# 应用于稀疏孔径的滤波切趾相位差异法的研究

李勋武1 范君柳1 胡孟孟2 吴泉英1\*

<sup>1</sup>苏州科技学院数理学院,江苏苏州 215009 <sup>2</sup>苏州大学物理与光电·能源学部,江苏苏州 215006

摘要 采用相位差异法应用于稀疏孔径系统的波前相位传感,对图像噪声引起的波前相位估计的准确性下降以及迭 代时间较长等进行研究。采用二阶巴特沃斯低通滤波器对退化图像进行降噪处理,同时对滤波后的图像频谱和光学 传递函数应用切趾法截取高信噪比的低频区域和与之相应的光学传递函数作为约束条件,推导了滤波切趾处理后的 相位差异法目标函数的表达式。仿真结果表明,所提出的方法在不同强度噪声情况下,都能有效地降低噪声影响提 高相位估计精度,同时缩减算法迭代时间。

关键词 光学设计;稀疏孔径;相位差异法;低通滤波器;相位估计
 中图分类号 O439
 文献标识码 A
 doi: 10.3788/LOP52.092201

# Study of Filter-Apodization Phase Diversity Applied in Sparse Aperture

Li Xunwu<sup>1</sup> Fan Junliu<sup>1</sup> Hu Mengmeng<sup>2</sup> Wu Quanying<sup>1</sup>

<sup>1</sup>School of Mathematics and Physics, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou, Jiangsu 215009, China <sup>2</sup>College of Physics, Optoelectronics and Energy of Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215006, China

**Abstract** Phase diversity is applied in the sensing of sparse–aperture systems. The accuracy of the wavefront phase estimation and the iteration time are researched by the image noise. The noise reduction is processing for the noise degradation images by the second order butterworth low–pass filter. Meanwhile the image spectrum by filtering and the optical transfer function are being as constraint with apodization to obtain the low frequency area of high signal–to–noise ratio, and take the corresponding optical transfer function. The improvement of the object function for the phase diversity is derived after filtering by apodization. Digital simulation indicates that under the condition of different noise intensities, the proposed method can reduce the noise effectively and improve the phase estimation precision, the algorithm iteration time can be reduced simultaneously.

**Key words** optical design; sparse aperture; phase diversity; low-pass filter; phase estimation **OCIS codes** 220.4830; 120.4820; 280.4788; 120.5050

# 1 引 言

稀疏孔径是指由多个彼此分离的独立子镜单元构成的光学系统阵列,它利用多个小孔径光学元件来获 得与单个大孔径相当的空间分辨率和成像质量<sup>[1]</sup>。然而,子镜装调误差、外界环境随机扰动等因素严重影响 了光学系统的成像质量。相位差异法<sup>[2]</sup>(PD)结构简单,所需硬件较少,一般仅需采集两幅图像即可对波前进 行传感,这些特点使得 PD 相对于其他传感技术更能满足稀疏孔径成像的要求。然而,PD 技术在图像的采 集和波前传感易受到噪声的影响,导致 PD 算法的迭代效率及波前相位估计精度严重降低<sup>[3]</sup>。

为降低噪声影响,提高波前相位的估计精度,Lofdahl等<sup>44</sup>推导了最优滤波器的表达式,得出滤波器的使用能有效地改善噪声对目标函数的影响;Vogel等<sup>60</sup>根据盲反卷积理论,将正则化因子引入PD算法,并指出

收稿日期: 2015-01-23; 收到修改稿日期: 2015-02-27; 网络出版日期: 2015-08-12

基金项目:国家自然科学基金(61378056)、江苏省产学研前瞻性联合研究项目(BY2013031)、苏州市应用基础研究计划 (SYG201323)、江苏省六大人才高峰项目(DZXX-149)、江苏省企业研究生工作站(2013-332)

作者简介:李勋武(1990—),男,硕士研究生,主要从事光学仪器与设计方面的研究。E-mail:lxw123x@163.com

导师简介:吴泉英(1965—),女,博士,教授,主要从事光学设计与图像信息处理等方面的研究。

E-mail: wqycyh@mail.usts.edu.cn(通信联系人)

#### 激光与光电子学进展

正则化因子的引入能有效克服噪声对目标函数的干扰;王欣等<sup>60</sup>对噪声图像进行了二阶低通巴特沃斯滤波; Smith等<sup>67</sup>人使用迭代线性相位差异法(ILPD)技术和二阶广义光瞳函数(GPF)使得波前估计算法的估计结 果更加精准。Qun Luo等<sup>68</sup>通过在的传感装置中添加衍射光栅,采集更高信噪比的图像,提高了波前传感精 度。在噪声强度较小时,以上的方法均表现出良好的性能,然而,在噪声强度进一步增大时,滤波器等方法 的相位估计精度表现均不理想。

基于此,本文结合低通滤波器对传统PD算法做出改进,发现改进后的相位差异法在噪声强度较大时, 能有效地提高PD算法的估计精度并且减少PD算法的迭代时间。

# 2 基本原理

## 2.1 传统相位差异法的基本原理

相位差异法是一种较新的图像复原和波前传感方法。它将成像系统的光瞳函数和多个通道的光学传 递函数之间的关系作为约束条件,利用在多个通道采集到的同一目标的像进行波前相位估计。

对于入射光为准单色非相干光,光学系统是空间不变系统,并考虑噪声的影响,定义一个通道数为2的目标函数:

$$L(o,\alpha) = \sum_{d=1}^{2} \sum_{x \in \chi} \left[ \lambda_d(x,y;\alpha) - o(x,y) * h_d(x,y;\alpha) \right]^2,$$
(1)

式中 $\lambda_a$ 表示第d个通道像面上的光强分布,  $h_a$ 为第d个通道上的非相干点扩散函数, o为目标物的光强分布, i已号"\*"表示卷积, (x, y)表示像面坐标, 矢量 $\alpha$ 表示泽尼克多项式的系数。目标物、点扩散函数(PSF)和像面尺寸大小都为 $N \times N$ , 并设定 $\chi = \{1, 2, \dots, N\} \times \{1, 2, \dots, N\}$ 。

由于(1)式的变量空间维度大,求解效率低,利用极大似然估计理论,解算出目标物o的估计式,并将其 代入(1)式作降维处理,可得目标函数为<sup>[5,9]</sup>:

$$L(\alpha) = \sum_{u \in \chi} \frac{\left| \Lambda_1(f_x, f_y) H_2(f_x, f_y; \alpha) - \Lambda_2(f_x, f_y) H_1(f_x, f_y; \alpha) \right|^2}{\left| H_1(f_x, f_y; \alpha) \right|^2 + \left| H_2(f_x, f_y; \alpha) \right|^2},$$
(2)

式中  $\Lambda_1(f_*,f_y)$  和  $\Lambda_2(f_*,f_y)$  表示两个通道上像的频谱,  $H_1$  和  $H_2$  表示两通道的光学传递函数,  $(f_*,f_y)$  为频域坐标。对(2)式利用最优化算法即可进行波前相位估计。

#### 2.2 滤波切趾相位差异法的基本原理

在图像数字化和传输中常有噪声出现,常见的噪声主要有加性噪声、乘性噪声和量化噪声<sup>100</sup>。一般来 说,图像的能量主要集中在其低频部分,噪声所在频段主要在高频段<sup>140</sup>。这将导致整个噪声图像中低频区域 的信噪比高,高频区域的信噪比低。由于噪声对 PD 算法的目标函数和收敛性能有很大的影响,所以截取噪 声图像中高信噪比的低频部分作为目标频谱用于波前相位估计。基本思路分为以下三个步骤:1) 对两个不 同通道上的噪声图像进行以截止频率为 ρ<sub>0</sub> 的频域低通滤波;2) 以 ρ<sub>0</sub> 为边界截取图像频谱中的低频区域; 3) 将截取区域相应部分的光学传递函数代入目标函数(2)式中,进行波前相位估计。这种相位差异法称之 为滤波切趾相位差异法,其目标函数 L'(α) 表示为:

$$L'(\alpha) = \operatorname{rect}^{2} \left( \frac{f_{x}}{\rho_{0}}, \frac{f_{y}}{\rho_{0}} \right) S^{2}(\rho) L(\alpha) , \qquad (3)$$

上式 rect(·) 表示矩形函数,  $\rho = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$ ,  $S(\rho)$  表示滤波器的传递函数。

# 3 仿真模拟

# 3.1 参数设定

采用 Golay3 光学系统<sup>[11]</sup>进行数值仿真,该系统由三个子镜稀疏孔径构成,主镜为球面,主镜通光口径为 120 mm,子镜口径为46 mm,焦距144 mm,其孔径布局及子镜编号如图1所示。模拟光学系统的中心波长 λ为600 nm,目标图像如图2所示。分别在焦面和离焦面量两个不同的通道上采集成像图像,离焦量为 0.8λ,图像采样点数为256 pixel×256 pixel。稀疏孔径系统子镜配准误差可分为三种:活塞误差(Piston)、水 平方向的倾斜误差(Tip)和竖直方向的倾斜误差(Tilt)。文献[12]根据波像差理论,通过波面方差和像差允限





Fig.1 Golay3 aperture confugulation

Fig.2 Object image

对稀疏孔径的像差分析发现:对系统像质影响较大的是活塞误差,其次是倾斜误差。故本文仅对子镜存在 活塞误差的情况进行仿真模拟,假定模拟系统中第一个子镜无活塞误差,第二和第三个子镜分别存在 0.2*λ* 和 0.6*λ* 的活塞误差<sup>[13]</sup>。

## 3.2 滤波切趾相位差异法的特性

3.2.1 噪声对目标函数的影响

由目标函数(2)式可以看出,目标函数仅与退化图像的频谱和光学传递函数有关。为讨论噪声对目标函数的影响,将子镜一和子镜三的活塞误差设定为固定值,研究子镜二的活塞误差在不同噪声强度下目标函数的二维剖面变化情况。当退化图像中无噪声存在时,退化图像和原始目标物之间的峰值信噪比为31.48 dB,此时目标函数变化曲线如图3(a)所示;退化图像中分别存在方差为0.1%和4%的高斯噪声时,退化图像的峰值信噪比分别为30.46 dB和27.97 dB,此时目标函数变化曲线如图3(b)和图3(c)所示。





由图3可知,当退化图像中无噪声存在时,活塞误差的全局最优点处于 0.2λ,与实际设定值一致。当退 化图像中存在噪声时,目标函数受到噪声干扰,曲线涨落明显,其涨落随着退化图像中噪声的增大而增大, 使得最优化处理目标函数时容易陷入局部极值点,导致无法得到正确的波前相位信息。

采用传统的低通滤波器和滤波切趾相位差异法两种方法来改善噪声对目标函数的影响,同时比较它们的去噪性能。

仿真中采用巴特沃斯低通滤波器,它具有通带和阻带之间无明显的不连续,"振铃"微小的特点。n阶巴 特沃斯低通滤波器的传递函数为<sup>[10]</sup>:

$$S(\rho) = \frac{1}{1 + \left(\sqrt{2} - 1\right) \left(\rho/\rho_0\right)^{2_n}},$$
(4)

式中  $S(\rho)$ 下降到最大值的  $\sqrt{2}/2$  时的  $\rho$  作为截止频率  $\rho_0$ , n 为滤波器的阶次。滤波器的截止频率应小于系统的截止频率,同时根据稀疏孔径成像系统的采集图像的频谱确定滤波器的截止频率  $\rho_0$  为 405 lp/mm。采用二阶巴特沃斯滤波器对方差为 0.1%和 4%的高斯噪声的退化图像处理后,目标函数随子镜二的活塞误差的变化曲线分别如图 4(a)和图 4(b)所示。

退化图像经滤波器处理后,目标函数曲线的涨落现象得到明显改善,但在噪声方差为4%时,目标函数的极

### 激光与光电子学进展

小值为 0.086 λ,严重偏离实际设定值 0.2 λ。此现象说明在噪声较大时,滤波器对噪声图像的去噪性能较差。

采用滤波切趾相位差异法对含方差为4%的高斯噪声的噪声图像进行处理,得出目标函数(3)式随子镜 二的活塞误差的变化曲线如图4(c)所示。由图中可以看出目标函数的极小值出现在0.173λ,微量偏离实际 设定值0.2λ。由于滤波切趾相位差异法去除了频谱中受污染严重的高频区域,只截取了高信噪比的低频部 分,因此其去噪性能比巴特沃斯滤波器的性能更为优异。



图4 目标函数变化曲线图。(a) 方差为0.1%的滤波曲线; (b) 方差为4%的滤波曲线; (c) 滤波切趾相位差异法处理 Fig.4 Object function curve. (a) Variance of 0.1% filter curves; (b) variance of 4% filter curves;

(c) filter-apodization phase diverse processing

3.2.2 波前相位估计精度的比较

仿真中使用遗传算法作为核心优化算法,并采用三种不同的方案进行滤波切趾相位差异法与传统方法 的相位估计精度性能比较:

方案一,对采集到含有高斯噪声的噪声图像不作任何处理;方案二,采用二阶巴特沃斯低通滤波器处理。 方案三,采用滤波切趾相位差异法对噪声图像进行处理。焦面像如图 5(a),由截止频率确定的图像频谱的截 取区域见图 5(b)的白色矩形区域,按比例1:1显示的截取后的频谱见图 5(c),其实际大小为70 pixel×70 pixel。



图5 滤波切趾相位差异法截取频谱示意图。(a) 焦面像;(b) 焦面频谱图;(c) 截取后的焦面频谱图

Fig.5 Schematic diagram of pre-filtered phase diverse. (a) Conventional image; (b) spectrum of conventional image; (c) after the apodization of conventional image spectrum

仿真中定义计算结果的均方根误差(RMSE) R<sub>EMSE</sub>为:

$$R_{\rm RMSE} = \sqrt{\sum \left(\varphi - \varphi_0\right)^2 / N} , \qquad (5)$$

式中 $\varphi$ 和 $\varphi_0$ 分别是相位估计值和实际设定值,算法迭代次数N为30。三种方案的噪声方差与RMSE的关系图,如图6所示。

从图 6 可以看出, 三种方案的相位估计精度皆随噪声强度的增大逐渐下降。从目标函数曲线[图 3(b)和 图 3(c)]中可以看出, 噪声图像没有经过任何处理时, 目标函数曲线涨落明显, 导致算法收敛速度慢、精度很低, 方案一的估计精度在所有噪声强度下都低于方案二、三的估计精度。当噪声方差较小时, 高频区域的信 噪比只是轻微下降, 噪声对频谱信息的污染不大, 同时巴特沃斯低通滤波器能在一定程度上起到去噪的作 用, 在噪声方差小于 0.9%时方案二和方案三的估计精度相接近。但是在噪声方差大于 0.9%时, 方案三的估 计精度高于其他两种方案的估计精度, 这是因为图像频谱中高频信息的信噪比下降, 滤波器的去噪作用有 限, 但滤波切趾相位差异法直接弃掉了信噪比低的高频区域, 避免了受噪声污染的高频区域对目标函数的 影响, 截取了信噪比高的低频区域作为估计对象, 故其估计精度更高。

#### 激光与光电子学进展



Fig.6 Three schemes of noise variance–RMSE digrams

#### 3.3 迭代时间

利用 Matlab 仿真软件对上一节三种方案在相同的硬件条件下统计算法迭代一次的时间,统计结果见表 1 所示。

表1 算法迭代时间

Table 1 Iteration time of the algorithm			
Scheme	1	2	3
Time/s	358.760	362.294	95.485

根据表1可以看出,在相同的硬件条件下,方案三是方案一时间的26.36%,方案二时间的21.62%。滤波 切趾相位差异法只截取低频信息丰富的部分区域,减少了算法数据的处理量,故能缩短算法迭代时间。

# 4 结 论

噪声的存在使目标函数涨落明显,出现很多局部极值点,对相位差异法的优化算法产生了极大影响。 滤波切趾相位差异法可以有效地避免局部极值点的干扰,提高算法估计精度和算法稳定性。仿真结果表明,在噪声方差小于0.9%时,滤波切趾相位差异法与仅经过低通滤波的方法估计精度相当。在噪声方差大于0.9%时,滤波切趾相位差异法的相位估计精度有明显提高。由于滤波切趾相位差异法减少了算法数据处 理量,处理速度得到明显提高。

#### 参考文献

- 1 Fiete R D, Tantalo T A, Calus J R, *et al.*. Image quality of sparse-aperture designs for remote sensing[J]. Optical Engineering, 2002, 41(8): 1957-1969.
- 2 Gonsalves R A. Phase retrieval and diversity in adaptive optics[J]. Optical Engineering, 1982, 21(5): 829-829.
- 3 Zhang S, Wang B, Zhao J. High resolution optical image restoration for ground based large telescope using phase diversity speckle[J]. Optik–International Journal for Light and Electron Optics, 2014, 125(2): 861–864.
- 4 Löfdahl M G, Scharmer G B. Wavefront sensing and image restoration from focused and defocused solar images[J]. Astronomy and Astrophysics Supplement Series, 1994, 107: 243–264.
- 5 Vogel C R, Chan T, Plemmons R. Fast Algorithms for phase diversity-based blind deconvolution[C]. Astronomical Telescopes & Instrumentation, 1998: 994–1005.
- 6 Wang Xin, Zhao Dazun. Influence of noise to phase diversity wavefront sensing[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(8): 2142-2146.

王 欣, 赵达尊. 图像噪声对相位变更波前传感的影响研究[J]. 光学学报, 2009, 29(8): 2142-2146.

- 7 Smith C S, Marinica R, Verhaegen M. Real-time wavefront reconstruction from intensity measurements[C]. Third AO4EL7 Conference Adaptive Optics for the Extremely Large Telescopes, 2013.
- 8 Luo Q, Huang L, Gu N, *et al.*. Experimental study of a modified phase diversity with a diffraction grating[J]. Opt Express, 2012, 20(11): 12059–12066.
- 9 Paxman R G, Fienup J R. Optical misalignment sensing and image reconstruction using phase diversity[J]. JOSA A, 1988, 5(6): 914-923.

- 10 Gonzalez R C, Woods R E. Digital Picture Processing: 2nd[M]. Bei Jing: Electronic Industry Press, 2007. 冈萨雷斯, 伍 兹. 数字图像处理(第2版)[M]. 北京: 电子工业出版社, 2007.
- 11 Fan Junliu, Wu Quanying, Wang Fuliang, et al.. Design of Golay 3telescope system[J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(12): 2677-2683.

范君柳,吴泉英,王福亮,等. Golay3望远镜系统的设计[J]. 光学精密工程, 2011, 19(12): 2877-2883.

12 Chen Qihai, Wang Zhile, Zhang Wei. Study on subaperture aberration of optical synthetic aperture imaging system[J]. Journal of Applied Optics, 2006, 27(2): 112–115.

陈旗海, 王治乐, 张 伟. 光学合成孔径成像系统子孔径像差研究[J]. 应用光学, 2006, 27(2): 112-115.

13 Wu Q, Fan J, Wu F, et al.. Error analysis of the Golay3 optical imaging system[J]. Applied Optics, 2013, 52(13): 2966–2973.

栏目编辑:刘丰瑞