

基于字典学习的梯度重权非局部平均的强噪声图像去噪

余临倩 覃亚丽 张晓帅

浙江工业大学信息工程学院光纤通信与信息工程研究所, 浙江 杭州 310023

摘要 为从强噪声图像中重构出原图像并减小误差,提出了一种基于梯度重权非局部平均的强噪声图像去噪算法。根据稀疏和冗余表示,基于K-SVD字典学习去噪算法可自适应从已知带噪图像中训练字典,但是字典固有的结构限制,导致强噪声图像去噪效果差。提出了基于字典学习的梯度重权非局部平均算法,该算法对图像结构赋予更紧约束,可以改善去噪性能。利用全变分法求解图像结构的梯度,给予图像边缘信息更高的权重,结合图像结构信息的相似性和稀疏性先验,求解优化后的逆问题。与传统字典去噪相比,所提出的算法对强噪声图像的去噪效果更好,并保留了细节轮廓信息,具备较好的峰值信噪比和结构相似性。

关键词 图像处理; 图像去噪; 字典学习; 非局部平均; 梯度重权法

中图分类号 TP301.6 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP53.111002

Denoising of Strong Noisy Image via Gradient Reweighted Non-Local Averaging over Learned Dictionaries

Yu Linqian Qin Yali Zhang Xiaoshuai

Institute of Fiber-Optic Communication and Information Engineering, College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou, Zhejiang 310023, China

Abstract In order to reconstruct the original image from strong noise image and reduce the error, an improved image denoising algorithm for strong noise images is proposed, which is addressed as gradient reweighted non-local averaging. According to the sparse and redundant representation, the approach is based on K-SVD trained dictionaries, which are learned from the corrupted image itself and lead to sparser representations. Nevertheless, the denoising quality is bad for the strong noise image because of the intrinsic structure of dictionaries. The method is proposed to find the inherent structure of images using non-local averaging algorithm with gradient reweighting, which is obtained by total variation, as the tighter constraint over the image. According to the information of edges as the image prior and the redundancy, the optimized solution is used to solve an inverse problem by defining the area of edges higher weights. Compared with the traditional dictionary denoising, the proposed algorithm not only show the superiority of the noise drawn images in peak signal to noise ratio, but also keeps the detail information in structure similarity.

Key words image processing; image denoising; dictionary learning; non-local averaging; gradient reweighted method

OCIS codes 100.2000; 110.4280; 100.3190

收稿日期: 2016-05-31; 收到修改稿日期: 2016-06-23; 网络出版日期: 2016-10-27

基金项目: 国家自然科学基金(61275124, 61405178, 61205121)

作者简介: 余临倩(1992—),女,硕士研究生,主要从事压缩感知光学图像处理和光场成像方面的研究。

E-mail: margrete@zjut.edu.cn

导师简介: 覃亚丽(1963—),女,博士,教授,硕士生导师,主要从事光纤通信和光学信号处理方面的研究。

E-mail: ylqin@zjut.edu.cn

1 引言

图像去噪是信号处理领域的研究热点之一。对于强噪声图像而言,图像信号便成了微弱信号。传统的去噪方法不能有效地恢复原信号。基于字典学习的去噪,类似于变换域滤波的方法。传统变换域滤波的方法是选取固定的变换基,例如小波基、曲波基或轮廓波^[1-3]等,仅能表示图像中的某些几何特征。而基于字典学习得到的变换字典可有效表示图像的结构信息,从而实现自适应去噪。同时,基于字典学习的去噪算法以原信号的稀疏和冗余表示作为先验,可根据极少数的系数高质量地重构原信号。信号的先验信息构造主要分为两种:1)对图像信号的数学先验表达式的猜测^[4-6];2)基于实例学习图像结构。基于先验学习的方法结合了稀疏和冗余信息,从带噪图像本身的学习中得到自适应字典^[7],字典可有效分离噪声与有效信息,将有效信息调制为适应于某个特定方向的信息,形成类 Gabor 分布^[8]。但噪声过大时,图像的边缘信息同噪声般呈现高频状态,经过字典学习之后反而容易出现各方向的叠加,被误认为是噪声信号,因此无法修复出图像的某些特征。

虽然 Dabov 等^[9]提出块匹配三维算法、Mairal 等^[10]提出将 K-SVD 去噪算法改进为联合稀疏编码、Rubinstein 等^[11]提出双稀疏模型等,在强噪声条件下均有较好的信号修复效果,但与其他算法的去噪效果相差不大,且存在算法复杂等缺点。在强噪声信号下,人眼的主要功能是高度自适应地从图像中提取结构化信息^[12]。因此本文基于 Elad 等^[7]的工作,并借鉴 Mairal 等的思路,提出了对带噪信号进一步叠加梯度和图像块之间的相似性约束,以解决高频边缘信息难以检测的缺陷,达到了轮廓信息显著去噪的效果。利用非局部平均算法^[13],得到图像局部结构信息的相似性,保留相应的纹理和边缘信息,以高斯加权欧氏距离得到相似块之间的权重信息,对带噪图像实现更紧约束。为强化图像的边缘信息,用全变分架构^[14]得到图像结构的梯度信息^[15],利用梯度对权重进行重排处理,以实现强噪声图像轮廓的清晰重现。在图像的稀疏编码阶段,沿用了易于实现的正交匹配追踪^[16];在字典学习阶段,利用 K-SVD 字典^[17-18];在图像重建阶段,利用梯度权重非局部平均对图像结构叠加了更紧的约束。

本文基于 K-SVD 字典自适应去噪模型,提出了一种基于梯度权重非局部平均的强噪声图像去噪算法,目的是在强噪声信号下仍能对图像边缘信息具备较好的去噪效果。该算法的峰值信噪比(PSNR)和结构相似度(SSIM)^[19]指标均优于 K-SVD 字典去噪模型。

2 K-SVD 字典自适应去噪模型

2.1 K-SVD 字典学习原理

给定原信号 \mathbf{X} , 测量信号 \mathbf{Y} , 为从测量值中重构原信号, 根据压缩感知原理可建模如下:

$$\min_{\mathbf{D}, \{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^M} \sum_{i=1}^M \{ \|\mathbf{y}_i - \mathbf{D}\mathbf{x}_i\|_F^2 \} \text{ s.t. } \|\mathbf{x}_i\|_0 \leq k_0, 1 \leq i \leq M, \quad (1)$$

式中 \mathbf{D} 为设计的目标字典, k_0 为信号的稀疏度约束。

将每个测量信号 \mathbf{y}_i 描述为在字典 \mathbf{D} 之上的最稀疏表示 \mathbf{x}_i , 目的是得到信号的最优拟合。可将如上问题看作嵌套最小化问题, 实现交替最小化: 内层给定字典 \mathbf{D} , 求向量 \mathbf{x}_i 的稀疏度最小化; 外层根据 \mathbf{x}_i 的稀疏编码来更新 \mathbf{D} 求解最小化问题。在稀疏编码阶段, 采用正交匹配追踪算法计算向量 \mathbf{x}_i 的稀疏表示; 在字典更新阶段, 除了第 j_0 列的 \mathbf{d}_{j_0} 之外保持其他列不变, 列 \mathbf{d}_{j_0} 可由 \mathbf{X} 乘以其系数进行更新。则字典的更新算式为

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{(k)} &= \operatorname{argmin}_{\mathbf{D}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{D}\mathbf{X}\|_F^2 = \operatorname{argmin}_{\mathbf{D}} \|\mathbf{Y} - \sum_{j=1}^M \mathbf{d}_j \mathbf{x}_j^T\|_F^2 = \\ &= \operatorname{argmin}_{\mathbf{D}} \left\| \left(\mathbf{Y} - \sum_{j \neq j_0} \mathbf{d}_j \mathbf{x}_j^T \right) - \mathbf{d}_{j_0} \mathbf{x}_{j_0}^T \right\|_F^2 = \operatorname{argmin}_{\mathbf{D}} \|\mathbf{E}_{j_0} - \mathbf{d}_{j_0} \mathbf{x}_{j_0}^T\|_F^2, \end{aligned} \quad (2)$$

定义 $\mathbf{E}_{j_0} = \mathbf{Y} - \sum_{j \neq j_0} \mathbf{d}_j \mathbf{x}_j^T$ 为误差矩阵, 下标 j 指第 j 次迭代。为解(2)式, 定义一个约束算子 \mathbf{P}_{j_0} , 该算子有 M 行, M_{j_0} 列(除去第 j_0 列剩下的原子个数), 将其右乘 \mathbf{E}_{j_0} 消去非相关列。将行 $\mathbf{x}_{j_0}^T$ 上约束定义为 $(\mathbf{x}_{j_0}^R) = \mathbf{x}_{j_0}^T \mathbf{P}_{j_0}$, 选择非零项。对于子矩阵 $\mathbf{E}_{j_0} \mathbf{P}_{j_0}$, 通过 SVD 分解得到秩为 1 的近似便可以更新原子 \mathbf{d}_{j_0} 及其在稀疏表示 $\mathbf{x}_{j_0}^R$ 中对应的系数。

因为 K-SVD 算法每次对 K 个不同子矩阵执行一次 SVD 分解,其名称由此而来。由于该算法能很好地将稀疏性推广到图像结构中,降低了对图像纹理和光滑原子的表示误差,因此该字典学习法已在图像处理中得到了广泛应用。

2.2 自适应分块贝叶斯重构

考虑带噪模型,叠加均值为 0、标准差为 σ 的高斯加性白噪声 \mathbf{n} 。测量得到的带噪模型为 $\mathbf{Y}=\mathbf{X}+\mathbf{n}$ 。为从已知测量值 \mathbf{Y} 中重构出无噪信号 $\hat{\mathbf{X}}$,并尽量与原信号 \mathbf{X} 近似,根据贝叶斯最大后验估计(MAP)准则,将图像分为大小为 $\sqrt{N} \times \sqrt{N}$ 的若干重叠块,且每个重叠块均满足稀疏域模型,按字典序排列原信号为列向量 $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^n$ 。定义字典大小为 $\mathbf{D} \in \mathbf{R}^{n \times m}$ ($m > n$)。为了将这些图像块去噪,得到去噪信号的稀疏表示,依据 MAP 准则并结合(1)式建模可得:

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{x}\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{D}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2 \leq T, \quad (3)$$

约束项是稀疏表示和测量值的误差,需要满足一定的限制。参量 T 由噪声功率决定。将(3)式中加入拉格朗日算子 μ ,将约束项转换为罚参,便可简化为

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} \mu \|\mathbf{x}\|_0 + \|\mathbf{D}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2^2, \quad (4)$$

实现对小的重叠图像块去噪,再整合输出整体图像。如此便涵盖了三个未知量:对每块去噪图像块的稀疏表示 $\hat{\mathbf{x}}_{ij}$ 、图像的整体去噪输出 $\hat{\mathbf{X}}$ 、从带噪图像中训练得到的字典 \mathbf{D} 。建模如下:

$$\{\hat{\mathbf{x}}_{ij}, \hat{\mathbf{X}}, \hat{\mathbf{D}}\} = \underset{\mathbf{x}_{ij}, \mathbf{X}, \mathbf{D}}{\operatorname{argmin}} \lambda \|\mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_2^2 + \sum_{ij} \mu_{ij} \|\mathbf{x}_{ij}\|_0 + \sum_{ij} \|\mathbf{D}\mathbf{x}_{ij} - \mathbf{R}_{ij}\mathbf{X}\|_2^2, \quad (5)$$

式中第一项为全局对数似然比,体现了带噪采样值 \mathbf{Y} 与去噪图像 \mathbf{X} 之间的近似程度。第二项和第三项为图像先验,是对有限误差的稀疏表示。由于(5)式考虑了原始完整图像与估计图像间的误差,因此定义了算子 \mathbf{R}_{ij} ,作为从去噪图像 \mathbf{X} 提取图像块(i, j)的操作。由于(5)式涵盖了三个未知量,因此采用交替迭代的方式求解,先固定字典 \mathbf{D} 和带噪图像 \mathbf{X} ,更新稀疏表示系数 \mathbf{x}_{ij} ;再根据系数 \mathbf{x}_{ij} ,利用 K-SVD 算法更新 \mathbf{D} ;最终求解去噪图像的整体输出 $\hat{\mathbf{X}}$ 。

当噪声标准差 $\sigma > 50$ 时,该算法的去噪效果明显下降。由于 K-SVD 学习得到的字典固有结构中包含一定量的噪声原子,因此噪声原子也参与了去噪,使得字典的冗余度提高,以致在高噪声能量情况下的去噪效果差。当噪声标准差 σ 高达 100 时,几乎大部分的去噪算法在视觉上都不能修复原图像的轮廓细节。基于此,本文提出了相应的改进算法——基于字典学习的梯度重权非局部平均的图像去噪算法。

3 基于字典学习的梯度重权非局部平均的图像去噪算法

3.1 梯度重权非局部平均算法

由于图像间存在一定的相关性,因此利用非局部平均算法^[15]求得图像局部结构信息间的相似性。将图像分为若干重叠块,求各块之间的高斯加权欧氏距离的指数次幂,得到相应的相似性权重。权重越大,说明相应的两块图像块相似度越高。以像素 i 和像素 j 为中心的两块图像块之间的权重 $W(i, j)$ 为

$$W(i, j) = \frac{1}{s(i)} \exp\left[\frac{-\|\mathbf{Y}(N_i) - \mathbf{Y}(N_j)\|_{2,a}^2}{h^2}\right], \quad (6)$$

式中 N_i 和 N_j 指图像以像素 i 和 j 为中心的取块操作; $\mathbf{Y}(N_i)$ 是以像素 i 为中心的带噪图像块的灰度值; $\mathbf{Y}(N_j)$ 是以像素 j 为中心的带噪图像块的灰度值; $-\|\mathbf{Y}(N_i) - \mathbf{Y}(N_j)\|_{2,a}^2$ 即为两个图像块之间的相似性; h 为滤波参数, $h > 0$,为简化算式,直接借鉴 Buades 等^[15]的实验结果,取 $h = \sigma^2$; $s(i)$ 为归一化常数; $\|\cdot\|_{2,a}$ 为高斯-欧氏距离,与噪声高斯分布的内核函数有关。假定图像块的维度为 $d \times d$,原始图像的维度为 $N \times N$,则逐像素处理的算法复杂度为 $O(d^2 \times N^2)$ pixel⁻¹,复杂度非常高。因此提出滑动窗模式,牺牲去噪性能,提高计算的有效性。定义搜索窗维度为 $D \times D$ ($D < N$),在该搜索窗范围内寻求图像块间的相似性权重,算法的复杂度变为 $O(d^2 \times D^2)$ pixel⁻¹。理论上,搜索窗的维度越大,图像块的维度就越小,去噪效果就越明显。权衡计算的有效性和去噪效果,经过多次实验最终得到搜索窗维度和图像块维度的经验值。

图 1 为权重 W 的示意图,黑色实线框中为待处理的图像块,红色实线框中为待搜索窗。

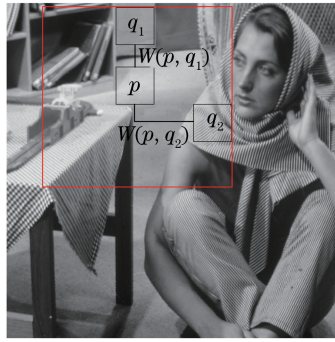


图1 Barbara 权重示意图

Fig. 1 Schematic of weighted patches of Barbara

在搜索窗范围内,找出以 p 为中心的图像块与相似块之间的权重。从图 1 可发现,以 q_1 为中心的图像块的灰度值与 p 图像块的灰度值类似,因此 $W(p, q_1)$ 较大;以 q_2 为中心的图像块的灰度值与 p 图像块的灰度值相差较大,因此 $W(p, q_2)$ 较小。

为对强噪声信号去噪,需要着重修复图像的边缘结构,而利用非局部平均算法无法直接实现。改进的算法基于非局部平均算法,利用全变分法求得图像块内的梯度,从而找出图像块结构与图像内容之间的联系。根据梯度检测得到图像块中的扩散系数,找到最小扩散系数以得到边缘区域,并对边缘区域给定更高的权值,重新分配非局部平均的权重。修正后的权重计算公式为

$$W(i, j) = \frac{1}{s(i)} \exp\left(\frac{-d_{\text{new}}}{h^2}\right), \quad (7)$$

式中 d_{new} 为根据图像块结构梯度重新修正后的欧氏距离,其表达式为

$$d_{\text{new}} = \frac{1}{d^2} \sum_{\{z \in z^2; \|z\|_{\infty} \leq d_s\}} \frac{\|\mathbf{Y}(N_{i+z}) - \mathbf{Y}(N_{j+z})\|_2^2}{c |\nabla u_{i+z}| |\nabla u_{j+z}|}, \quad (8)$$

式中 d 为图像块的大小; $\frac{1}{d^2}$ 将内核函数从高斯-欧氏范数转换为较为简便的标准欧氏范数,使内核函数无参; d_s 为图像块的半长, $d = 2 \times d_s + 1$, 累加和下标的条件指明在一定图像块范围内寻求与之相似的图像块的距离; z 为中心像素点的位置变化; $\frac{1}{|\nabla u|}$ 为对相应图像块求梯度所得到的扩散系数,扩散系数越小,则为边缘区域,对边缘区域的权重重新分配更大的值,反之,其他部分重新分配较小的权重。由于分母的乘积范围为 e^{-5} , 为防止分母趋于 0, 定义常数 c 来调节权重,通过多次实验, c 的量级为 100, 该常数在小范围内的波动不会对实验结果造成较大影响。

梯度重权非局部平均算法的具体流程如下。

1) 初始化阶段。初始化图像块维度 d , 搜索窗维度 D , 滤波参数 h 。

2) 迭代阶段。外层迭代的终止条件为图像的维度 N , 内层迭代的终止条件为搜索窗维度 D 。在外层迭代过程中,输入以 (i, j) 为中心像素点的图像块,求取图像块的梯度值 $1/|\nabla u|$, 定义搜索窗范围对应的像素点位置。在内层迭代过程中,在搜索窗范围内变化 z , 根据(8)式,求以 (i, j) 为中心像素点的图像块与 $[(i-z)/(i+z), (j-z)/(j+z)]$ 为中心像素点的图像块之间的欧氏距离 d_{new} 。结束内层迭代后,求解重新分配的权值 $W(i, j)$ 。滑动窗至下一窗口进行运算,直到满足外层迭代条件。

3) 得到权值的集合 $A = \{W(i, j) | i, j \in Y\}$, 实现对图像结构信息的权重重排。

在强噪声信号下,改进的算法更侧重于修复图像的边缘结构,并对图像内容施以更紧的约束,不仅在视觉上有较好的修复,而且在客观数据上也有较明显的体现。

3.2 基于 K-SVD 字典的梯度重权非局部平均去噪算法

如何赋予图像更紧的约束? 在(5)式所示的 K-SVD 自适应去噪算法的基础上叠加对图像结构自相似的描述,即

$$\{\hat{\mathbf{x}}_{ij}, \hat{\mathbf{X}}, \hat{\mathbf{D}}\} = \underset{\mathbf{x}_{ij}, \mathbf{X}, \mathbf{D}}{\operatorname{argmin}} \lambda \|\mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_2^2 + \sum_{ij} \mu_{ij} \|\mathbf{x}_{ij}\|_0 + \sum_{ij} \|\mathbf{D}\mathbf{x}_{ij} - \mathbf{R}_{ij}\mathbf{X}\|_2^2 + \gamma \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\mathbf{X}\|_2^2, \quad (9)$$

式中 $\mathbf{A} = \{\mathbf{W}(i, j) \mid i, j \in \mathbf{Y}\}$, 表示重新分配后的权重构成的矩阵矢量集合。 γ 为调整约束项的参数。(9) 式中最后一项即约束项显示了对图像进行非局部平均与估计去噪图像间的约束。去噪图像的估计可简化为

$$\hat{\mathbf{X}} = \left[\lambda \mathbf{I} + \sum_{ij} \mathbf{R}_{ij}^T \mathbf{R}_{ij} + \gamma (\mathbf{I} - \mathbf{A}) \right]^{-1} (\lambda \mathbf{Y} + \sum_{ij} \mathbf{R}_{ij}^T \mathbf{D} \mathbf{x}_{ij}). \quad (10)$$

具体的算法步骤如下:

1) 初始化阶段。将原图像 \mathbf{X} 初始化为带噪图像 \mathbf{Y} , 字典 \mathbf{D} 初始化为 DCT 字典。

2) 迭代阶段。主迭代步骤①稀疏编码。对每个带噪图像块 $\mathbf{R}_{ij}\mathbf{X}$ 进行稀疏分解, 利用正交匹配追踪 (OMP) 算法稀疏分解得到相应的带噪系数 \mathbf{x}_{ij} 。即通过求解

$$\forall_{ij} \min_{\mathbf{x}_{ij}} \|\mathbf{x}_{ij}\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{R}_{ij}\mathbf{X} - \mathbf{D}\mathbf{x}_{ij}\|_2^2 \leq C\sigma^2, \quad (11)$$

得到非零系数集合 $\omega_l = \{(i, j) \mid \mathbf{x}_{ij}(l) \neq 0\}$ 。主迭代步骤②K-SVD 字典更新阶段, 对字典 \mathbf{D} 按列更新原子。针对每对非零系数映射 $(i, j) \in \omega_l$, 计算对应列的表示误差, 并设定这些列组合成的矩阵分别为 $\mathbf{e}_l^i = \mathbf{R}_{ij}\mathbf{X}_{ij} - \sum_{m \neq l} \mathbf{d}_m \mathbf{x}_{ij}(m)$ 和 $\mathbf{E}_l = \{\mathbf{e}_l^i \mid (i, j) \in \omega_l\}$ 。对表示误差 \mathbf{E}_l 进行 SVD 分解 ($\mathbf{E}_l = \mathbf{U}\mathbf{\Delta}\mathbf{V}^T$), 更新相应的字典列 $\mathbf{d}_l = \mathbf{u}_1$ 和系数值 $\mathbf{x}_l^R = \mathbf{\Delta} [1, 1] \mathbf{v}_1$ 。可迭代出自适应字典和相应的稀疏系数。

3) 求带噪图像块梯度重新排列之后块图像间的相似权重, 具体算法步骤见 3.1 节。

4) 根据字典 \mathbf{D} 和稀疏系数 \mathbf{x}_{ij} 直接求得去噪图像:

$$\hat{\mathbf{X}} = \left[\lambda \mathbf{I} + \sum_{ij} \mathbf{R}_{ij}^T \mathbf{R}_{ij} + \gamma (\mathbf{I} - \mathbf{A}) \right]^{-1} (\lambda \mathbf{Y} + \sum_{ij} \mathbf{R}_{ij}^T \mathbf{D} \mathbf{x}_{ij}), \quad (12)$$

(12) 式先对去噪图像块取平均, 再根据原带噪图像的平均进行调整。 $\gamma (\mathbf{I} - \mathbf{A})$ 项为梯度重权非局部平均算法的约束, 它给予原图像更紧的约束, 重点处理图像的轮廓信息, 再计算优化问题中额外的约束项, 使得去噪图像更接近原图。传统 K-SVD 去噪算法的复杂度为 $O(\sqrt{N}mLJ) \text{pixel}^{-1}$, \sqrt{N} 为字典学习图像块的维度, m 为字典原子个数, L 为每个系数向量中的非零元素个数, J 为字典迭代次数。梯度重权非局部平均算法的复杂度为 $O(\sqrt{N}mLJd^2D^2) \text{pixel}^{-1}$ 。求取图像块间的相似度后, 再利用梯度信息对边缘信息给定更高的权重, 这两个步骤会提高算法的复杂度, 因此该算法的复杂度较自适应 K-SVD 字典去噪算法更高。

4 实验结果与分析

为验证改进算法的效果, 将该算法在 Matlab 2012 上实现, 原始图像尺寸为 256×256 。实验中的主要参数设置分为两步: 1) 在 K-SVD 自适应字典的学习中, 图像块的维度 d 为 8×8 , 字典的原子个数 m 为 $1 \times n$, 与信号维度相同; 2) 计算梯度重权非局部平均时, 经过多次实验取块图像的大小为 9×9 , 滑动窗的大小为 23×23 , 滤波参数 $h = \sigma^2$, 对梯度中扩散系数的调节参数 c 取经验值 100, 对权重集合的调节参数 γ 取经验值 0.5。每次实验迭代 10 次, 针对 Barbara 图像和 Roof 图像逐步增大噪声标准差 σ 。采用主观和客观评价方法对算法性能进行分析与评价, 并与传统的离散余弦变换 (DCT) 算法和自适应 K-SVD 字典去噪算法进行对比。

图 2 所示为噪声标准差 $\sigma = 50$ 时 Roof 图像的原图、带噪图和由 K-SVD 训练得到的自适应字典。观察图 2(c) 中的 K-SVD 字典, 可以看出其中有些原子几乎就是噪声, 不具备有意义的信息。虽然这些无用原子不会用于描绘图像块, 但却将噪声带入图像。故而需要低冗余度的字典才可保证去噪质量。

图 3 所示为改进算法、传统 DCT 字典去噪和自适应 K-SVD 字典去噪的结果对比。由视觉对比可以发现, 三种算法中自适应 K-SVD 字典和改进算法的效果更好。对比自适应 K-SVD 字典和改进算法可以发现, 改进算法在图像轮廓上的修复效果更好, 在图 3 标识的红框中, 对于右下角的路灯和左下角的松树, 改进算法修复出的轮廓细节较自适应字典更清晰, 修复的细节也更多。此外还可以发现, 改进算法的 PSNR 比传统 DCT 字典去噪提高了 0.743 dB, 比自适应 K-SVD 字典去噪提高了 0.219 dB。虽然数值较小, 但在强噪声情况下, 信噪比微小的改变反而会明显改善图像的修复质量。

为体现改进算法能对图像轮廓信息更好的去噪效果, 图 4 对比了梯度重权非局部平均算法和自适应 K-SVD 字典算法对 Roof 图像、House 图像和 Clock 图像的去噪细节 (噪声标准差 $\sigma = 50$)。观察图 4 可得在图

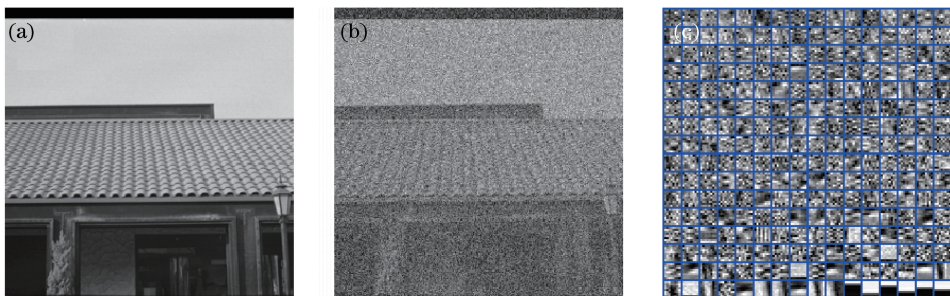


图 2 (a) Roof 原图; (b) $\sigma=50$ 时的 Roof 带噪图像, PSNR 为 14.139 dB;

(c) 基于带噪图训练得到的自适应 K-SVD 字典

Fig. 2 (a) Original roof image; (b) Roof noisy image when $\sigma=50$ and PSNR is 14.139 dB;

(c) trained adaptive K-SVD dictionary via the noisy image

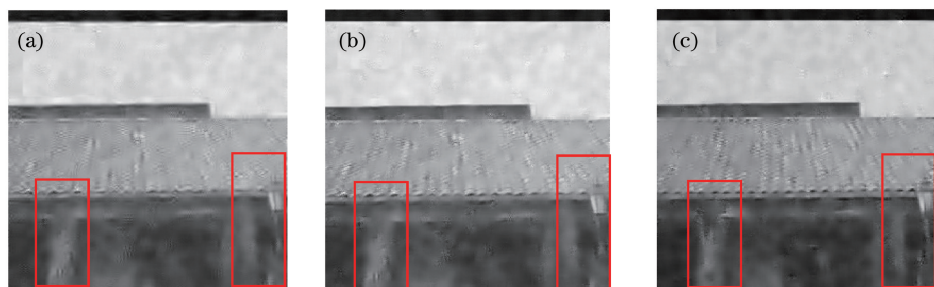


图 3 去噪效果图。(a) 传统 DCT 字典去噪, PSNR 为 24.493 dB; (b) 自适应 K-SVD 字典去噪, PSNR 为 25.017 dB;

(c) 改进算法去噪, PSNR 为 25.236 dB

Fig. 3 Denoised images. (a) Traditional DCT denoising, PSNR is 24.493 dB; (b) adaptive K-SVD denoising,

PSNR is 25.017 dB; (c) improved algorithm denoising, PSNR is 25.236 dB

4(a1)~(a3)Roof 图像的路灯放大细节图中,与自适应 K-SVD 字典去噪相比,改进算法对路灯、黑色门框和门框内窗户影像的轮廓去噪更清晰,在图中已用红框标记;在图 4(b1)~(b3)所示的 House 图像中,改进算法对白色水管接头的去噪效果更好,同样以红框标记;在图 4(c1)~(c3)所示的 Clock 图像中,改进算法能够更好地对闹钟左上角的椭圆形状及其上面的尖头进行去噪,见图中红框。人眼通过图像的轮廓信息可以识别图像的整体结构,可见所提出的改进算法已然达到了目的。在图 4 中也能明显发现,当噪声标准差 $\sigma=50$ 时,无法实现完美去噪,去噪图像仍存在许多噪点,大量纹理信息丢失,这也是改进算法有待改进的地方。

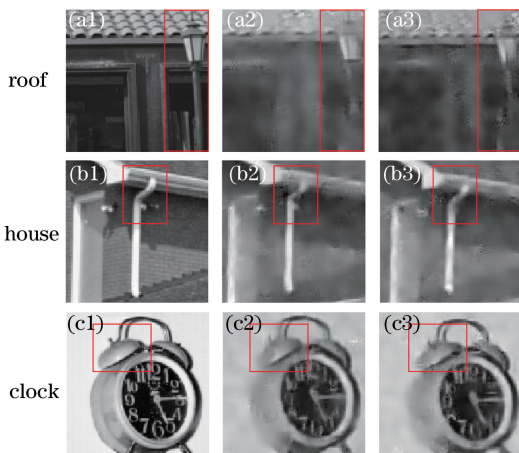


图 4 (a1)~(c1)原图; (a2)~(c2)改进算法的去噪效果; (a3)~(c3)自适应 K-SVD 字典算法的去噪结果

Fig. 4 (a1)~(c1) Original images; (a2)~(c2) denoising effect of the improved algorithm;

(a3)~(c3) denoising effect of the adaptive K-SVD dictionary

表 1 所示为 σ 分别取 25, 50 和 100 时, 三种去噪算法对 Barbara 图像和 Roof 图像去噪后的 PSNR 对比。表格中的数据是去噪后图像的 PSNR 减去带噪图像的 PSNR 得到的, 为 5 次实验的平均值。每当噪声增加时, 带噪图像的 PSNR 随之骤减, 因此从横向上看, 去噪图像与带噪图像的 PSNR 之差必然增大, 所以重点研究纵向数据。纵向数据表明改进算法在 $\sigma=50$ 时效果最好, 随着噪声标准差递增, 去噪效果的趋势为先变好后变差。即使当 $\sigma=100$ 时, 在噪声基本淹没信号的情况下, 改进算法的去噪效果仍然比传统 DCT 字典好。

表 1 Barbara 图像和 Roof 图像去噪后的 PSNR 差值
Table 1 Difference of PSNR in Barbara and Roof denoised images

Algorithm	PSNR /dB($\sigma=25$)		PSNR /dB ($\sigma=50$)		PSNR /dB ($\sigma=100$)	
	Barbara	Roof	Barbara	Roof	Barbara	Roof
DCT	8.216	8.080	10.622	10.354	13.789	14.299
Adaptive	8.846	9.652	11.111	10.877	13.731	14.389
Improved	8.937	9.806	11.478	11.023	13.790	14.452

表 2 所示为 Barbara 图像和 Roof 图像在 σ 分别取 25, 50 和 100 时, 去噪图像与原图像的 SSIM。SSIM 对比了原图像 X 与去噪图像 \hat{X} 的亮度、对比度和归一化结构, 计算公式为

$$SSIM(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) = \frac{(2\mu_X\mu_{\hat{X}} + C_1)(2\sigma_{X\hat{X}} + C_2)}{(\mu_X^2 + \mu_{\hat{X}}^2 + C_1)(\sigma_X^2 + \sigma_{\hat{X}}^2 + C_2)}, \quad (13)$$

式中 μ_X 为原图像的灰度值均值, $\mu_{\hat{X}}$ 为去噪图像的灰度值均值, σ_X^2 为原图像的方差, $\sigma_{\hat{X}}^2$ 为去噪图像的方差, $\sigma_{X\hat{X}}$ 为二者之间的协方差, 常数 C_1 和 C_2 调节了分母, 使分母不接近 0。实验中选择 $C_1 = (K_1G)^2$, $C_2 = (K_2G)^2$, G 为灰度值, 分别选小值常数 K_1 和 K_2 的值为 0.01 和 0.03。

表 2 Barbara 和 Roof 去噪图像与原图像的结构相似度
Table 2 SSIM between denoised Barbara and roof images and original images

Algorithm	SSIM ($\sigma=25$)		SSIM ($\sigma=50$)		SSIM ($\sigma=100$)	
	Barbara	Roof	Barbara	Roof	Barbara	Roof
Adaptive	0.8137	0.8235	0.6752	0.5762	0.5114	0.3724
Improved	0.8166	0.8333	0.6845	0.5930	0.5144	0.3885

SSIM 作为一种图像质量的评判标准, 可以着重反映图像边缘结构的去噪效果。SSIM 指标越接近于 1, 说明去噪图像与原图像结构越接近, 去噪效果越好。由表 2 可见, 在 σ 相等的条件下, 无论何种算法, Roof 图像的 SSIM 指标均优于 Barbara 图像。这是由于 Roof 图像的轮廓结构更清晰, 纹理结构更规则。随着噪声增加, SSIM 值距离 1 越远, 说明与原图像的结构相似度越低。改进算法比自适应 K-SVD 字典去噪的 SSIM 指标更优, 且当 $\sigma=50$ 时去噪效果最好。

图 5 对比了 σ 分别取 50 和 100 时, 改进算法去噪后 Roof 图像的 SSIM 映射图。从图中可以发现, 灰度值越接近 1, 即映射图的亮度越大时, 去噪图像越接近原图像; 随着噪声增加, 映射图的亮度势必减弱。映射图中的暗黑部分是改进算法未能成功修复的图像内容。可以发现, 改进算法在图像纹理结构的修复中处于劣势, 这是由于改进算法是对图像结构取梯度从而得到轮廓信息, 然后再对梯度扩散系数的较小值赋予高权

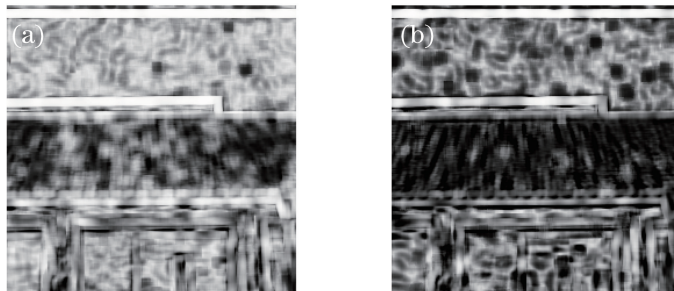


图 5 改进算法去噪后 Roof 图像的 SSIM 映射图。(a) $\sigma=50$; (b) $\sigma=100$

Fig. 5 SSIM maps of the denoised roof image with the improved algorithm. (a) $\sigma=50$; (b) $\sigma=100$

重进行非局部平均去噪,着重对轮廓信息进行去噪。这是算法的内在原因所导致的,可见改进算法更适用于处理涵盖大量轮廓信息、少量纹理信息的图像。

5 结 论

提出了基于字典学习的梯度重权非局部平均的强噪声图像去噪算法,与传统 DCT 字典和自适应 K-SVD 字典去噪相比,在噪声标准差高达 50 的情况下,该算法的去噪质量最好,其 PSNR 最高可比自适应 K-SVD 字典去噪高 0.2 dB,SSIM 指标最高可改善 0.02,适用于强噪声图像去噪。当噪声标准差增加到 100 时,该算法仍优于传统算法。由于该算法以计算图像结构的梯度为基础,着重对图像的轮廓信息进行处理,更适用于处理涵盖较多轮廓、纹理结构较规则的图像。下一步将展开对图像纹理结构的研究,以在纹理无序排列的图像中实现高质量去噪,并将研究字典原子,剪裁无用的噪声原子,使字典原子更适应带噪图像本身。

参 考 文 献

- 1 Portilla J, Strela V, Wainwright M J, *et al.* Image denoising using scale mixtures of Gaussians in the wavelet domain[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2003, 12(11): 1338-1351.
- 2 Starck J L, Candes E J, Donoho D L. The curvelet transform for image denoising[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2002, 11(6): 670-684.
- 3 Li Dongming, Gai Mengye, Li Chaoran, *et al.* Research on adaptive optics image denoising algorithm based on the wavelet-based Contourlet transform[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(11): 111001.
李东明, 盖梦野, 李超然, 等. 基于小波域的 Contourlet 变换法的自适应光学图像去噪算法研究[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(11): 111001.
- 4 Zhu S C, Mumford D. Prior learning and Gibbs reaction-diffusion [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(11): 1236-1250.
- 5 Haber E, Tenorio L. Learning regularization functionals-a supervised training approach[J]. Inverse Problems, 2003, 19(3): 611-626.
- 6 Roth S, Black M J. Fields of experts: A framework for learning image priors[C]. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2005: 860-867.
- 7 Elad M, Aharon M. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(12): 3736-3745.
- 8 Mairal J, Bach F, Ponce J. Sparse modeling for image and vision processing[J]. Foundations & Trends® in Computer Graphics & Vision, 2014, 8(2): 85-283.
- 9 Dabov K, Foi A, Katkovnik V, *et al.* Image denoising by sparse 3D transform-domain collaborative filtering[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(8): 2080-2095.
- 10 Mairal J, Bach F, Ponce J, *et al.* Non-local sparse models for image restoration[C]. IEEE International Conference on Computer Vision, 2009: 2272-2279.
- 11 Rubinstein R, Zibulevsky M, Elad M. Double sparsity: Learning sparse dictionaries for sparse signal approximation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(3): 1553-1564.
- 12 Gao Lulu, Liu Jianjun, Ren Xin, *et al.* Image quality evaluation of panoramic camera stereopair based on structural similarity[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 51(7): 071004.
高露露, 刘建军, 任 鑫, 等. 基于结构相似度的全景相机立体像对图像质量评价[J]. 激光与光电子学进展, 2014, 51(7): 071004.
- 13 Baudes A, Coll B. Image denoising by non-local averaging[C]. IEEE International Conference on Acoustics, 2005: 25-28.
- 14 Gilboa G. A total variation spectral framework for scale and texture analysis[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2014, 7(4): 1937-1961.
- 15 Zhu Shiping, Li Zheng. A stereo matching algorithm using improved gradient and adaptive window[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(1): 0110003.
祝世平, 李 政. 基于改进梯度和自适应窗口的立体匹配算法[J]. 光学学报, 2015, 35(1): 0110003.
- 16 Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. IEEE

- Transactions on Information Theory, 2008, 53(12): 4655-4666.
- 17 Aharon M, Elad M, Bruckstein A. K-SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11): 4311-4322.
 - 18 Lebrun M, Leclaire A. An implementation and detailed analysis of the K-SVD image denoising algorithm[J]. Image Processing on Line, 2012, 2(6): 96-133.
 - 19 Wang Z, Bovik A C, Sheikh H R, *et al.* Image quality assessment: From error visibility to structural similarity[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 13(4): 600-612.