# 部分相干涡旋光束在大气湍流中传输时的光强分布

## 柯熙政 王超珍\*

#### 西安理工大学自动化与信息工程学院,陕西西安 710048

摘要 根据广义惠更斯-菲涅耳原理和交叉谱密度函数的表达式,推导出部分相干高斯-谢尔涡旋光束在大气湍流 中传输时光强分布的积分形式,通过一些特殊积分处理得到完整的解析表达式,分析讨论了传输距离、湍流强度和 光束自身参数等对光束光强分布的影响。结果表明:部分相干涡旋光束在大气湍流中传输时,随着传输距离的增 加,光强分布逐渐由空心分布转化为高斯分布;当拓扑荷数为0时,随着传输距离的增加,光强分布一直保持高斯 分布;在湍流强度不变的情况下,拓扑荷数越小,相干长度越短,束腰宽度越长,光强分布由空心分布转化为高斯分 布所需要的传输距离越短。

关键词 光通信;光强分布;大气湍流;部分相干涡旋光束;拓扑荷数 中图分类号 TN929.12 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP53.110604

# Intensity Distribution of the Partially Coherent Vortex Beams Propagating in Atmospheric Turbulence

#### Ke Xizheng Wang Chaozhen

School of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710048, China

**Abstract** Based on the generalized Huygens-Fresnel principle and the expression of the cross spectral density function, the integral form of intensity distribution of partially coherent Gaussian-Schell vortex beams propagating in the atmospheric turbulence is derived. A complete analytic expression is obtained by some special integral processings. The impacts of transmission distance, turbulence intensity and beam parameters on the beam intensity distribution are discussed. The results show that the intensity distribution of the partially coherent vortex beams in the atmospheric turbulence is gradually transformed into the Gaussian distribution by the hollow distribution with increase of the transmission distance. When the topological charge number is zero, the intensity distribution keeps Gaussian distribution with increase of the transmission distance. In terms of invariant turbulence intensity, the smaller the topological charge number is, the shorter the coherent length is, and the longer the waist width is, then the shorter the transmission distance is needed when the intensity distribution is transformed from hollow distribution.

Key words optical communications; intensity distribution; atmospheric turbulence; partially coherent vortex beams; topological charge

**OCIS codes** 060.1660; 010.1350; 010.1330

### 1 引 言

激光光束在大气湍流中的传输对于遥感、跟踪以及远距离光通信等应用有着相当重要的意义,因而受到 人们广泛的关注<sup>[1-2]</sup>。20世纪90年代初期,Wu等<sup>[3]</sup>在理论上证明了部分相干光受到大气湍流的影响较小, 这一发现使部分相干光在大气湍流中的传输成为一个研究热点。涡旋光束具有连续螺旋型波前,中心光强 为0且存在相位奇点,由于涡旋光束在光学镊子、光学扳手和粒子囚禁与操控等方面有很重要的用途<sup>[4]</sup>,因

基金项目:国家自然科学基金(61377080,60977054)

\*通信联系人。E-mail: 1164512136@qq.com

收稿日期: 2016-06-13; 收到修改稿日期: 2016-06-14; 网络出版日期: 2016-09-20

作者简介: 柯熙政(1962—), 男, 博士, 教授, 主要从事无线激光通信方面的研究。E-mail: xzke@263.net

而吸引了学者们的关注,而部分相干涡旋光束融合了涡旋光和部分相干光的特点,具有光强比较均匀、对散 斑低灵敏和角动量等优点,在实际中有着更广泛的应用价值<sup>[5]</sup>,因此,研究部分相干涡旋光束在湍流介质中 的传输有重要意义。

近年来,许多学者对涡旋光束进行了大量的研究<sup>[68]</sup>。2001年,Ponomarenko等<sup>[9]</sup>研究了一类新的部分相干光束在自由空间中的传输特性,这种光束含有可分离的相位和光涡旋,可以表示为由拉盖尔-高斯光束(LG)叠加而成。2007年,王涛等<sup>[10]</sup>研究了湍流强度、光束的相干性以及拓扑荷数对部分相干涡旋光束在大气湍流中传输特性的影响。2009年,van Dijk等<sup>[11]</sup>利用空间光调制器产生部分相干涡旋光束,研究了光束的光强分布和光谱相干度。2012年,丁攀峰等<sup>[12]</sup>推导了部分相干涡旋光束在自由空间中传输时的交叉谱密度矩阵元的解析表达式,分析了光束在传输过程中光斑中心点光强的变化。2011年,陈宝算等<sup>[13]</sup>运用德拜理论,研究部分相干圆偏振涡旋光束的深聚焦特性,表明入射光束的相干度和聚焦透镜的数值孔径大小都会影响深聚焦平面的光强和相干度。2012年,Fang等<sup>[14]</sup>对部分相干双涡旋光束在大气湍流中传输时的光强分布做了详细分析。2013年,Wang等<sup>[14]</sup>利用交叉谱密度函数,推导了部分相干平顶涡旋光束的光强表达式,分析了光束在大气湍流中传输时,传输距离、湍流强度、拓扑荷数、光束的束腰宽度以及相干长度等参数对光束谱特性的影响。2015年,方桂娟等<sup>[16]</sup>在实验中产生了空间相干可控的Besinc相干涡旋光束,研究了其在自由空间中传输时光强分布和光束的相干度分布。

综上所述,传输距离、湍流强度、相干长度、拓扑荷数、束腰宽度以及波长等参数对部分相干高斯-谢尔涡 旋光束在大气湍流中传输的研究尚不多见,因此,本文以高斯-谢尔模型(GSM)的涡旋光束为例,利用广义 惠更斯-菲涅耳原理和交叉谱密度函数,推导了部分相干 GSM 涡旋光束在大气湍流中传输时光强分布的表 达式,研究了其在大气湍流中传输时的变化规律,分别考虑传输距离、湍流强度、拓扑荷数、光束的相干长度、 光束的束腰宽度、波长等参数对光强分布的影响,最后对所得的结果进行比较和分析。

#### 2 部分相干 GSM 涡旋光束的光强分布

假设光源位于 z=0 平面,光源发出的光束沿 z 轴的正方向在湍流介质中传输,光源平面光束的场分量为

$$E(\mathbf{r},0) = I_0 \exp\left(-\frac{\mathbf{r}^2}{w^2}\right) \exp(-in\theta) \exp(i\beta), \qquad (1)$$

式中  $I_0$  为一常量, w 为光束束腰宽度,  $\beta$  是相位, n 为拓扑荷数,  $\theta$  为相角, r 为光源平面的任意二维位置矢量。为了计算方便, 假设相位  $\beta$  的统计分布满足谢尔模型<sup>[17]</sup>, 即

$$C(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2}) = C(|\mathbf{r}_{1}-\mathbf{r}_{2}|) = \exp(-|\mathbf{r}_{1}-\mathbf{r}_{2}|^{2}/\sigma^{2}), \qquad (2)$$

则光源平面的交叉谱密度函数可以表示为[18]

$$W(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},0) = \langle E(\mathbf{r}_{1},0)E^{*}(\mathbf{r}_{2},0)\rangle = I_{0}^{2}\exp\left(-\frac{\mathbf{r}_{1}^{2}+\mathbf{r}_{2}^{2}}{w^{2}}\right)\exp\left[-in(\theta_{1}-\theta_{2})\right]\exp\left[-\frac{(\mathbf{r}_{1}-\mathbf{r}_{2})^{2}}{\sigma^{2}}\right], \quad (3)$$

式中 $r_1$ , $r_2$ 是光源平面的任意两个二维位置矢量, $\theta_1$ , $\theta_2$ 为光源平面位置矢量 $r_1$ , $r_2$ 的相角, $\langle \cdot \rangle$ 表示系综平均, \*表示复共轭, $\sigma$ 为相干长度。

根据广义惠更斯-菲涅耳原理,当光束在湍流介质中传输一段距离后,交叉谱密度可以表示为[18-19]

$$W(\boldsymbol{\rho}_{1},\boldsymbol{\rho}_{2},z) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(\boldsymbol{r}_{1},\boldsymbol{r}_{2},0) \times \exp\left[-\frac{\mathrm{i}k}{2z} (\boldsymbol{r}_{1}-\boldsymbol{\rho}_{1})^{2} + \frac{\mathrm{i}k}{2z} (\boldsymbol{r}_{2}-\boldsymbol{\rho}_{2})^{2}\right] \times \exp\left[\Psi(\boldsymbol{r}_{1},\boldsymbol{\rho}_{1},z) + \Psi^{*}(\boldsymbol{r}_{2},\boldsymbol{\rho}_{2},z)\right] \lambda d^{2}\boldsymbol{r}_{1} d^{2}\boldsymbol{r}_{2}, \qquad (4)$$

式中 z 为传输距离, $\rho_1$ , $\rho_2$  为接收平面处的任意二维位置矢量。再利用 Rytov 相位结构函数的二次近似,球面波复相位互相关函数可表示为<sup>[19-20]</sup>

$$\langle \exp \left[ \Psi(\mathbf{r}_{1}, \mathbf{\rho}_{1}, z) + \Psi^{*}(\mathbf{r}_{2}, \mathbf{\rho}_{2}, z) \right] \rangle = \exp \left[ -0.5 D_{\Psi}(\mathbf{r}_{1} - \mathbf{r}_{2}) \right] = \exp \left[ -\frac{1}{\rho_{0}^{2}} (\mathbf{r}_{1} - \mathbf{r}_{2})^{2} \right],$$
 (5)

式中 $\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{\rho}_1, z)$ 是湍流大气对球面波影响的随机相位因子,  $D_{\Psi}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ 是相位结构函数,  $\rho_0 =$ 

 $(0.545C_{n}^{2}k^{2}z)^{-3/5}$ 是球面波在湍流介质中传输时的相干长度,波数  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $C_{n}^{2}$ 为大气折射率结构常数。将 光源平面的任意二维位置矢量表示为  $r = (r, \theta)$ , 矢量微分<sup>[21]</sup>  $dr_{1}dr_{2} = r_{1}r_{2}dr_{1}dr_{2}d\theta_{1}d\theta_{2}$ ,接收平面位置矢 量  $\rho$  表示为<sup>[21]</sup>  $\rho = (\rho, \varphi), \varphi_{1}, \varphi_{2}$ 为接收平面位置矢量  $\rho_{1}, \rho_{2}$ 的相角, (3)、(5)式代入(4)式, 化简可得

$$W(\rho_{1},\rho_{2},\varphi_{1},\varphi_{2},z) = I_{0}^{2} \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^{2} \exp\left[-\frac{ik}{2z}(\rho_{1}^{2}-\rho_{2}^{2})\right] \times \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{ik}{2z}(r_{1}^{2}-r_{2}^{2})\right] \times \exp\left[-\left(\frac{1}{w^{2}}+\frac{1}{\sigma^{2}}+\frac{1}{\rho_{0}^{2}}\right)(r_{1}^{2}+r_{2}^{2})\right] \times \\ \exp\left[\frac{ikr_{1}\rho_{1}}{z}\cos(\varphi_{1}-\theta_{1})\right] \times \exp\left[-\frac{ikr_{2}\rho_{2}}{z}\cos(\varphi_{2}-\theta_{2})\right] \times \\ \exp\left[2r_{1}r_{2}\left(\frac{1}{\sigma^{2}}+\frac{1}{\rho_{0}^{2}}\right)\cos(\theta_{1}-\theta_{2})\right] \times \exp\left[-in(\theta_{1}-\theta_{2})\right]r_{1}r_{2}dr_{1}dr_{2}d\theta_{1}d\theta_{2}.$$
 (6)

(6)式就是部分相干 GSM 涡旋光束通过大气湍流后的交叉谱密度函数,可利用特殊函数的相互转化化 简(6)式。

贝塞尔母函数可以表示为[22]

$$\exp(it\cos\beta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(t)i^n \exp(in\beta), \qquad (7)$$

式中 J<sub>n</sub>(t)表示 n 阶贝塞尔函数。虚宗量贝塞尔方程式可以表示为<sup>[22]</sup>

$$\mathbf{I}_{n}(z) = \frac{1}{2\pi \mathrm{i}} \int_{0}^{2\pi \mathrm{i}} \exp\left(z \; \frac{\mathrm{e}^{\omega} + \mathrm{e}^{-\omega}}{2} - n\omega\right) \mathrm{d}\omega \;. \tag{8}$$

由(7)式可以得到

$$\exp\left[\frac{\mathrm{i}kr\rho}{z}\cos(\varphi-\theta)\right] = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l\left(\frac{kr\rho}{z}\right) \mathrm{i}^l \exp\left[\mathrm{i}l\left(\varphi-\theta\right)\right]_{\circ}$$
(9)

由(8)式可以得到

$$\mathbf{I}_{n}\left(\frac{2r_{1}r_{2}}{\sigma^{2}}\right) = \frac{1}{2\pi} \exp(\mathrm{i}n\theta_{2}) \int_{0}^{2\pi} \exp\left[\frac{2r_{1}r_{2}}{\sigma^{2}} \cos(\theta_{1}-\theta_{2}) - \mathrm{i}n\theta_{1}\right] \mathrm{d}\theta_{1}, \qquad (10)$$

即

$$\int_{0}^{2\pi} \exp\left[\frac{2r_1r_2}{\sigma^2}\cos(\theta_1-\theta_2)-in\theta_1\right] d\theta_1 = 2\pi\exp(-in\theta_2)\mathbf{I}_n\left(\frac{2r_1r_2}{\sigma^2}\right).$$
(11)

另外

$$\int_{0}^{2\pi} \exp(\mathrm{i}m\theta) \,\mathrm{d}\theta = \begin{cases} 2\pi, m = 0\\ 0, m \neq 0 \end{cases},\tag{12}$$

将(9)~(12)式代入(6)式,再令 $\rho_1 = \rho_2, \varphi_1 = \varphi_2$ ,可得部分相干 GSM 涡旋光束通过大气湍流传输后的光强的表达式为

$$I(\rho,z) = I_{0}^{2} \left(\frac{k}{z}\right)^{2} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \exp\left[-\left(\frac{1}{w^{2}} + \frac{1}{\sigma^{2}} + \frac{1}{\rho_{0}^{2}}\right)(r_{1}^{2} + r_{2}^{2})\right] \times \exp\left[-\frac{ik}{2z}(r_{1}^{2} - r_{2}^{2})\right] J_{l}\left(\frac{k\rho r_{1}}{z}\right) J_{l}\left(\frac{k\rho r_{2}}{z}\right) I_{l+n}\left(\frac{2r_{1}r_{2}}{\sigma^{2}} + \frac{2r_{1}r_{2}}{\rho_{0}^{2}}\right)r_{1}r_{2}dr_{1}dr_{2}, \quad (13)$$

化简得

$$I(\rho,z) = I_0^2 \left(\frac{k}{z}\right)^2 \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-(\alpha_1 + \alpha_2)r_1^2\right] \times \exp\left[-(\alpha_1 - \alpha_2)r_2^2\right] J_l(\eta r_1) J_l(\eta r_2) I_{l+n}(\gamma r_1 r_2) r_1 r_2 dr_1 dr_2,$$
(14)

 $\vec{x} \oplus \alpha_1 = \frac{1}{w^2} + \frac{1}{\sigma^2} + \frac{1}{\rho_0^2}, \ \alpha_2 = \frac{ik}{2z}, \ \eta = \frac{k\rho}{z}, \ \gamma = \frac{2}{\sigma^2} + \frac{2}{\rho_0^2}.$ 

根据文献[21]有

$$I_{\nu}(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k! \Gamma(\nu+k+1)} \left(\frac{z}{2}\right)^{\nu+2k},$$
(15)

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^{\mu} \exp(-\alpha x^{2}) J_{\nu}(\gamma x) dx = \frac{\gamma^{\nu} \Gamma\left(\frac{\nu+\mu+1}{2}\right)}{2^{\nu+1} \alpha^{\frac{\nu+\mu+1}{2}} \Gamma(\nu+1)} \times_{1} F_{1}\left(\frac{\nu+\mu+1}{2};\nu+1;-\frac{\gamma^{2}}{4\alpha}\right), \quad (16)$$

式中  $\operatorname{Re} \alpha > 0$ ,  $\operatorname{Re}(\mu + \nu) > -1$ ,  $\Gamma(\bullet)$  为伽马函数。 合流超几何函数

$${}_{1}F_{1}(a;b;z) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(a+k-1)! \ (b-1)! \ z^{k}}{(a-1)! \ (b+k-1)! \ k!} \,.$$
(17)

将(15)、(16)式代入(14),可得部分相干 GSM 涡旋光束在大气湍流中传输时的光强表达式为

$$I(\rho, z) = I_1(\rho, z) + I_2(\rho, z), \qquad (18)$$

式中

$$\begin{split} I_{1}(\rho,z) &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{k! (|l+n|+k)!} \left(\frac{\gamma}{4}\right)^{|l+n|+2k} \times_{1} F_{1} \left[\frac{|l+n|+2k+l+2}{2}; l+1; -\frac{\eta^{2}}{4(\alpha_{1}+\alpha_{2})}\right] \times \\ & {}_{1}F_{1} \left[\frac{|l+n|+2k+l+2}{2}; l+1; -\frac{\eta^{2}}{4(\alpha_{1}-\alpha_{2})}\right] \times \eta^{2l} \cdot \left[\Gamma\left(\frac{|l+n|+2k+l+2}{2}\right)\right]^{2} \times \\ & 1/\left[2^{2l+1} \cdot (\alpha_{1}+\alpha_{2})^{\frac{|l+n|+2k+l+2}{2}} \cdot (\alpha_{1}-\alpha_{2})^{\frac{|l+n|+2k+l+2}{2}} \cdot \left[\Gamma(l+1)\right]^{2}\right], \\ I_{2}(\rho,z) &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{k! (|l+n|+k)!} \left(\frac{\gamma}{4}\right)^{|-l+n|+2k} \times_{1} F_{1} \left[\frac{|-l+n|+2k+l+2}{2}; l+1; -\frac{\eta^{2}}{4(\alpha_{1}+\alpha_{2})}\right] \times \\ & {}_{1}F_{1} \left[\frac{|-l+n|+2k+l+2}{2}; l+1; -\frac{\eta^{2}}{4(\alpha_{1}-\alpha_{2})}\right] \times \eta^{2l} \cdot \left[\Gamma\left(\frac{|-l+n|+2k+l+2}{2}\right)\right]^{2} \times \\ & 1/\left[2^{2l+1} \cdot (\alpha_{1}+\alpha_{2})^{\frac{|-l+n|+2k+l+2}{2}} \cdot (\alpha_{1}-\alpha_{2})^{\frac{|-l+n|+2k+l+2}{2}} \cdot \left[\Gamma(l+1)\right]^{2}\right]. \end{split}$$

当光束在自由空间中传输时,大气折射率结构常数  $C_n^2 = 0$ ,由  $\rho_0 = (0.545C_n^2 k^2 z)^{-3/5}$ ,可得  $\rho_0 \rightarrow \infty$ ,则

$$\alpha_1 = \frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{\sigma^2},\tag{19}$$

$$\gamma = \frac{2}{\sigma^2} \,. \tag{20}$$

当部分相干 GSM 涡旋光束为完全相干 GSM 涡旋光束时,σ→∞。

#### 3 数值计算分析

#### 3.1 部分相干 GSM 涡旋光束和完全相干 GSM 涡旋光束的光强分布对比

光束在大气湍流中传输时,由于受到大气折射率的随机起伏,接收面上的光强变弱。光束的相干性不同,接收面的光强分布也不同。根据(18)式以及在自由空间中传输和完全相干的条件,对部分相干涡旋光束和完全相干涡旋光束在大气湍流以及自由空间中传输时的归一化光强分布进行分析。图1给出了完全相干涡旋光束和部分相干涡旋光束在大气湍流和自由空间中传输时的归一化光强分布。计算参数选取:常量 *I*<sub>0</sub>=1,波长λ=632.8 nm,束腰宽度 w=0.01 m,相干长度 σ=0.03 m,拓扑荷数 n=2,大气折射率结构常数 *C*<sup>2</sup><sub>n</sub>=10<sup>-15</sup> m<sup>-2/3</sup>,传输距离 z=2 km。*I*<sub>µ</sub>和 *I*<sub>µ</sub>分别代表部分相干涡旋光束在大气湍流和自由空间中传输时的归一化光强。从图 1 可以看出,完全相干涡旋光束在自由空间中传输时,由于不会受到光束相干性和大气湍流的影响,光强分布 一直保持空心分布,中心光强始终为 0,这与文献[12]的结论一致;完全相干涡旋光束在大气湍流中传输时, 相比在自由空间中传输时,会受到大气湍流的影响,中心光强会随着传输距离的增加而增大;部分相干涡旋 光束在自由空间中传输时,会受到光束相干性的影响,中心光强也会增大;而部分相干涡旋光束在大气湍流 中传输时,会受到光束相干性和大气湍流两者的共同作用,中心光强增大最明显,影响因素越多,接收面的光 强变化越明显,这和实际也是相符的。同时,对部分相干涡旋光束和完全相干涡旋光束在大气湍流中传输时 的光强分布与各自在自由空间中的光强分布进行对比可以发现,在传输距离相同的条件下,部分相干涡旋光束的中心光强值差别较小,因此,可得出部分相干涡旋光束比完全相干涡旋光束抗湍流特性更好。文献[3] 指出:"部分相干光比完全相干光受大气湍流的影响小",部分相干涡旋光束具有和部分相干光类似的性质。



图 1 部分相干和完全相干涡旋光束在大气湍流和自由空间中传输时的归一化光强分布

Fig. 1 Normalized intensity distribution of the fully and partially coherent vortex beams propagating

in atmospheric turbulence and free space

#### 3.2 传输距离、湍流强度对部分相干 GSM 涡旋光束光强分布的影响

图 2,3 分别给出了大气折射率结构常数取  $C_n^2 = 10^{-14}$  m<sup>-2/3</sup>,  $C_n^2 = 10^{-15}$  m<sup>-2/3</sup>时,部分相干涡旋光束在 大气湍流中随传输距离变化的光强分布情况。计算参数选取:常量  $I_0 = 1$ ,波长  $\lambda = 632.8$  nm,束腰宽度 w = 0.01 m,相干长度 $\sigma = 0.03$  m,拓扑荷数 n = 2。从图 2,3 可以看出,部分相干涡旋光束在湍流介质中传 输时,由于受到大气湍流的影响,随着传输距离的增加,光束的中心光强会逐渐增大,当传输到一定距离时, 光束的光强分布由空心分布转化为高斯分布;当传输距离不是很远时,大气湍流对光束的光强分布影响不是 很明显,光束的中心光强增长比较缓慢,随着传输距离的增加,湍流对光束光强的影响逐渐明显。对比图 2, 3 可得,大气折射率结构常数越大,光束在湍流介质中传输受大气湍流的影响越大,光强分布由空心分布转 化为高斯光束分布所需的传输距离就越短。在图 2 中,大气折射率结构常数  $C_n^2 = 10^{-14}$  m<sup>-2/3</sup>,当传输距离 z = 1 km 时,光强分布不再是空心分布,而是出现了两个光强强度最弱的点;当传输距离 z = 4 km 时,光强 分布已经由空心分布转化为高斯分布。在图 3 中,大气折射率结构常数  $C_n^2 = 10^{-15}$  m<sup>-2/3</sup>,当传输距离 z = 8 km时,光强分布不再是空心分布,而是出现了两个光强强度最弱的点;当传输距离 z = 10 km 时,光束 的中心光强强度最强;当传输距离 z = 24 km 时,光强分布已经由空心分布转化为高斯分布,光强分布转化 为高斯分布后,就保持高斯分布不变。



图 2 不同传输距离下部分相干涡旋光束传输时的归一化光强分布( $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ )。

(a) z=0.3, 0.4, 0.6 km; (b) z=0.8, 1, 4 km

Fig. 2 Normalized intensity distributions of the partially coherent vortex beams in different transmission distances ( $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ ). (a) z = 0.3, 0.4, 0.6 km; (b) z = 0.8, 1, 4 km

部分相干涡旋光束在大气湍流中传输时,由于受到大气折射率随机起伏的影响,波束在传输一段距离后,就会出现相位畸变,使得部分相干涡旋光束中心光强的强度逐渐增大。为了研究大气湍流对光束传输的 影响,图4给出了强、中、弱3种湍流强度下部分相干涡旋光束传输时的光强分布。计算参数选取:常量



图 3 不同传输距离下部分相干涡旋光束传输时的光强归一化分布( $C_n^2 = 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ )。 (a) z = 0.6, 1, 2 km; (b) z = 3, 5, 8 km; (c) z = 10, 15, 24 km

Fig. 3 Normalized intensity distributions of the partially coherent vortex beams in different

transmission distances ( $C_n^2 = 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ ). (a) z = 0.6, 1, 2 km; (b) z = 3, 5, 8 km; (c) z = 10, 15, 24 km

 $I_0 = 1$ ,波长 $\lambda = 632.8$  nm,束腰宽度 w = 0.01 m,相干长度 $\sigma = 0.03$  m,拓扑荷数 n = 2,传输距离 z = 0.8 km。 从图 4中可知,当光束在强湍流下传输时,大气折射率结构常数取  $C_n^2 = 10^{-13}$  m<sup>-2/3</sup>,传输距离 z = 0.8 km,光 强分布已经由空心分布转化为高斯分布;当光束在弱湍流下传输时,大气折射率结构常数取  $C_n^2 = 10^{-17}$  m<sup>-2/3</sup>,光束的中心光强值最小。由此可知,湍流强度越强,光束由空心分布转化为高斯分布所需要的 传输距离就越短。当大气折射率结构常数取  $C_n^2 = 10^{-15}$  m<sup>-2/3</sup>和  $C_n^2 = 10^{-17}$  m<sup>-2/3</sup>时,光束的中心光强值的大小 很接近,即大气湍流越弱,对光束的中心光强的影响越接近,光强分布由空心分布转化为高斯分布所需的传输 距离越接近。



图 4 部分相干涡旋光束在不同湍流强度下传输时的光强归一化分布

Fig. 4 Normalized intensity distribution of the partially coherent vortex beams in different turbulent intensities

#### 3.3 光束自身参数对部分相干 GSM 涡旋光束光强分布的影响

当拓扑荷数 n=0 时,部分相干涡旋光束在大气湍流中传输时的传输距离取 0.8,1.5,2,3 km 时的光强 分布如图 5 所示。计算参数选取:常量  $I_0=1$ ,波长  $\lambda=632.8$  nm,束腰宽度 w=0.01 m,相干长度  $\sigma=$ 



图 5 拓扑荷数 n=0 时部分相干涡旋光束传输时的光强归一化分布

Fig. 5 Normalized intensity distribution of the partially coherent vortex beams in topological charge n=0

0.03 m,拓扑荷数n=0,大气折射率结构常数 $C_n^2=10^{-15}$  m<sup>-2/3</sup>。由图 5 可以看出,当拓扑荷数为 0 时,随着传输距离的增加,部分相干涡旋光束的光强分布始终保持高斯分布,这是因为当拓扑荷数为 0 时,部分相干涡旋光束就是部分相干光,不再具有奇异性,光强就呈现高斯型分布。

图 6 给出了不同拓扑荷数下,部分相干涡旋光束在大气湍流中传输时的光强分布。计算参数选取:常量  $I_0=1$ ,波长  $\lambda = 632.8$  nm,束腰宽度 w = 0.01 m,相干长度  $\sigma = 0.03$  m,大气折射率结构常数  $C_n^2 = 10^{-15}$  m<sup>-2/3</sup>,传输距离 z=0.8 km。从图 6 可以看出,在传输距离相同的情况下,拓扑荷数越大,光束的 中心光强就越小,抑制湍流的能力就越强,光强分布由空心分布转化为高斯分布所需的传输距离就越长,这 和实际情况相符。拓扑荷数越大,光束的空心区域也就越大,中心转变为实心并成为光强最大值的转化速度 就不及拓扑荷数较小的光束。

图 7 给出了不同的光束相干长度下,部分相干涡旋光束在大气湍流和自由空间中传输时的光强分布。 计算参数选取:常量 I<sub>0</sub>=1,波长λ=632.8 nm,束腰宽度 w=0.01 m,拓扑荷数 n=2,大气折射率结构常数 C<sup>2</sup><sub>n</sub>=10<sup>-15</sup> m<sup>-2/3</sup>,传输距离 z=1 km。从图 7 可知,光束的相干长度越小,光束的中心光强在湍流中与自由 空间中的传输特性曲线越接近,即说明光束相干长度越小,光束的抗湍流能力越强。与此同时,光束的相干 性越好,光束的中心光强就越弱,即相干性越好,光束的奇异性就越明显,在传输的过程中光强分布由空心分 布转化为高斯分布所需要的距离越长。这是因为:光束的相干性越好,源平面上各点光源在观测平面上中心 处相干叠加,相消更加厉害,这与文献[12]的结论相一致。因此,在实际应用中,需要合理选择光束的相干长 度,一方面使得光束具有很好的抗湍流特性,另一方面使光束在大气湍流中传输时光强分布可以更好地保持 空心分布。



图 6 不同拓扑荷数下部分相干涡旋光束 传输时的光强归一化分布





图 7 不同相干长度下部分相干涡旋光束传输时 的归一化光强分布

Fig. 7 Normalized intensity distribution of the partially coherent vortex beams in different coherent lengths

图 8 给出了不同束腰宽度下,部分相干涡旋光束在大气湍流中传输时的光强分布。计算参数选取:常量  $I_0=1$ ,波长 $\lambda=632.8$  nm,相干长度 $\sigma=0.03$  m,拓扑荷数n=2,大气折射率结构常数 $C_n^2=10^{-15}$  m<sup>-2/3</sup>,传输距离 z=1 km。从图 8 可以看出,束腰宽度越大,光束的中心光强越强,光束在湍流介质中传输时的光强分布由空心分布转化为高斯分布所需的传输距离就越短。

图 9 给出了不同波长下,部分相干涡旋光束在大气湍流中传输时的光强分布。计算参数选取:常量  $I_0=1$ ,束腰宽度 w=0.01 m,相干长度  $\sigma=0.03$  m,拓扑荷数 n=2,大气折射率结构常数  $C_n^2=10^{-15}$  m<sup>-2/3</sup>, 传输距离 z=1 km,波长分别取  $\lambda=532,632.8,1060$  nm。从图 9 可以看出,波长对光束的中心光强的影响 较小,光强分布由空心分布转化为高斯分布所需要的传输距离几乎不受波长的影响。

4 结 论

以上推导了部分相干 GSM 涡旋光束在大气湍流中传输时的光强表达式,仿真分析了各个参数对部分 相干 GSM 涡旋光束光强分布的影响。结果表明:

1) 当传输距离一定时,部分相干涡旋光束比完全相干涡旋光束抗湍流特性更好;







2) 部分相干 GSM 涡旋光束在大气湍流中传输时,随着传输距离的增加,中心光强会逐渐增大,当传输 到一定距离时,光强分布由空心分布转化为高斯分布;

3) 部分相干 GSM 涡旋光束的中心光强随着湍流强度、束腰宽度的增大而增大,随着相干长度、拓扑荷数的减小而增大,当拓扑荷数为0时,光束的光强呈高斯型分布;波长则对光束的中心光强影响较小。

综上所述,在实际应用中,可以根据各个参数对光强分布的影响,适当选取参数的值。这些理论研究有 待在实验中进一步验证。

参考文献

- 1 Gbur G, Wolf E. Spreading of partially coherent beams in random media[J]. J Opt Soc Am A, 2002, 19(8): 1592-1598.
- 2 Shirai T, Dogariu A, Wolf E. Directionality of Gaussian Schell-model beams propagating in atmospheric turbulence [J]. Opt Lett, 2003, 28(8): 610-612.
- 3 Wu J. Propagation of a Gaussian-Schell beam through turbulent media[J]. J Mod Optic, 1990, 37(4): 671-684.
- 4 杨先才. 部分相干涡旋光束在湍流大气中传输的偏振特性[D]. 厦门: 华侨大学, 2011.
- 5 Rao Lianzhou. Transmission and spatial correlation properties of focused partially coherent vortex beams [J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(9): 2397-2402.

饶连周.聚焦部分相干涡旋光束的传输和相干特性[J].光子学报,2009,38(9):2397-2402.

6 Luo Yamei, Tang Bihua, Gao Zenghui, *et al.* Electric and magnetic spectral Stokes singularities of partially coherent Gaussian vortex beams[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(7): 0702004. 罗亚梅, 唐碧华, 高曾辉, 等. 部分相干高斯涡旋光束电场和磁场的光谱 Stokes 奇点[J]. 中国激光, 2015, 42(7): 0702004.

7 Liu Man. Distribution properties of intensity and phase of speckle fields produced by vortex beam[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(11): 1126001.

刘 曼. 涡旋光束形成的散斑场光强和相位的分布特性[J]. 光学学报, 2014, 34(11): 1126001.

8 Li Fang. Propagation characteristic of vortex beam in the free space [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(1): 012603.

黎 芳.涡旋光束在自由空间中的传输特性[J].激光与光电子学进展,2015,52(1):012603.

- 9 Ponomarenko S A. A class of partially coherent beams carrying optical vortices [J]. J Opt Soc Am A, 2001, 18(1): 150-156.
- 10 Wang Tao, Pu Jixiong, Rao Lianzhou. Propagation of partially coherent vortex beams in the turbulent atmosphere[J]. Optical Technique, 2007, 33(S1): 4-6.

王 涛, 蒲继雄, 饶连周. 部分相干涡旋光束在湍流大气中的传输特性[J]. 光学技术, 2007, 33(S1): 4-6.

- 11 van Dijk T, Visser T D. Evolution of singularities in a partially coherent vortex beam[J]. J Opt Soc Am A, 2009, 26(4): 741-744.
- 12 Ding Panfeng, Pu Jixiong. Analysis of the facula of partially coherent vortex beam in propagation [J]. Acta Physica

Sinica, 2012, 61(17): 174201.

丁攀峰,蒲继雄.部分相干涡旋光束传输中的光斑分析[J].物理学报,2012,61(17):174201.

13 Chen Baosuan, Pu Jixiong. Tight focusing of partially coherent and circularly polarized vortex beams [J]. Journal of Huaqiao University (Natural Science), 2011, 32(3): 269-275.

陈宝算, 蒲继雄. 部分相干圆偏振涡旋光束的深聚焦[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2011, 32(3): 269-275.

- Fang G J, Zhu W Y, Chen X Q, et al. Propagation of partially coherent double-vortex beams in turbulent atmosphere[J].
   Optics & Laser Technology, 2012, 44(6): 1780-1785.
- 15 Wang H Y, Qian X M. Spectral properties of a random electromagnetic partially coherent flat-topped vortex beam in turbulent atmosphere[J]. Optics Communications, 2013, 291: 38-47.
- 16 Fang Guijuan, Lin Huichuan, Pu Jixiong. Generation and propagation of Besinc-correlated partially coherent vortex beams [J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(7): 0713001.

方桂娟,林慧川,蒲继雄. Besinc 相干涡旋光束的产生与传输[J]. 中国激光, 2015, 42(7): 0713001.

17 Cheng Ke, Zhang Hongrun, Lü Baida. Coherence vortex properties of partially coherent vortex beams[J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59(1): 246-255.

程 科,张洪润,吕百达.部分相干涡旋光束形成的相干涡旋特性研究[J].物理学报,2010,59(1):246-255.

18 Fu Wenyu, Li Gaoqing, Liu Xiaojun. Propagation of partially coherent vortex beams in the turbulent atmosphere [J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(11): 2958-2962.

付文雨,李高清,刘小军.部分相干涡旋光束在大气湍流中的远场传输特性[J].光学学报,2009,29(11):2958-2962.

- 19 Li Jinhong, Lü Baida. Comparative study of partially coherent vortex beam propagations through atmospheric turbulence along a uplink path and a downlink path[J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(7): 074205.
- 李晋红, 吕百达. 部分相干涡旋光束通过大气湍流上行和下行传输的比较研究[J]. 物理学报, 2011, 60(7): 074205.
- 20 Li J H, Lü B D. The transformation of an edge dislocation in atmospheric turbulence[J]. Optics Communications, 2011, 284(1): 1-7.
- 21 Cang J, Zhang Y X. Propagation properties of focused partially coherent vortex beams in turbulent atmosphere[J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(5): 1277-1282.
- 22 王娟娟.大气湍流对部分相干光空间相干性的影响研究[D].成都:电子科技大学,2012:35-36.