

# 基于相位编码的联合菲涅耳变换相关器

窦帅风<sup>1</sup> 雷 鸣<sup>2</sup> 沈学举<sup>1\*</sup> 林 超<sup>1</sup>

<sup>1</sup>军械工程学院电子与光学工程系, 河北 石家庄 050003

<sup>2</sup>中国国防科技信息中心, 北京 100138

**摘要** 使用纯相位空间光调制器编码线性相位掩模, 实现了联合菲涅耳变换相关器。单色平面波照明下, 通过线性相位掩模对参考图像和目标图像进行调制。在菲涅耳衍射场中心重合的平面上, 由 CCD 记录得到参考图像与目标图像的联合菲涅耳变换功率分布(JFTPD)。将联合菲涅耳变换功率分布输入光学傅里叶逆变换系统, 经光学傅里叶逆变换后在输出面上得到相关点。数值模拟和实验结果表明, 相关器输出尖锐的相关峰, 且相关峰值对参考图像与目标图像的相对位置比较敏感; 当参考图像与目标图像间距分别改变 $-30$  pixel 和 $+40$  pixel 时, 相关峰值分别下降至 $23\%$ 和 $48\%$ 。

**关键词** 傅里叶光学; 联合菲涅耳变换相关器; 相位编码; 空变特性; 信息处理

**中图分类号** O438 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/LOP53.120701

## Joint Fresnel Transform Correlator Based on Phase Encoding

Dou Shuaifeng<sup>1</sup> Lei Ming<sup>2</sup> Shen Xueju<sup>1</sup> Lin Chao<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Electronics and Optics Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang, Hebei 050003, China

<sup>2</sup>China Defense Science and Technology Information Center, Beijing 100138, China

**Abstract** The joint Fresnel transform correlator is achieved by using a phase-only spatial light modulator to encode linear phase mask. Under the illumination of monochromatic plane wave, the reference image and the target image are modulated by the linear phase mask. In the plane where Fresnel diffraction field centers are superimposed, the joint Fresnel transform power distribution (JFTPD) of the reference image and the target image can be recorded with a CCD camera. The JFTPD is input to the optical Fourier inverse transform system, and the correlation spots can be obtained in the output plane after Fourier inverse transform. The results of numerical simulations and experiments show that the correlator can output sharp correlation peaks, and the correlation peak values are sensitive to the relative position of the reference image and the target image. When the distance between the reference image and the target image changes by  $-30$  pixel and  $+40$  pixel, the correlation peak value decreases to  $23\%$  and  $48\%$  respectively.

**Key words** Fourier optics; joint Fresnel transform correlator; phase encoding; space variance property; information processing

**OCIS codes** 070.1170; 090.1995; 100.4998

## 1 引 言

联合变换相关器(JTC)具有空间位移不变性, 在模式识别、目标跟踪、神经网络及光学图像加密等领域具有重要应用<sup>[1-6]</sup>。随着对分数傅里叶变换及其光学实现方法的研究, 研究者们使用分数傅里叶变换代替

收稿日期: 2016-07-20; 收到修改稿日期: 2016-08-09; 网络出版日期: 2016-11-23

基金项目: 河北省自然科学基金(F2014506004)

作者简介: 窦帅风(1992—), 男, 硕士研究生, 主要从事光电信息处理方面的研究。E-mail: doushf@outlook.com

导师简介: 雷 鸣(1977—), 女, 博士, 副研究员, 硕士生导师, 主要从事光电信息处理及激光技术方面的研究。

E-mail: leiming03@gmail.com

\* 通信联系人。E-mail: shxjoptics@aliyun.com

JTC 中的傅里叶变换,设计了分数联合变换相关器<sup>[7-10]</sup>。分数联合变换相关器具有空变特性,在目标定位、机器视觉、光学逻辑运算等领域具有潜在的应用<sup>[11-13]</sup>。菲涅耳变换在光学系统中的应用日益广泛<sup>[14-16]</sup>,根据分数傅里叶变换与菲涅耳变换的关系,菲涅耳变换相关器相当于比例放大的分数傅里叶变换相关器<sup>[17]</sup>,因此研究者们提出了基于菲涅耳变换的空变相关器结构。Jeffery 等<sup>[18]</sup>提出了基于匹配滤波相关器且具有空变特性的菲涅耳变换相关器,该系统对精度要求较高;Deng 等<sup>[19]</sup>将菲涅耳变换与 JTC 结合,提出了一种空变联合菲涅耳变换相关器,但其空变特性有待于实验验证;Shen 等<sup>[20]</sup>使用双光楔代替 JTC 中的透镜,设计了一种联合菲涅耳变换相关器,并对其空变特性进行了实验分析。

本文使用菲涅耳变换代替 JTC 中的傅里叶变换,利用相位编码的方式实现了一种结构简单、具有空变特性的联合菲涅耳变换相关器,并通过数值模拟和实验验证了该相关器的特性。联合菲涅耳变换相关器将应用于目标定位及光学加密等领域的研究。

## 2 联合菲涅耳变换相关器原理

联合菲涅耳变换相关器可记录联合菲涅耳变换功率分布(JFTPD)以及相关点(CS)。

### 2.1 JFTPD 记录

JFTPD 的记录过程如图 1 所示。为简化表达,采用一维坐标表示。相关器输入面为  $P_1$ ,  $x$  为  $P_1$  的坐标。 $r(x)$  为参考图像,位于  $P_1$  平面  $x = -a$  处; $t(x)$  为目标图像,位于  $P_1$  平面  $x = a$  处。纯相位空间光调制器(PSLM)置于  $P_1$  平面上输入图像后方。为使波长为  $\lambda$  的入射单色平面波经过 PSLM 后向光轴方向偏折  $\theta$  角度,在 PSLM 上加载线性相位掩模  $p_1$  和  $p_2$ :

$$p_1 = \exp(i2\pi\theta x/\lambda), \quad x < 0, \quad (1)$$

$$p_2 = \exp(-i2\pi\theta x/\lambda), \quad x > 0. \quad (2)$$

根据菲涅耳衍射公式,与平面  $P_1$  距离为  $d$  的输出面  $P_2$  上的光强分布  $J(v)$  可表示为

$$J(v) = |\mathcal{F}\{r(x)\exp[i\pi x^2/(\lambda d)]\}[v - (d\theta - a)]|^2 + |\mathcal{F}\{t(x)\exp[i\pi x^2/(\lambda d)]\}[v - (a - d\theta)]|^2 + \exp[i4\pi av/(\lambda d)] \mathcal{F}\{r(x)\exp[i\pi x^2/(\lambda d)]\}[v - (d\theta - a)] \mathcal{F}^*\{t(x)\exp[i\pi x^2/(\lambda d)]\} \cdot [v - (a - d\theta)] + \exp[-i4\pi av/(\lambda d)] \mathcal{F}^*\{r(x)\exp[i\pi x^2/(\lambda d)]\}[v - (d\theta - a)] \cdot \mathcal{F}\{t(x)\exp[i\pi x^2/(\lambda d)]\}[v - (a - d\theta)], \quad (3)$$

式中  $v$  为平面  $P_2$  的坐标, $\mathcal{F}\{\}$  表示傅里叶变换。

由(3)式可知,当  $d = a/\theta$  时, $r(x)$  和  $t(x)$  的菲涅耳衍射场中心在平面  $P_2$  上重合,使用 CCD 记录光强  $J(v)$ ,即得到 JFTPD。

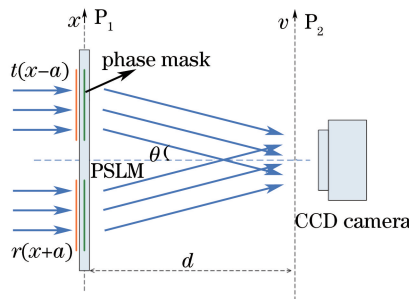


图 1 JFTPD 记录过程示意图

Fig. 1 Diagram of JFTPD recording process

### 2.2 相关点记录

相关点的记录过程如图 2 所示。 $P_3$  为透镜 L(焦距为  $f$ )的前焦点,将 JFTPD 置于平面  $P_3$  上,仍采用波长为  $\lambda$  的单色平面波照射,经过一次傅里叶逆变换,透镜后焦点  $P_4$  上的光场复振幅分布  $C(x')$  可表示为

$$\begin{aligned}
C(x') = \mathcal{F}^{-1}\{J(v)\} = & \left\{ \exp\left[ i \frac{2\pi}{\lambda} \left( \theta - \frac{a}{d} \right) mx' \right] \left\{ \left\{ r(mx') \exp\left[ i \frac{\pi}{\lambda d} (mx')^2 \right] \right\} \otimes \right. \right. \\
& \left. \left\{ r(mx') \exp\left[ i \frac{\pi}{\lambda d} (mx')^2 \right] \right\} \right\} + \exp\left[ i \frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{a}{d} - \theta \right) mx' \right] \left\{ \left\{ t(mx') \exp\left[ i \frac{\pi}{\lambda d} (mx')^2 \right] \right\} \otimes \right. \\
& \left. \left\{ t(mx') \exp\left[ i \frac{\pi}{\lambda d} (mx')^2 \right] \right\} \right\} \oplus \delta(mx') + \left\{ \left\{ \exp\left[ i \frac{2\pi}{\lambda} \left( \theta - \frac{a}{d} \right) mx' \right] \left\{ r(mx') \exp\left[ i \frac{\pi}{\lambda d} (mx')^2 \right] \right\} \right\} \otimes \right. \\
& \left. \left\{ \exp\left[ i \frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{a}{d} - \theta \right) mx' \right] \left\{ t(mx') \exp\left[ i \frac{\pi}{\lambda d} (mx')^2 \right] \right\} \right\} \right\} \oplus \delta(mx' + 2a) + \\
& \left\{ \left\{ \exp\left[ i \frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{a}{d} - \theta \right) mx' \right] \left\{ t(mx') \exp\left[ i \frac{\pi}{\lambda d} (mx')^2 \right] \right\} \right\} \otimes \right. \\
& \left. \left\{ \exp\left[ i \frac{2\pi}{\lambda} \left( \theta - \frac{a}{d} \right) mx' \right] \left\{ r(mx') \exp\left[ i \frac{\pi}{\lambda d} (mx')^2 \right] \right\} \right\} \right\} \oplus \delta(mx' - 2a), \quad (4)
\end{aligned}$$

式中  $v$  和  $x'$  分别为平面  $P_3$  和  $P_4$  的坐标, 其坐标轴方向相反;  $f$  为透镜 L 的焦距;  $m$  为常数,  $m = d/f$ ;  $\otimes$  和  $\oplus$  分别表示卷积和相关。

为简化公式, 设  $R(mx') = r(mx') \exp\left[ i \frac{\pi}{\lambda d} (mx')^2 \right]$ ,  $T(mx') = t(mx') \exp\left[ i \frac{\pi}{\lambda d} (mx')^2 \right]$ 。由(4)式可知, 在  $P_4$  平面上  $x' = \pm \frac{2a}{m}$  处,  $\exp\left[ i \frac{2\pi}{\lambda} \left( \theta - \frac{a}{d} \right) mx' \right] R(mx')$  与  $\exp\left[ i \frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{a}{d} - \theta \right) mx' \right] T(mx')$  为互相关项, 相关值对输入图像的位置参量  $a$  比较敏感, 即相关器具有空变特性。当  $d = a/\theta$  且  $a$  值足够大时, 自相关项与互相关项分离时  $P_4$  平面上光强分布  $I(x)$  可表示为

$$\begin{aligned}
I(x) = |C(x')|^2 = & |R(mx') \otimes R(mx') + T(mx') \otimes T(mx')|^2 \oplus \delta(mx') + \\
& |R(mx') \otimes T(mx')|^2 \oplus \delta(mx' + 2a) + |T(mx') \otimes R(mx')|^2 \oplus \delta(mx' - 2a). \quad (5)
\end{aligned}$$

由(5)式可知, 当参考图像与目标图像相同时, 使用 CCD 记录光强  $I(x)$  即可得到  $x' = \pm \frac{2a}{m}$  处的相关点。

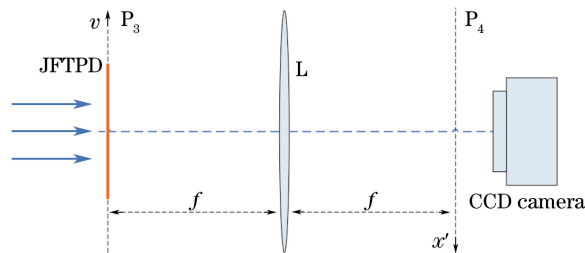


图 2 相关点记录过程示意图

Fig. 2 Diagram of CS recording process

### 3 数值模拟和实验验证

为分析联合菲涅耳变换相关器的特性, 进行了以下数值模拟和实验验证。

#### 3.1 数值模拟

使用 Matlab 软件模拟了联合菲涅耳变换相关器的特性, 为得到准确结果, 模拟过程中参数的设定与实验中的参数一致。输入图像(参考图像、目标图像)如图 3 所示, 大小为  $212 \text{ pixel} \times 212 \text{ pixel}$ 。模拟时背景大小为  $1024 \text{ pixel} \times 1024 \text{ pixel}$ , 参考图像与目标图像的中心间距为  $318 \text{ pixel}$ , 像素间距为  $36 \mu\text{m}$ , 入射单色平面波波长为  $0.6328 \mu\text{m}$ 。参考图像与目标图像经过线性相位掩模调制后, 其菲涅耳衍射场中心在  $d = 108 \text{ cm}$  处的平面  $P_2$  上重合。线性相位掩模  $p_1$  和  $p_2$  分别为

$$p_1 = \exp(0.0526ix), \quad x < 0, \quad (6)$$

$$p_2 = \exp(-0.0526ix), \quad x > 0. \quad (7)$$



图3 输入图像

Fig. 3 Input image

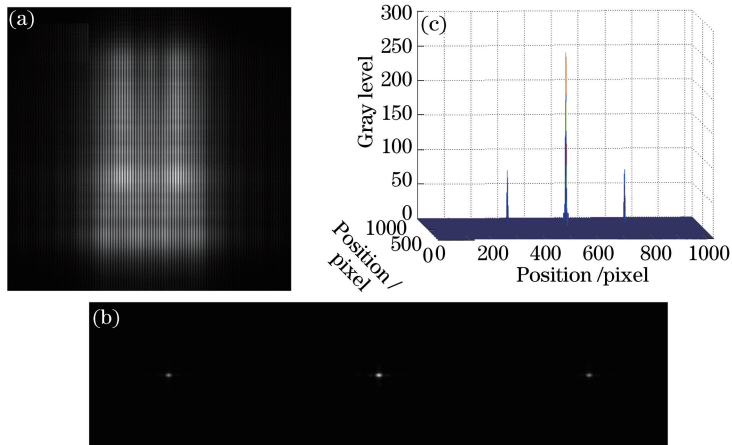


图4 数值模拟结果。(a) JFTPD; (b) 相关点; (c) 相关点三维显示

Fig. 4 Simulation results. (a) JFTPD; (b) CSs; (c) three-dimensional display of CSs

数值模拟结果如图4所示,图4(a)为JFTPD,图4(b)为相关点。图4(b)中中间亮斑的峰值为 $C_0$ ,将 $C_0$ 归为255后,相关点的三维显示如图4(c)所示。

为分析联合菲涅耳变换相关器的空变特性,保持其他条件不变,仅改变输入图像的中心间距,并通过数值模拟得到相关峰值与输入图像的相对位置关系,如图5所示。图5中横轴表示参考图像与目标图像中心间距的变化量( $2\Delta a$ ),单位为像素;纵轴表示相对相关峰值(即数值模拟得到的相关峰值除以常数 $C_0$ ,再乘以255)。由图5可以看出,相关峰值对参考图像与目标图像的相对位置比较敏感。

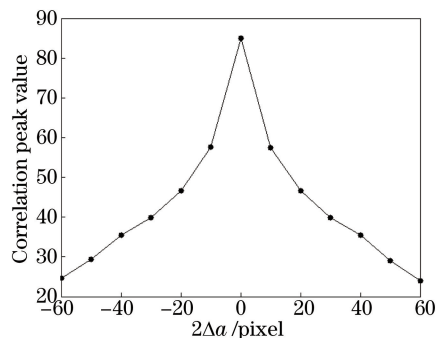


图5 相关峰值与输入图像相对位置关系

Fig. 5 Relative position relationship between correlation peak value and input image

### 3.2 实验验证

对相关器特性进行实验验证,实验装置如图6所示,图6(a)、(b)分别为JFTPD和CS的记录装置。参考图像和目标图像均为图3所示的字母A,并将其加载至处于振幅调制模式的扭曲向列型液晶空间光调制器(TN-LC-SLM),型号为CRL XGA1,分辨率为 $1024 \text{ pixel} \times 768 \text{ pixel}$ ,像元尺寸为 $36 \mu\text{m} \times 36 \mu\text{m}$ ,参考图像与目标图像的中心间距为 $11.4 \text{ mm}$ 。在波长为 $0.6328 \mu\text{m}$ 的相干光源照射下,使用PSLM(型号为Daheng rSLM-II),分辨率为 $1280 \text{ pixel} \times 1024 \text{ pixel}$ ,像元尺寸为 $12.3 \mu\text{m} \times 12.3 \mu\text{m}$ ,加载(6)、(7)式所示

的线性相位掩模,使得参考图像与目标图像的非涅耳衍射场中心在  $d=108\text{ cm}$  处的平面  $P_2$  上重合。图 6 中偏振片的作用为配合空间光调制器实现振幅和相位调制。使用 CCD 在平面  $P_2$  上记录 JFTPD,如图 7(a)所示。

记录相关点时,使用 TN-LC-SLM 加载图 7(a)中的 JFTPD,并将 TN-LC-SLM 置于焦距为  $30\text{ cm}$  的傅里叶透镜前焦面;使用 CCD 在透镜后焦面上记录光强分布,得到相关点。图 7(b)、(c)分别为相关点及其三维显示,可以看出,联合菲涅耳变换相关器可得到尖锐的相关峰,其相关特性得到验证。记录相关点时,由于 CCD 在中间亮斑处达到饱和,导致图 7(c)中相关峰值高于图 4(c)。

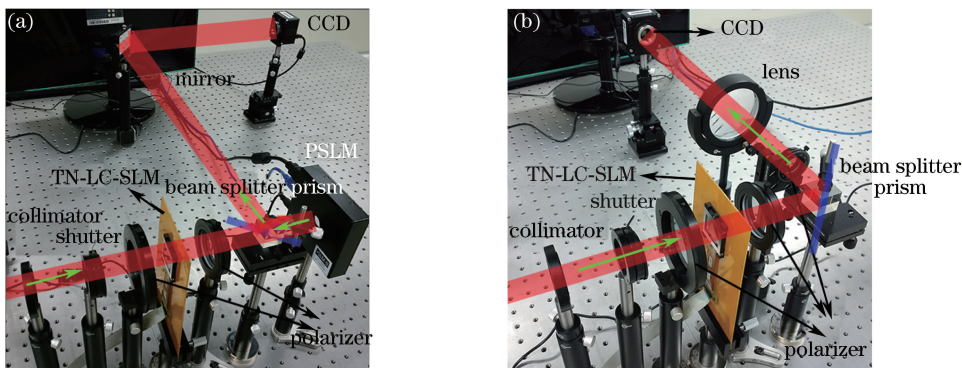


图 6 实验装置。(a) JFTPD 记录装置; (b) 相关点记录装置

Fig. 6 Experimental setups. (a) Device for recording JFTPD; (b) device for recording CS

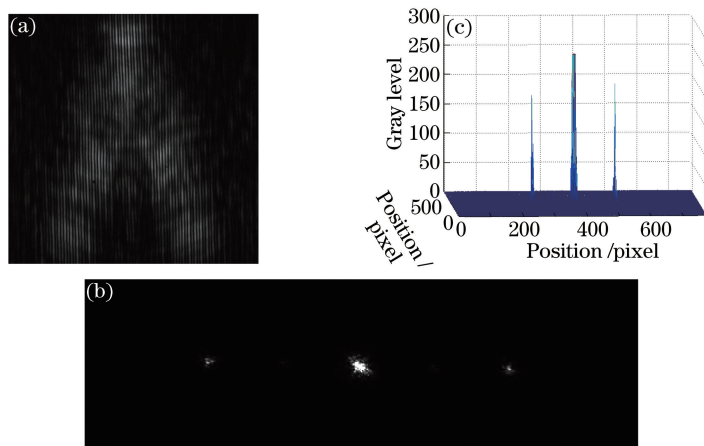


图 7 实验结果。(a) JFTPD; (b) 相关点; (c) 相关点三维显示

Fig. 7 Experimental results. (a) JFTPD; (b) CSs; (c) three-dimensional display of CSs

为验证联合菲涅耳变换相关器的空变特性,保持其他条件不变,仅改变输入图像的中心间距,使用 CCD 记录不同中心间距下的相关点。相关峰值与输入图像的相对位置关系如图 8 所示,其中横轴为参考图像与

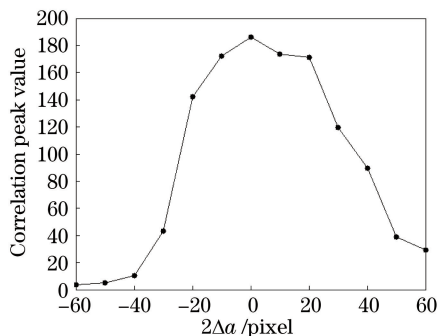


图 8 相关峰值与输入图像的相对位置关系

Fig. 8 Relative position relationship between correlation peak value and input image

目标图像中心间距的变化量,单位为 TN-LC-SLM 的像素间距,即  $36\ \mu\text{m}$ ;纵轴为相关峰值。输入图像中心间距改变  $-30\ \text{pixel}$  和  $+40\ \text{pixel}$  时对应的相关峰值分别如图 9(a)、(b)所示。

由图 8 可知,当  $2\Delta a=0$  时,相关峰值达到最大值(186);随着输入图像中心间距的变化,相关峰值降低。这是由于参考图像与目标图像中心间距改变时, JFTPD 记录面上二者的菲涅耳衍射场中心不再重合,干涉条纹对比度下降,相关峰值减小。图 9 中输入图像中心间距改变  $-30\ \text{pixel}$  和  $+40\ \text{pixel}$  时对应的相关峰值分别为 43 和 90,即相关峰值分别下降至 23%和 48%。由于实验中光路调整精度及器件均匀性等因素的影响,实验条件不如仿真环境理想,实验中存在一定的误差,实验得到的空变特性曲线与图 5 中的仿真结果存在一定差异,但实验结果的总体趋势与模拟结果较好地吻合,相关器空变特性得到验证。

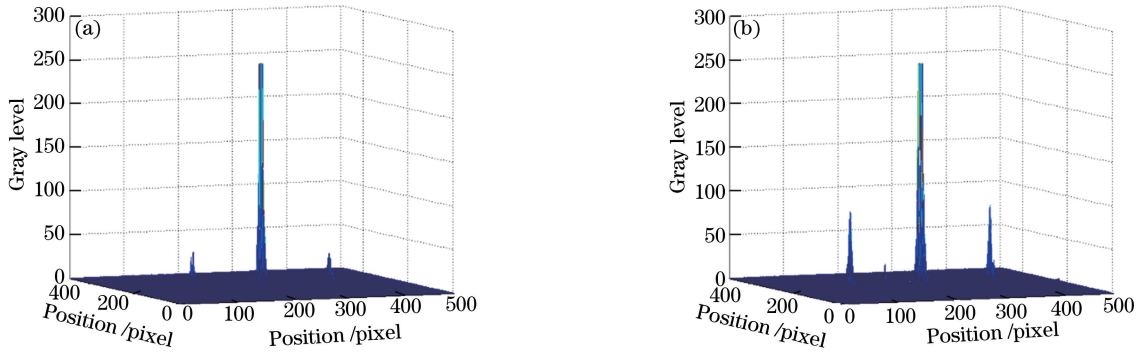


图 9 输入图像偏移时的相关峰值。(a)  $2\Delta a = -30\ \text{pixel}$ ; (b)  $2\Delta a = +40\ \text{pixel}$

Fig. 9 Correlation peak values when input image shifts. (a)  $2\Delta a = -30\ \text{pixel}$ ; (b)  $2\Delta a = +40\ \text{pixel}$

## 4 结 论

使用纯相位空间光调制器设计了一种联合菲涅耳变换相关器,该相关器可输出尖锐的相关峰,具有空变特性,即相关峰值对于参考图像与目标图像的相对位置比较敏感。该相关器结构简单,易于实现,在目标定位、光学加密等领域具有潜在的应用价值。

## 参 考 文 献

- 1 Refregier P, Javidi B. Optical image encryption based on input plane and Fourier plane random encoding[J]. Optics Letters, 1995, 20(7): 767-769.
- 2 Nomura T, Javidi B. Optical encryption using a joint transform correlator architecture[J]. Optical Engineering, 2000, 39(8): 2031-2035.
- 3 Rueda E, Barrera J F, Henao R, *et al.* Optical encryption with a reference wave in a joint transform correlator architecture[J]. Optics Communications, 2009, 282(16): 3243-3249.
- 4 Alam M S, Chen X W, Karim M A. Distortion-invariant fringe-adjusted joint transform correlation[J]. Applied Optics, 1997, 36(29): 7422-7427.
- 5 Alam M S. Phase-encoded fringe-adjusted joint transform correlation[J]. Optical Engineering, 2000, 39(5): 1169-1176.
- 6 Yang Wencai, Fan Xuewu, Wang Fengtao, *et al.* Research of joint transform correlator stabilization image system based on field programmable gate array[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(s2): s212006.  
杨文才, 樊学武, 王锋涛, 等. 基于现场可编程门阵列的联合变换相关器稳像系统研究[J]. 光学学报, 2014, 34(s2): s212006.
- 7 Lohmann A W, Mendlovic D. Fractional joint transform correlator[J]. Applied Optics, 1997, 36(29): 7402-7407.
- 8 Kuo C J, Luo Y. Generalized joint fractional Fourier transform correlators: a compact approach[J]. Applied Optics, 1998, 37(35): 8270-8276.
- 9 Zhu B H, Liu S T, Han L, *et al.* Nonlinear joint fractional transform correlator[J]. Applied Optics, 2001, 40(17): 2836-2843.
- 10 Jin S I, Lee S Y. Joint transform correlator with fractional Fourier transform[J]. Optics Communications, 2002, 207(1-6): 161-168.

- 11 Wang Q, Guo Q, Zhou J Y, *et al.* Nonlinear joint fractional Fourier transform correlation for target detection in hyperspectral image[J]. *Optics and Laser Technology*, 2012, 44(6): 1897-1904.
- 12 Rajput S K, Nishchal N K. Image encryption and authentication verification using fractional nonconventional joint transform correlator[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2012, 50(10): 1474-1483.
- 13 Wang Q, Guo Q, Lei L, *et al.* Optical image encryption based on joint fractional transform correlator architecture and digital holography[J]. *Optical Engineering*, 2013, 52(4): 048201.
- 14 Chen Jiazhen, Zheng Zihua, Lian Guiren. Digital realization method for Fresnel transform of multiple three-dimensional objects[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2014, 51(4): 040901.  
陈家祯, 郑子华, 连桂仁. 多三维物体菲涅耳变换数字实现方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2014, 51(4): 040901.
- 15 Nie Yaru, Liu Huiping, Yu Jia, *et al.* Method of making large-scale 3D portrait Fresnel hologram [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2014, 51(5): 050901.  
聂亚茹, 刘惠萍, 于佳, 等. 大型菲涅耳人像全息图的制作[J]. *激光与光电子学进展*, 2014, 51(5): 050901.
- 16 Chen Jiazhen, Zheng Zihua, Ye Feng, *et al.* Method on controllable reconstruction of Fresnel computer-generated hologram watermark for digital hologram[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2015, 52(12): 120901.  
陈家祯, 郑子华, 叶锋, 等. 数字全息图可控再现菲涅耳计算全息水印方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2015, 52(12): 120901.
- 17 Ozaktas H M, Arık S Ö, Coşkun T. Fundamental structure of Fresnel diffraction: longitudinal uniformity with respect to fractional Fourier order[J]. *Optics Letters*, 2012, 37(1): 103-105.
- 18 Davis J A, Cottrell D M, Nestorovic N, *et al.* Space-variant Fresnel transform optical correlator[J]. *Applied Optics*, 1992, 31(32): 6889-6893.
- 19 Deng Shaogeng, Liu Liren, Lang Haitao, *et al.* Space-variant Fresnel joint transform correlator[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, 26(4): 621-624.  
邓绍更, 刘立人, 郎海涛, 等. 空变菲涅耳联合变换相关器[J]. *光学学报*, 2006, 26(4): 621-624.
- 20 Shen X J, Liu X M, Yin J L, *et al.* Joint Fresnel transform correlator based on double optical wedges [J]. *Optics Communications*, 2015, 339: 243-246.