), \tag{9}$$

矩形光瞳的光学传递函数为[22]

$$f_{\text{OTF}}(f_{x},f_{y}) = \Lambda\left(\frac{\lambda z_{s}f_{x}}{l}\right) \Lambda\left(\frac{\lambda z_{s}f_{y}}{l}\right) \times \sin c \left[\frac{z_{1}-z_{s}}{2z_{1}z_{s}}\left(lz_{s}f_{x}\right)\left(1-\frac{\lambda z_{s}|f_{x}|}{l}\right)\right] \times \sin c \left[\frac{z_{1}-z_{s}}{2z_{1}z_{s}}\left(lz_{s}f_{y}\right)\left(1-\frac{\lambda z_{s}|f_{y}|}{l}\right)\right], \quad (10)$$

式中 sin c(x) = sin( $\pi x$ )/( $\pi x$ ), 且三角形函数  $\Lambda(x)$  定义为

$$\Lambda(x) = \begin{cases} 1 - |x|, |x| \le 1\\ 0, \text{else} \end{cases}.$$
 (11)

# 4 仿真实验和结果分析

真实三维物体存在一定的深度分布,由上文可知,由于全息体视图成像时重建的波前并非来自物体的 真实深度,而是来自于全息体视图平面,两者的不同造成了波前的误差。全视差全息体视图成像系统的像 差大小取决于物点与体视图平面的距离,所以在成像系统中同时存在大小不等的各种像差,且像差的大小 与距离成正比,距离越大,像差越大。对于空间中的任意一个孤立点,其波前可以被视为球面波,球面波的半 径用来度量其与人眼的距离。如果一个点位于体视图平面,全息体视图重现出真确不带像差的波前,而对 于其他不同深度的物点,全息体视图将产生半径过大或者过小的波前。如图3所示,位于全息体视图平面上 的物点 *S*<sub>3</sub> 是无像差的;距离全息体视图平面较近的物点 *S*<sub>2</sub> 产生小像差,;距离全息体视图平面较远的物点 *S*<sub>1</sub> 产生大像差。本文将从小像差,无像差、大像差三个不同位置的物点着手分析成像系统出瞳的最优尺 寸。全视差全息体视图成像系统中小像差,无像差、大像差三个不同位置的像差点如图3所示。



图3 全视差全息体视图上不同的像差位置

Fig.3 Different aberrations on full-parallax holographic stereogram

由全视差全息体视图的原理可知,体视图成像系统的出瞳的最大尺寸不能超过人眼的瞳孔大小,即出 瞳尺寸不能超过3mm,设定孔径平面与全息体视图平面的距离 z<sub>1</sub>=500mm,物体的深度变化范围为 ±200mm,无像差点 S<sub>3</sub>在全息体视图平面上,即 z<sub>s<sub>1</sub></sub>=z<sub>1</sub>=500mm;小像差物点 S<sub>2</sub>位于 z<sub>s<sub>2</sub></sub>=z<sub>1</sub>±100mm 处;大 像差物点 S<sub>1</sub>位于 z<sub>s<sub>1</sub></sub>=z<sub>1</sub>±200mm,运用矩形光瞳函数的光学传递函数公式(10)式,计算在无像差、小像差和 大像差三种情况下光学传递函数随空间频率和出瞳尺寸 *l* 的变化情况,通过 Matlab 编程得结果如图4所示。

由图4可知,孔径尺寸*l*非常小的情况下,光学传递函数在空间频率非常小的时候就快速下降到0,但随着*l*的不断变大,光学传递函数又会发生变化。图4(a)表明当物点在无像差的全息体视图平面上时,此时的成像系统为一般的无像差衍射受限系统,为了使带有物体细节信息的高频成分通过出瞳,以提高成像质量,所以出瞳的孔径尺寸越大越好(最大不能超过人眼瞳孔3mm)。图4(b)和(c)表明,无论是在小像差还是大像差的条件下,带像差衍射受限系统的出瞳尺寸在一定范围内存在最佳尺寸,过小或过大的孔径尺寸都会减小光学传递函数,使得成像系统的成像质量下降。

由于成像系统需要对各种不同的空间频率成分都要成像,所以成像系统的成像质量可以用其光学传递 函数沿空间频率 f<sub>x</sub>和 f<sub>y</sub>的积分面积作为评价指标:

$$S = \int_{0}^{f_{\text{rms}},f_{\text{ymax}}} \int_{0}^{f_{\text{rms}}} f_{\text{OTF}}(f_x,f_y) \mathrm{d}f_x \mathrm{d}f_y , \qquad (12)$$



图 4 图中(a)、(b)、(c) 分别表示无像差、小像差和大像差下 OTF 与空间频率和孔径尺寸之间的关系 Fig.4 Relationship among the OFT, spatial frequency and aperture size under different aberration conditions, such as (a) non-aberration, (b) small-aberration and (c) large-aberration

式中*S*表示光学传递函数沿空间频率  $f_{*}$ 和  $f_{y}$ 的积分值,*S*越大表示成像系统的成像质量越好。下面利用 Matlab 计算本文构建的全视差全息体视图成像系统模型在无像差平面  $(z_{s_{1}}=z_{1}=500 \text{ mm})$ 、小像差平面  $(z_{s_{2}}=z_{1}\pm100 \text{ mm})$ 和大像差平面  $(z_{s_{1}}=z_{1}\pm200 \text{ mm})$ 三种不同像差条件下,矩形光瞳函数的光学传递函数的积分值*S*与孔径尺寸 *l* 之间的变化关系。

图5表示光学传递函数的积分值S与孔径尺寸l之间的变化情况,蓝色实线、绿色点线和红色虚线分别 表示无像差、小像差和大像差下矩形光瞳光学传递函数的积分值S与孔径尺寸l的关系。由图可知,其显示 结果和之前的分析是一致的,即对于无像差成像系统而言,它的光学传递函数的积分值S随着孔径尺寸的变 大而不断增大,矩形出瞳尺寸越大越好。而随着成像系统的像差不断增大,最佳的出瞳尺寸越来越小。但 是,在实际的全视差全息体视图打印实验中,过小的出瞳尺寸会造成大量物体细节频谱成份泄露、曝光量不 足,而且会使得全息体视图打印质量对打印平台的稳定性、高精度二维导轨的精确控制等外部因素更加敏 感,增加了高质量全视差全息体视图的打印难度,所以,综合可得,对具有一定深度分布的三维物体,当矩形



Fig.5 Relationship between the integral value of OTF on spatial frequency and pupil size under

different aberration conditions

#### 激光与光电子学进展

光瞳的孔径尺寸 *l* 在(1, 1.5) mm的范围内取最佳值时,本文构建的全视差全息体视图成像系统模型的成像 质量取得最佳效果。

5 结 论

本文构建了一种全视差全息体视图的成像系统模型,分析了该模型的边端成像原理。该成像系统的像差 大小取决于物点与体视图平面的距离,所以在成像系统中同时存在大小不等的像差,且像差的大小与距离成 正比,文中利用 Matlab 在小像差、无像差和大像差不同条件下获得矩形光瞳的光学传递函数与空间频率、出瞳 尺寸之间的变化关系,并以光学传递函数与沿空间频率的积分值为该成像系统成像质量的评价指标,得到该 系统的成像质量与出瞳尺寸之间的变化关系,即对具有一定深度分布的三维物体,当矩形光瞳的孔径尺寸 *l* 在 (1,1.5) mm 的范围内时,本文构建的全视差全息体视图成像系统模型的成像质量取得最佳效果。矩形出瞳尺 寸的最优化对搭建全视差全息体视图的打印平台和打印高质量的全息体视图都具有重要作用。

#### 参考文献

- 1 John Peter Tapsell. Direct–Write Digital Holography Development and Research of a Hologram Printer[D]. Sussex: University of Sussex, 2008: 19–112.
- 2 Guo Chunhua, Yu Jia, Wang Jincheng, *et al.*. Laser direct writing of full-parallax synthetic hologram[J]. Acta Photonica Sinica, 2010, 39(3): 518-522.

郭春华,于 佳,王金城,等.全视差合成全息图的激光直写拍摄[J].光子学报,2010,39(3):518-512.

- 3 M W Halle. The Generalized Holographic Stereogram[D]. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 1993.
- 4 J Hahn, H Kim, Y Lim, *et al.*. Wide viewing angle dynamic holographic stereogram with a curved array of spatial light modulators[J]. Opt Express, 2008, 16(16): 12372–12386.
- 5 Y S Cheng, R C Chang. Image-plane cylindrical holographic stereogram[J]. Appl Opt, 2000, 39(23): 4058–4069.
- 6 Y Takaki, K Ikeda. Simplified calculation method for computer-generated holographic stereograms from multi-view images [J]. Opt Express, 2013, 21(8): 9652–9663.
- 7 K Hong, S G Park, J Yeom, *et al.*. Resolution enhancement of holographic printer using a Hogel overlapping method[J]. Opt Express, 2013, 21(12): 14047–14055.
- 8 J Jia, J. Liu, G. Jin, *et al.*. Fast and effective occlusion culling for 3D holographic displays by inverse orthographic projection with low angular sampling[J]. Appl Opt, 2014, 53(27): 6287–6293.
- 9 G Xue, J Liu, X Li, *et al.*. Multiplexing encoding method for full-color dynamic 3D holographic display[J]. Opt Express, 2014, 22(15): 18473–18482.
- 10 Z Zhang, J Liu, J Jia, *et al.*. Tunable nonuniform sampling method for fast calculation and intensity modulation in 3D dynamic holographic display[J]. Opt Lett, 2013, 38(15): 2676–2679.
- 11 Han Jian, Liu Juan, Liu Dongmei, *et al.*. Optimizing approach of wavefront aberration in the recording of holographic lens based on spatial light modulator[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(2): 0209023.

韩 剑,刘 娟,刘冬梅,等.基于空间光调制器的全息透镜记录波前像差优化方法[J].中国激光, 2014, 41(2): 0209023.

12 Sang Xinzhu, Yu Xunbo, Zhao Tianqi, *et al.*. Three-dimensional display with smooth motion parallax[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(2): 0209011.

桑新柱,于迅博,赵天奇,等.具有平滑运动视差的三维显示技术[J].中国激光,2014,41(2):0209011.

- 13 X Z Sang, F C Fan, S Choi, *et al.*. Three-dimensional display based on the holographic functional screen[J]. Opt Eng, 2011, 50(9): 091303.
- 14 H Zhang, Y Zhao, L C Cao, *et al.*. Three-dimensional display technologies in wave and ray optics: a review[J]. Chin Opt Lett, 2014, 12(6): 060002.
- 15 H Zhang, Y Zhao, L Cao, *et al.*. Fully computed holographic stereogram based algorithm for computer–generated holograms with accurate depth cues[J]. Opt Express, 2015, 23(4): 3901–3913.
- 16 Xiaoyu Jiang, Chuang Pei, Xingpeng Yan, *et al.*. Optimization of exit pupil function: improvement on the OTF of full parallax holographic stereograms[J]. J Opt, 2013, 15(12): 125402.
- 17 Pei Chuang, Jiang Xiaoyu, Yan Xingpeng, *et al.*. A novel perspective slice method to improve resolution of reconstruction parallax image in holographic stereogram[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(9): 090901.

裴 闯,蒋晓瑜,闫兴鹏,等.采用视角切片法提高全息体视图再现视差图像分辨率[J].激光与光电子学进展,2015,52(9):090901.

- 18 M W Halle, S A Benton, M A Klug, *et al.*. Ultragram: a generalized holographic stereogram[C]. SPIE, 1991, 1461: 142–155.
  19 Muyo G, Harvey A R. Decomposition of the optical transfer function:wavefront coding imaging systems[J]. Opt Lett, 2005, 30(20): 2715–2717.
- 20 Hilaire P S. Modulation transfer function and optimum sampling of holographic stereograms[J]. Appl Opt, 1994, 33(5): 768–774.
- 21 Lü Naiguang. Fourier Optics[M]. Beijing: China Machine Press, 2006: 144-169. 吕乃光.傅里叶光学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2006: 144-169.
- 22 Goodman J W. Introduction to Fourier Optics[M]. New York: Mcgraw-Hill, 1996.

栏目编辑: 何卓铭