

椭圆高斯光束基于螺旋相位板产生奇点光束的特性研究

王慧 丁攀峰 蒲继雄

华侨大学信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021

摘要 基于螺旋相位板(SPP)的调制特性以及光束的近轴传输理论,获得了椭圆高斯光束通过SPP后的复振幅分布函数,对不同拓扑荷数的椭圆奇点光束在不同传输距离处的光强分布和相位分布进行了研究。结果表明:椭圆高斯光束通过SPP后随着传输距离的增大,光斑形状与初始形状相比发生改变;高阶椭圆奇点光束的光斑在传输过程中会发生一定程度的偏转,偏转方向与拓扑荷数的符号有关;高阶椭圆奇点光束在传输过程中,暗核区域发生分裂,分裂出的奇点数等于SPP所产生的椭圆奇点光束的拓扑荷数,而这种分裂情况在一阶椭圆奇点光束中不可能发生。

关键词 物理光学;椭圆光束;相位奇点;拓扑荷数;暗核分裂;螺旋相位板

中图分类号 O436.1 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP53.102603

Properties of Singularity Beam Produced by Elliptical Gaussian Beams Through Spiral Phase Plate

Wang Hui Ding Panfeng Pu jixiong

College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 361021, China

Abstract Based on modulation characteristics of spiral phase plate (SPP) and the paraxial beam transmission theory, the complex amplitude function of elliptical Gaussian beams through SPP is investigated, and intensity and phase distributions of the elliptical singularity beams with different topological charges during propagation are studied. It is shown that the spot shape is changed comparing with the initial spot shape in the process of transmission with increasing of propagation distance after SPP. On the one hand, A certain amount deflection of high-order elliptical singularity beam appears, and the deflection direction is associated with the symbol of the topological charge. On the other hand, the high-order elliptical singularity beam splits in the dark nuclear area during propagation, and the number of singularities is equal to the topological charge of the original beam, which is different from the first-order elliptical singularity beams.

Key words physical optics; elliptical beam; phase singularity; topological charge; dark core splitting; spiral phase plate

OCIS codes 260.6042; 050.1960; 050.4865

1 引言

奇点光束带有独特的涡旋相位结构,其光束中心相位具有不确定性,通常称为相位奇点,常见的奇点光束主要有拉盖尔-高斯光束、贝塞尔光束及马提厄(Mathieu)-高斯光束等。由于奇点光束在光学微操纵^[1-5]、自由空间光通信^[6-9]和生物医学^[10-12]等方面具有潜在的应用价值,所以奇点光束的产生及其传输特性逐渐成为科研工作者的研究热点。2013年,Amaral等^[13]在给定的拓扑荷数几何分布的条件下,仅用一个空间光调制

收稿日期: 2016-06-08; **收到修改稿日期:** 2016-06-16; **网络出版日期:** 2016-09-20

基金项目: 国家自然科学基金(61307001, 61505059)、华侨大学中青年骨干教师科研提升资助计划(ZQN-PY306)

作者简介: 王慧(1989—),女,硕士研究生,主要从事光束传输与变换方面的研究。E-mail: 1147491846@qq.com

导师简介: 丁攀峰(1980—),男,博士,副教授,硕士生导师,主要从事光束传输方面的研究。E-mail: dingpanfeng@163.com

器得到了直线、三角等形状的奇点光束,可在复杂光学畸变时预补偿光学涡旋,也可在光镊中为粒子选择特定的路径。2015年,Reddy等^[14]通过分析奇点光束的内外半径在传输过程中的变化速度、散度等特性,研究了奇点光束在自由空间中的发散问题,可用于设计特殊光纤的轨道角动量模式。目前绝大多数对奇点光束的研究及应用都是针对横截面上光强分布为圆对称的普通理想奇点光束,对非圆对称的椭圆形奇点光束研究较少^[15-16]。实际中,如半导体激光器等被广泛应用的激光器,其输出的激光均为椭圆高斯光束,其通过螺旋相位板(SPP)可以高效快速地得到椭圆形奇点光束。相较于理想的奇点光束,研究椭圆奇点光束具有更加实际的意义,同时椭圆奇点光束在光通信、光学微操纵和非线性光学中有独特的优势。2015年,Zheng^[17]发现在光通信中使用椭圆奇点光束,可以有效地减少大气湍流对光束传输的影响。2014年,Wang等^[18]利用单轴晶体调节椭圆奇点光束的光强和相位分布,可应用于光学微操纵和非线性光学。本文对椭圆高斯光束通过SPP后产生的奇点光束进行研究,分析其在自由空间传输中的光斑演变特性以及相位分布情况。

2 理论分析

图1为SPP的阶梯型结构图,相位板沿圆周方向均分为 N 个扇区,其中 n 为SPP的折射率, n_0 为周围介质的折射率, h_0 为SPP的基底, h_s 为SPP的高度, $l = h_s(n - n_0)/\lambda$ 为对应的拓扑荷数。

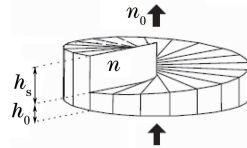


图1 SPP结构图

Fig. 1 SPP structure

SPP对光束相位的调制特性可用光学传递函数 $T(\varphi)$ 表示为

$$\begin{cases} T(\varphi) = \exp(iml\Delta\varphi) \\ \Delta\varphi = 2\pi/N \\ m = \frac{\varphi - \text{mod}(\varphi, \Delta\varphi)}{\Delta\varphi} \end{cases}, \quad (1)$$

式中 φ 为方位角坐标, $\Delta\varphi$ 为每个扇区对应的弧度, m 为方位角为 φ 的点所在的扇区序号(沿逆时针方向从0 rad开始计算), m 的取值范围为 $1, 2, \dots, N$ 。以SPP的横截面中心为坐标原点,以互相垂直的扇形分界线为坐标轴建立坐标系,入射的椭圆高斯光束可表示为

$$E(x, y, 0) = E_0 \exp\left[-\frac{x^2 + (ay)^2}{\omega_0^2}\right] = E_0 \exp\left[-\frac{(\cos^2\varphi + a^2\sin^2\varphi)r^2}{\omega_0^2}\right], \quad (2)$$

式中 E_0 为电场振幅, ω_0 为束腰半径, a 为短轴对长轴的比率, $r^2 = x^2 + y^2$ 。

根据光束的近轴传输理论,椭圆高斯光束通过SPP后,获得了如(1)式所示的多阶螺旋型相位,传输一段距离 z 后,光束横截面上的电场可以表示为

$$E(\rho, z) = -\frac{ik}{2\pi z} \exp(ikz) \iint T(\varphi) E_0 \exp\left[-\frac{(\cos^2\varphi + a^2\sin^2\varphi)r^2}{\omega_0^2}\right] \exp\left\{\frac{ik}{2z} [(r - \rho)^2]\right\} dr. \quad (3)$$

源平面上点的坐标用 (r, φ) 表示,观测平面上点的坐标用 (ρ, θ) 表示。将(1)~(2)式代入(3)式可得

$$E(\rho, z) = C_0 \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right) \sum_{m=1}^N \int_{(m-1)\Delta\varphi}^{m\Delta\varphi} \exp\left[-\frac{(\cos^2\varphi + a^2\sin^2\varphi)r^2}{\omega_0^2} + \frac{ik}{2z} r^2 - \frac{ik\rho\cos(\varphi - \theta)r}{z} + iml\Delta\varphi\right] r dr d\varphi, \quad (4)$$

式中 $C_0 = -\frac{ikE_0}{2\pi z} \exp(ikz)$,在确定的观测平面上, C_0 为常数。应用积分公式

$$\int_0^\infty x \cdot \exp(-\alpha x^2) \cdot J_n(\beta x) = \frac{\sqrt{\pi}\beta}{8\alpha^{\frac{3}{2}}} \cdot \exp\left(-\frac{\beta^2}{8\alpha}\right) \left[I_{\frac{n-1}{2}}\left(\frac{\beta^2}{8\alpha}\right) - I_{\frac{n+1}{2}}\left(\frac{\beta^2}{8\alpha}\right) \right], \quad (5)$$

其中 $J_n(x)$ 为第一类贝塞尔函数, $I_n(x)$ 为第一类修正贝塞尔函数,对(4)式中 r 进行积分化简,可得到传输

一段距离后的电场表达式为

$$E(\rho, z) = C_0 \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right) \times \sum_{m=1}^N \exp(i\ell m \Delta\varphi) \int_{(m-1)\Delta\varphi}^{m\Delta\varphi} \left\{ \frac{1}{2\alpha} \exp\left(-\frac{\beta^2}{4\alpha}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^2 \cos[n(\varphi - \theta)] \times \frac{\sqrt{\pi}\beta}{4\alpha^{\frac{3}{2}}} \exp\left(-\frac{\beta^2}{8\alpha}\right) \cdot \left[I_{\frac{n-1}{2}}\left(\frac{\beta^2}{8\alpha}\right) - I_{\frac{n+1}{2}}\left(\frac{\beta^2}{8\alpha}\right) \right] \right\} d\varphi, \quad (6)$$

式中 $\alpha = \frac{\cos^2\varphi + a^2 \sin^2\varphi}{\omega_0^2} - \frac{ik}{2z}$, $\beta = \frac{k\rho}{z}$ 。由(6)式可知,椭圆高斯光束通过 SPP 传输一段距离后,在观测平面上光电场的振幅、相位与观测点的径向坐标 ρ 、角向坐标 θ 以及 SPP 的扇区数 N 相关。在(6)式的基础上,通过数值计算可对不同传输距离处的观测平面上光束的光强以及相位分布进行研究。

3 数值计算及分析

为了进一步分析椭圆高斯光束经过 SPP 后光强和相位分布的变化情况,进行了数值计算。模拟计算中,波长 λ 取 632.8 nm,光斑尺寸 ω 取 0.25 mm,短轴对长轴的比率 a 取 0.7, SPP 的扇区数 N 取 32,依此分别对一阶和高阶椭圆奇点光束在自由空间传输过程中的光斑演变和相位分布情况进行探讨。

3.1 一阶情形下的光斑演变及相位分布

对椭圆高斯光束通过 SPP 后产生拓扑荷数 $l=1$ 的椭圆奇点光束进行分析。图 2 为传输距离 z 分别取 50, 200, 500, 1000 mm 时的光强分布图,从图 2(a) 可以看到,椭圆高斯光束经过 SPP 后得到一个倾斜的、分布较均匀的空心椭圆光斑。由图 2(b)~(d) 可看出,随着传输距离的增大,光斑尺寸变大,中心暗核区域光强始终为零,光强逐渐向 y 轴方向集中,传输距离的增大使得光强分布与初始的椭圆环状相比发生改变。

图 3 为 $l=1$ 的椭圆奇点光束在不同传输距离处的相位分布,模拟中选取的参数与图 2 相同。通过图 3(a)~(d) 可以清晰地观察到暗核区域中奇点位置的变化情况,经软件计算得到奇点位置始终位于 $(0, 0)$ 处,与传输距离的改变无关。由此可知,一阶椭圆奇点光束在传输过程中,随着传输距离的增大,光斑逐渐展宽,光束始终保持空心,光强分布无法保持初始的椭圆环状;而奇点位置则不发生改变,与传输距离无关。

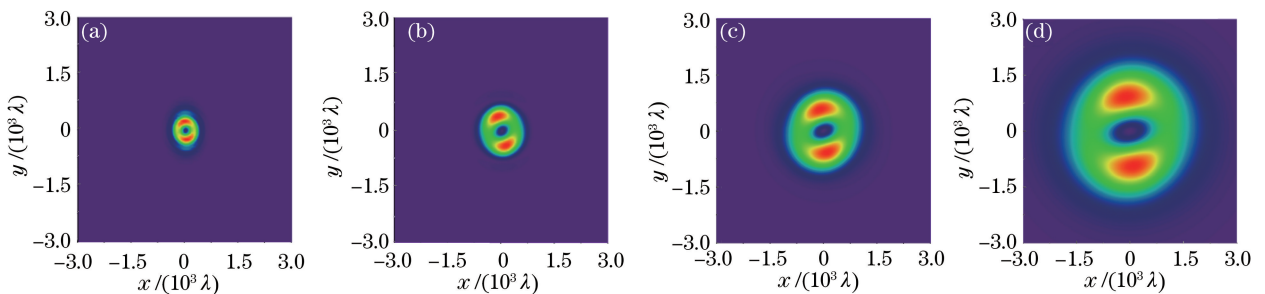


图 2 $l=1$ 的椭圆奇点光束在不同传输距离处的光强分布。

(a) $z=50$ mm; (b) $z=200$ mm; (c) $z=500$ mm; (d) $z=1000$ mm

Fig. 2 Intensity distributions of elliptical singularity beam with $l=1$ at different propagation distances.

(a) $z=50$ mm; (b) $z=200$ mm; (c) $z=500$ mm; (d) $z=1000$ mm

3.2 高阶情形下的光斑演变及相位分布

选择 SPP 产生拓扑荷数 $l=3$ 的椭圆奇点光束,图 4 和图 5 分别给出了在不同传输距离处, $l=3$ 的椭圆奇点光束在观测平面上的光强及相位分布,除拓扑荷数外,其他参数与图 2 相同。从图 4(a) 可看到,传输距离较短时光斑为一个倾斜的椭圆环状光斑,从图 4(b)~(d) 可以看出,随着传输距离的增大,光斑整体展宽,光强分布不均匀,光束的整体形状发生改变,对比图 2 可以发现这些特性与一阶椭圆奇点光束相似。除此以外,两者之间也存在着差异:1) 在相同传输距离处,高阶椭圆奇点光束的光斑尺寸比一阶椭圆奇点光束的光斑尺寸大;2) 随着传输距离的增大,高阶椭圆奇点光束的光强分布有一个逆时针方向的偏转,暗核区域也逐渐分化为三个小区域。

观察相应的相位结构图如图 5 所示,从图 5(a) 可以看到三个奇点,但彼此之间的距离非常接近,中间位

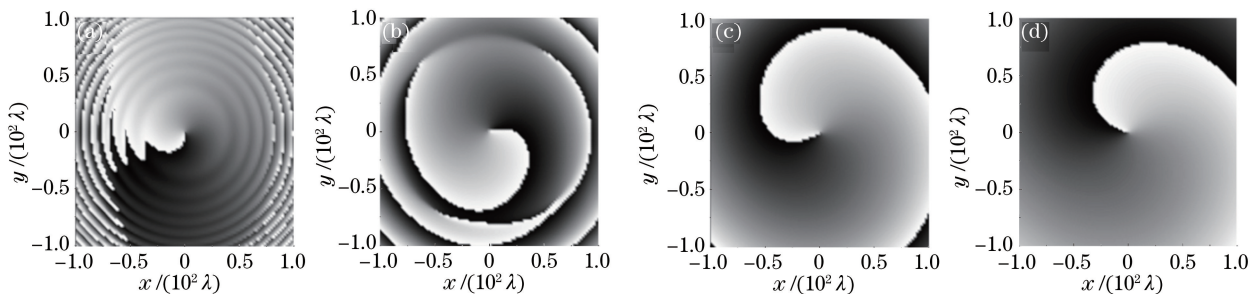


图 3 $l=1$ 的椭圆奇点光束在不同传输距离处的相位分布。

(a) $z=50$ mm; (b) $z=200$ mm; (c) $z=500$ mm; (d) $z=1000$ mm

Fig. 3 Phase distributions of elliptical singularity beam with $l=1$ at different propagation distances.

(a) $z=50$ mm; (b) $z=200$ mm; (c) $z=500$ mm; (d) $z=1000$ mm

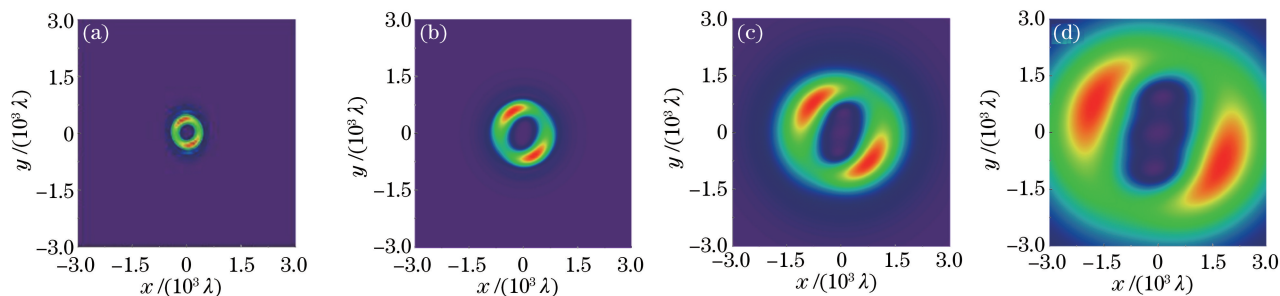


图 4 $l=3$ 的椭圆奇点光束在不同传输距离处的光强分布。

(a) $z=50$ mm; (b) $z=200$ mm; (c) $z=500$ mm; (d) $z=1000$ mm

Fig. 4 Intensity distributions of elliptical singularity beam with $l=3$ at different propagation distances.

(a) $z=50$ mm; (b) $z=200$ mm; (c) $z=500$ mm; (d) $z=1000$ mm

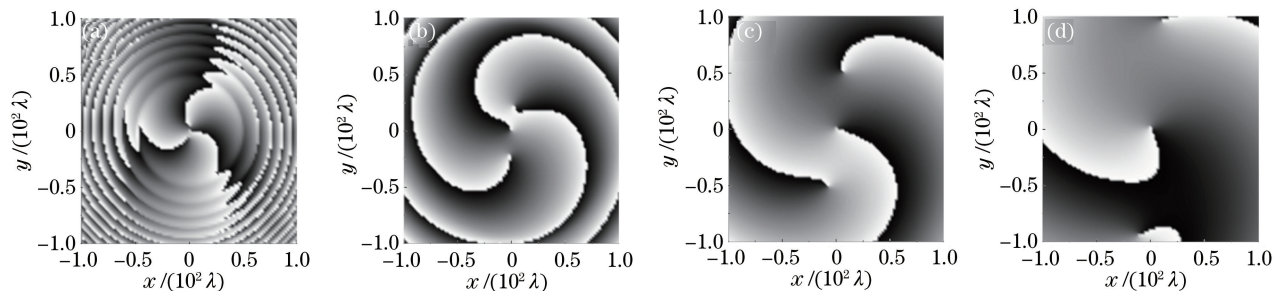


图 5 $l=3$ 的椭圆奇点光束在不同传输距离处的相位分布。

(a) $z=50$ mm; (b) $z=200$ mm; (c) $z=500$ mm; (d) $z=1000$ mm

Fig. 5 Phase distributions of elliptical singularity beam with $l=3$ at different propagation distances.

(a) $z=50$ mm; (b) $z=200$ mm; (c) $z=500$ mm; (d) $z=1000$ mm

置的奇点位于 $(0,0)$ 。由图 5(b)~(d)可以看出,随着传输距离的增大,三个奇点之间的距离逐渐被拉开,中间位置的奇点始终位于 $(0,0)$ 处,而上下两奇点近似对称地分布在 y 轴上,当传输距离足够大时,三个奇点之间的距离增大使得暗核区域逐渐分化出三个清晰可见的小区域。由此可知,椭圆高斯光束经过对应的高阶 SPP 后,观测平面上的奇点会发生分裂,并且分裂出的奇点数等于 SPP 产生的拓扑荷数,而这种分裂情况在一阶椭圆奇点光束中是没有发生的。

3.3 拓扑荷数符号为负的情况下光斑演变及相位分布

为了与拓扑荷数为正的情况进行对比,这里选择 SPP 对应的拓扑荷数 $l=-3$ 的情况。图 6 和图 7 分别给出了在不同传输距离处, $l=-3$ 的椭圆奇点光束在观测平面上的光强及相位分布,除拓扑荷数外,其他参数与图 2 相同。

从图 6(a) 可以看到一个倾斜的椭圆环状光斑, 与图 4(a) 相比, 光强分布的形状未发生改变但倾斜的方向与之相反; 由图 6(b)~(d) 可以看到随着传输距离的增大, 光斑有一个顺时针方向的偏转; 从图 7(a)~(d) 可以看到相位奇点围绕中心旋转的方向与 $l=3$ 时的情况相反。除此以外, 其他光斑演变以及相位变化特性均与 3.2 节中拓扑荷数 $l=3$ 的椭圆奇点光束相同。因此 SPP 对应的拓扑荷数的符号决定了椭圆奇点光束在传输中的偏转方向。

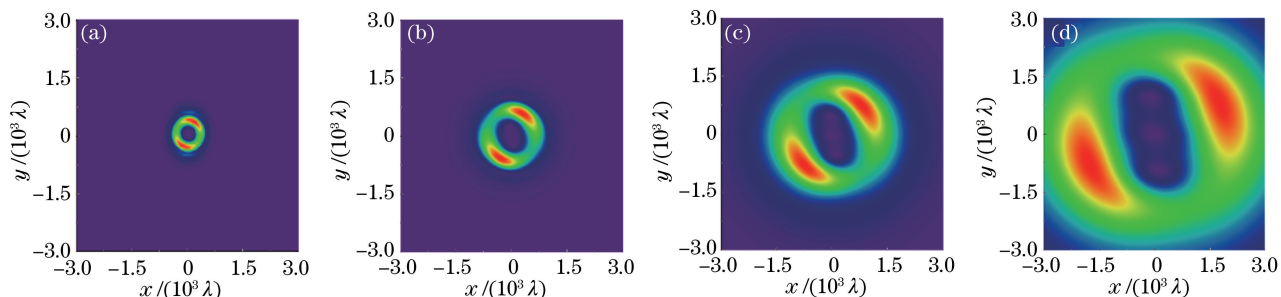


图 6 $l=-3$ 的椭圆奇点光束在不同传输距离处的光强分布。

(a) $z=50$ mm; (b) $z=200$ mm; (c) $z=500$ mm; (d) $z=1000$ mm

Fig. 6 Intensity distributions of elliptical singularity beam with $l=-3$ at different propagation distances.

(a) $z=50$ mm; (b) $z=200$ mm; (c) $z=500$ mm; (d) $z=1000$ mm

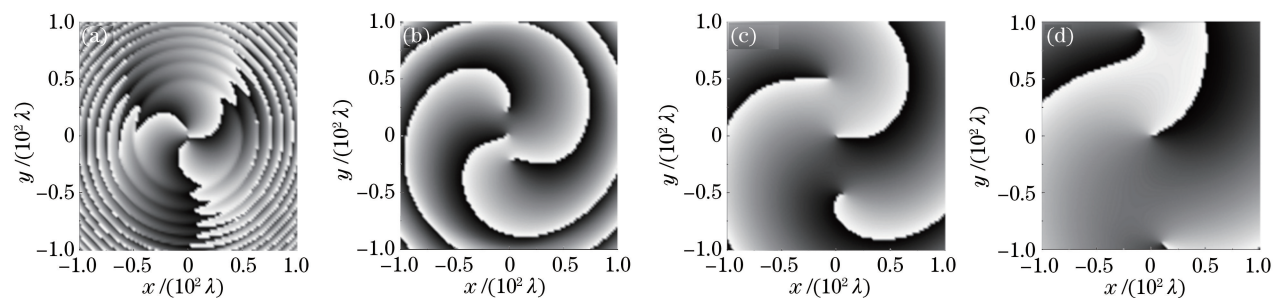


图 7 $l=-3$ 的椭圆奇点光束在不同传输距离处的相位分布。

(a) $z=50$ mm; (b) $z=200$ mm; (c) $z=500$ mm; (d) $z=1000$ mm

Fig. 7 Phase distributions of elliptical singularity beam with $l=-3$ at different propagation distances.

(a) $z=50$ mm; (b) $z=200$ mm; (c) $z=500$ mm; (d) $z=1000$ mm

4 结 论

基于 SPP 的调制特性和光束的近轴传输理论, 得到了椭圆高斯光束通过 SPP 后产生的奇点光束电场表达式。通过数值模拟计算结果, 分析了 SPP 对应的不同拓扑荷数的椭圆奇点光束在自由空间传输过程中的光斑演变和相位分布特性。结果表明, 椭圆高斯光束通过 SPP 后得到一个倾斜的椭圆环状的光斑, 在传输过程中光斑尺寸变大, 光强分布不均匀, 整体的光束形状与初始形状相比发生改变; 高阶椭圆奇点光束的光斑在传输过程中会发生一定程度的偏转, 偏转方向与拓扑荷数的符号有关; 与一阶情况不同的是, 高阶椭圆奇点光束在传输过程中发生分裂, 分裂出的奇点数等于 SPP 产生的拓扑荷数。通过改变入射椭圆高斯光束的椭圆率、SPP 的拓扑荷数或者自由空间的传输距离可以获得不同尺寸的椭圆奇点光束。以上结论对于研究椭圆奇点光束在光学微操纵、光通信以及生物医学方面的潜在应用具有指导和参考作用。

参 考 文 献

- 1 Morris J E, Carruthers A E, Mazilu M, *et al.* Optical micromanipulation using supercontinuum Laguerre-Gaussian and Gaussian beams[J]. Optics Express, 2008, 16(14): 10117-10129.
- 2 Mc Gloin D, Garcés-Chávez V, Dholakia K. Interfering Bessel beams for optical micromanipulation[J]. Optics Letters, 2003, 28(8): 657-659.

- 3 Chen M Z, Mazilu M, Arita Y, *et al.* Dynamics of microparticles trapped in a perfect vortex beam[J]. *Optics Letters*, 2013, 38(22): 4919-4922.
- 4 Otsu T, Ando T, Takiguchi Y, *et al.* Direct evidence for three-dimensional off-axis trapping with single Laguerre-Gaussian beam[J]. *Scientific Reports*, 2014, 4: 4579.
- 5 Li Baojun, Xin Hongbao, Zhang Yao, *et al.* Progress of optical trapping and manipulation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(9): 0900126.
李宝军, 辛洪宝, 张 焱, 等. 光捕获和光操控研究进展[J]. *光学学报*, 2011, 31(9): 0900126.
- 6 Wang Z X, Zhang N, Yuan X C. High-volume optical vortex multiplexing and de-multiplexing for free-space optical communication[J]. *Optics Express*, 2011, 19(2): 482-492.
- 7 Li Fang. Propagation characteristics of optical vortices beam in intermediate fluctuation turbulent atmosphere[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2013, 50(7): 070101.
黎 芳. 涡旋光束在中强度湍流大气中的传输特性[J]. *激光与光电子学进展*, 2013, 50(7): 070101.
- 8 Wu J Z, Li Y J. Light beams with orbital angular momentum for free space optics[J]. *Chinese Physics*, 2007, 16(5): 1334-1338.
- 9 Guo Banghong, Guo Jianjun, Zhang Chengxian, *et al.* Research on vortex optics and high dimensional orbital angular momentum coding and quantum communication[J]. *Journal of South China Normal University (Natural Science Edition)*, 2015, 47(4): 1-7.
郭邦红, 郭建军, 张程贤, 等. 旋涡光学与轨道角动量高维编码量子通信研究[J]. *华南师范大学学报(自然科学版)*, 2015, 47(4): 1-7.
- 10 Spyratou E, Makropoulou M, Serafetinides A A. Red blood cell micromanipulation with elliptical laser beam profile optical tweezers in different osmolarity conditions[C]. *European Conference on Biomedical Optics*, 2011, 8092: 80920T.
- 11 Zhong M C, Wei X B, Zhou J H, *et al.* Trapping red blood cells in living animals using optical tweezers[J]. *Nature Communications*, 2013, 4: 1768.
- 12 Luo Yamei, Tang Bihua, Gao Zenghui, *et al.* Electric and magnetic spectral Stokes singularities of partially coherent Gaussian vortex beams[J]. *Chinese J Lasers*, 2015, 42(7): 0702004.
罗亚梅, 唐碧华, 高曾辉, 等. 部分相干高斯涡旋光束电场和磁场的光谱 Stokes 奇点[J]. *中国激光*, 2015, 42(7): 0702004.
- 13 Amaral A M, Falcao-Filho E L, de Araújo C B. Shaping optical vortex beams with topological charge[C]. *Frontiers in Optics*, 2013, FM3F: FM3F.6.
- 14 Reddy S G, Permangatt C, Prabhakar S, *et al.* Divergence of optical vortex beams[J]. *Applied Optics*, 2015, 54(22): 6690-6693.
- 15 Luo Y, Lü B. Far-field properties of electromagnetic elliptical Gaussian vortex beams[J]. *Optics Communications*, 2010, 283(19): 3578-3584.
- 16 Ou J, Jiang Y S, He Y T. Intensity and polarization properties of elliptically polarized vortex beams in turbulent atmosphere[J]. *Optics & Laser Technology*, 2015, 67: 1-7.
- 17 Zheng T. Investigation of elliptical vortex beams propagating in atmospheric turbulence by numerical simulations[C]. *SPIE*, 2015, 9619: 96190O.
- 18 Wang X, Liu Z R, Zhao D M. Nonparaxial propagation of elliptical Gaussian vortex beams in uniaxial crystal orthogonal to the optical axis[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2014, 31(10): 2268-2274.