

利用点云误差椭球评价点云精度

陈西江¹ 花向红^{2,3} 章光¹

¹武汉理工大学资源与环境工程学院, 湖北 武汉 430079

²武汉大学测绘学院, 湖北 武汉 430079

³武汉大学灾害监测与防治研究中心, 湖北 武汉 430079

摘要 将误差椭球引入到点云精度分析中,重点分析了误差椭球与点位协方差的关系。通过分析不同缩放因子对应的误差椭球中的点位概率,得到用于描述点位误差椭球的缩放因子。分析了相邻误差椭球与扫描间隔之间的关系,确定了相邻误差椭球存在交集的条件。在误差椭球之间存在交集的情况下,计算了真实的点云误差椭球大小,根据点云误差椭球得到平均点位误差椭球,利用误差椭球与点位中误差的关系便可实现平均点位中误差的计算,从而实现了利用误差椭球来评价点云精度。

关键词 遥感; 误差椭球; 点云精度; 点位误差; 点云

中图分类号 P225 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP52.082801

Using the Point Cloud Error Ellipsoid to Evaluate the Precision of Point Cloud

Chen Xijiang¹ Hua Xianghong^{2,3} Zhang Guang¹

¹School of Resource & Environment Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan, Hubei 430079, China

²School of Geodesy & Geomatics, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430079, China

³Hazard Monitoring & Prevention Research Center, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430079, China

Abstract The error ellipsoid is introduced into the evaluation of point cloud precision analysis. The relationship between error ellipsoid and point covariance is studied emphatically. The scale factor used to describe point error ellipsoid is acquired according to the point probability of error ellipsoid corresponding to the different scale factors. The overlap of adjacent error ellipsoid is determined according to the relationship between the adjacent error ellipsoid and the scanning interval. The point cloud error ellipsoid is calculated in the case of intersection between the error ellipsoid. The average point error ellipsoid is acquired according to the point cloud error ellipsoid. The average point mean square error is calculated by using the relationship between error ellipsoid and point mean square error. The evaluation of point cloud precision is realized according to the error ellipsoid.

Key words remote sensing; error ellipsoid; point cloud precision; point error; point cloud

OCIS codes 280.4750; 140.3430; 270.3430; 280.5600

1 引言

目前对于点云精度没有太多的研究,文献[1]通过实例验证了点云精度与扫描距离成反比,即距离越远,点云精度越差。Aguilar等^[2]提出了非参数估计理论,该估计理论无需对残差的分布状况进行强假设,利用该估计理论对点云构建的数字高程模型(DEM)误差进行了估计,从而实现点云精度评定。Acka等^[3]利用三维表面匹配来评定建筑模型的点云质量。三维表面匹配可以估计建筑点云与验证点云之间的欧氏距离,而该欧式距离与点云数据获取方法无关,通过该距离可以确定三维模型的质量。该方法同时解决了参考系统精度、点位精度及数据完整性问题,可以作为建筑物点云数据质量的评定方法。但该方法受地面上点云影响较大。文献[4]通过激光雷达扫描的数据与地面参照点的对比分析,研究表面材质及入射角对点云精度的影

收稿日期: 2015-01-22; 收到修改稿日期: 2015-04-07; 网络出版日期: 2015-07-17

基金项目: 国家自然科学基金(41174010, 41304001)、博士点专项基金(2012014311005)。

作者简介: 陈西江(1985—),男,博士,助理研究员,主要从事三维激光点云数据处理方面的研究。E-mail: cxj0421@163.com

响程度。文献[5]将激光扫描数据与参照数据进行了对比分析,确定了误差呈现典型的不对称分布并研究了该现象对点云精度的影响,分析了滤波精度是影响点云精度的主要因素。文献[6]分析了影响DEM质量的因素为点云数据质量和点云滤波质量,系统误差是影响点云数据质量的最主要因素,地面点和非地面点的混淆是影响点云滤波的最主要因素。通过分析这两种因素,对点云质量进行了评定。文献[7]对条带上重复扫描的点云进行了质量评定,利用激光扫描的数据与参照点进行对比分析,确定每个条带上不同扫描次数的点云质量。文献[8]对三维激光扫描仪的测量误差进行了研究,并将扫描误差分为仪器安置误差、角度分辨率引起的随机误差和混合像素、多路径、入射角等引起的非随机误差,利用这些误差研究了点云精度。文献[9]中提到的精度评价方法是利用物理测量实际值与三维数据构建的模型进行对比分析,在给定精度要求的情况下,采用统计分析的方法确定其随机误差的置信区间。但该方法对物理设备要求过高并且。

以上方法都是对点云中点位的内符合精度的评定,而没有真正实现对点云精度的评定,即没有考虑整个点云的精度,而点云精度的评定不能简单地套用点位精度评价指标,需要考虑相邻点位误差之间的相互影响,而点位误差之间的相互影响,需要延伸到点位误差空间,而点位误差空间一般用误差椭球来表示,针对此,将点位误差椭球引入进来,在考虑相邻点位误差椭球相互影响的情况下,计算平均点位误差椭球,从而消除了相邻点位误差椭球重合度的影响。再由误差椭球与点位中误差的关系确定了点云精度,即实现了利用误差椭球对点云精度的评价。

2 三维激光扫描点位不确定性

2.1 点位误差模型

三维激光扫描点位 X 、 Y 、 Z 理论情况下服从正态分布,而测距、测角与点位的关系为

$$\begin{cases} X = \rho \sin \theta \cos \varphi \\ Y = \rho \sin \theta \sin \varphi \\ Z = \rho \cos \theta \end{cases} \quad (1)$$

式中 ρ 为扫描距离, θ 为天顶角, φ 为方位角。

根据误差传递规律对(1)式求全微分,则可得到传播系数矩阵

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \varphi & \rho \cos \theta \cos \varphi & -\rho \sin \theta \sin \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi & \rho \cos \theta \sin \varphi & \rho \sin \theta \cos \varphi \\ \cos \theta & -\rho \sin \theta & 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中 \mathbf{K} 为传播系数矩阵。

由于测距、天顶角及方位角互不相关,则测距、测角协方差矩阵为

$$\mathbf{D}_{\rho, \theta, \varphi} = \begin{bmatrix} \partial_{\rho}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \partial_{\theta}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \partial_{\varphi}^2 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中 ∂_{ρ} 为测距标准差, ∂_{θ} 、 ∂_{φ} 为测角标准差。

根据误差传递规律,可以得到激光点位坐标 (X, Y, Z) 的协方差矩阵为

$$\mathbf{D}_{X, Y, Z} = \mathbf{K} \mathbf{D}_{\rho, \theta, \varphi} \mathbf{K}^T = \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} & \sigma_{XZ} \\ \sigma_{XY} & \sigma_Y^2 & \sigma_{YZ} \\ \sigma_{XZ} & \sigma_{YZ} & \sigma_Z^2 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中 σ_X 为 X 方向的标准差,其他同理。

2.2 点位误差椭球

在服从正态分布情况下,二维随机点不确定性表现为误差椭圆^[10],而三维激光点位则演变为误差椭球,(4)式即为激光点位不确定性矩阵。激光点位的概率密度函数为

$$f(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{|\mathbf{D}_{X, Y, Z}|}} \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{R}^T \mathbf{D}_{X, Y, Z}^{-1} \mathbf{R}\right), \quad (5)$$

式中 \mathbf{R} 为真误差矩阵。

该点的点位误差分布为

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = k^2, \quad (6)$$

式中 $[x \ y \ z]$ 为三维坐标增量。

(6)式即为激光点位误差椭球形式,根据正交矩阵理论,将(6)式化为标准椭球形式

$$\frac{u^2}{\lambda_1^2} + \frac{v^2}{\lambda_2^2} + \frac{w^2}{\lambda_3^2} = k^2, \quad (7)$$

式中 λ_1^2 、 λ_2^2 、 λ_3^2 为 $D_{x,y,z}$ 的三个特征值, k 为误差椭球缩放系数,由给定的概率确定。

(7)式即为误差椭球方程,其椭圆半轴长度分别为 $a = k\lambda_1$, $b = k\lambda_2$, $c = k\lambda_3$,根据标准化后的误差椭球,可得到标准化后的激光点位概率密度函数

$$f(u,v,w) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u^2}{\lambda_1^2} + \frac{v^2}{\lambda_2^2} + \frac{w^2}{\lambda_3^2}\right)\right], \quad (8)$$

根据(8)式可得到激光点落入误差椭球 G' 内的概率为

$$P = \iiint_{G'} \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u^2}{\lambda_1^2} + \frac{v^2}{\lambda_2^2} + \frac{w^2}{\lambda_3^2}\right)\right] du dv dw. \quad (9)$$

利用球坐标积分形式将(9)式化为

$$P = \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^\pi d\varphi \int_0^{\frac{k}{\sqrt{2}}} \exp(-r^2) \cdot r^2 \sin\varphi dr = -\frac{2k}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{k^2}{2}\right) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{k}{\sqrt{2}}} \exp(-r^2) dr. \quad (10)$$

(10)式即为激光点位落入误差椭球内的概率, k 为误差椭球的缩放因子,不同的 k 值对应不同的误差椭球。利用(10)式误差椭球可实现激光点位的不确定性分析。

2.3 点位落在误差椭球内的概率

为了分析不同误差椭球的大小对激光点位概率的影响,选取不同的 k 值进行概率模拟验证,验证结果如图1所示。

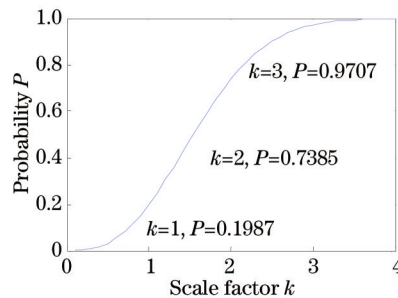


图1 不同缩放因子 k 的点位概率

Fig.1 Point probability of different scaling factor k

由图1点位概率可知,不同缩放因子 k 对应不同的点位概率,当 $k=3$ 时,激光点位落入误差椭球内的概率达到了 97.07%,因此 $k=3$ 的误差椭球内基本上包含了所有的误差信息,因此可将 $k=3$ 对应的误差椭球作为极限误差椭球。

3 三维激光扫描点云精度分析

3.1 点云误差椭球

假设扫描的点云有 m 列, n 行。扫描间隔为 d ,假设误差椭球的长半轴为 a ,短半轴为 b 、 c ;即 x 轴方向误差椭球半轴长度为 a , y 轴方向误差椭球半轴长度为 b , z 轴方向误差椭球半轴长度为 c 。

假设 $b \geq c$,则对于椭球相交情况存在以下几种情况:

1) $d > 2b$

误差椭球在 y 轴方向的长度为 b ,在 x 轴方向的长度为 a ,由于 $b \geq c$, $d > 2b$,则误差椭球在 y 、 z 轴方向上不存在交集,则所有误差椭球体积即总体积,由于扫描的平面目标点云为 m 列, n 行,则总的误差椭球

体积为 $\frac{4}{3}mn\pi ab^2$ 。

2) $2c < d < 2b$

误差椭球在 y 轴方向存在交集,而在 z 轴方向不存在交集,则对于 y 轴方向存在的椭球交集区域数为 $(m-1)n$,可得到点云误差椭球体积为

$$V_{\text{ellips}} = \frac{4}{3}nm\pi abc - V_y = \frac{4}{3}nm\pi abc - n(m-1)\left(\frac{4\pi abc}{3} + \frac{\pi acd^3}{12b^2} - \pi acd\right). \quad (11)$$

3) $\frac{2bc}{\sqrt{b^2+c^2}} < d < 2c$

误差椭球在 y 、 z 轴方向存在交集,且斜对面误差椭球不存在交集,由于点云数是 m 列, n 行,则对于 y 轴方向存在的椭球交集区域数为 $(m-1)n$,可得到 y 轴方向椭球交集的总体积为

$$V_y = n(m-1)\left(\frac{4\pi abc}{3} + \frac{\pi acd^3}{12b^2} - \pi acd\right), \quad (12)$$

在 z 轴方向上存在的椭球交集区域数为 $(n-1)m$,可得到 z 轴方向椭球交集的总体积为

$$V_z = 2\left(\frac{4}{3}\pi abc - V_1\right) = m(n-1)\left(\frac{4\pi abc}{3} + \frac{\pi abd^3}{12c^2} - \pi abd\right). \quad (13)$$

根据式(12)式和(13)式椭球交集体积,可得到点云误差椭球体积为

$$V_{\text{ellips}} = \frac{4}{3}nm\pi abc - V_y - V_z = \frac{4}{3}nm\pi abc - n(m-1)\left(\frac{4\pi abc}{3} + \frac{\pi acd^3}{12b^2} - \pi acd\right) - m(n-1)\left(\frac{4\pi abc}{3} + \frac{\pi abd^3}{12c^2} - \pi abd\right). \quad (14)$$

3.2 平均点位中误差

假设不考虑相邻误差椭球相交的影响,平均误差椭球大小为 \bar{v}_{ellipse} ,激光点位在不同方向上误差如(4)式所示的 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 。考虑相邻误差椭球相交的影响,由3.1节计算了实际点云误差椭球大小为 V_{ellipse} ,平均误差椭球为 \bar{V}_{ellipse} ,假设此时激光点位在不同方向中误差为 $\sigma'_x, \sigma'_y, \sigma'_z$,则在缩放因子 $k=3$ 的情况下得到误差椭球与点位不同方向中误差的关系为

$$\begin{cases} \bar{v}_{\text{ellipse}} = \frac{4}{3}\pi(3\sigma_x)(3\sigma_y)(3\sigma_z) \\ \bar{V}_{\text{ellipse}} = \frac{4}{3}\pi(3\sigma'_x)(3\sigma'_y)(3\sigma'_z) \end{cases}. \quad (15)$$

由(15)式可得到考虑相邻误差椭球相交情况下的不同方向中误差为

$$\sigma'_x = \left(\frac{\bar{V}_{\text{ellipse}}}{\bar{v}_{\text{ellipse}}}\right)^{1/3} \sigma_x, \quad \sigma'_y = \left(\frac{\bar{V}_{\text{ellipse}}}{\bar{v}_{\text{ellipse}}}\right)^{1/3} \sigma_y, \quad \sigma'_z = \left(\frac{\bar{V}_{\text{ellipse}}}{\bar{v}_{\text{ellipse}}}\right)^{1/3} \sigma_z, \quad (16)$$

由(16)式便可得到点位误差为

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_x'^2 + \sigma_y'^2 + \sigma_z'^2}. \quad (17)$$

4 实验与分析

4.1 点云误差椭球

为了分析扫描间隔对平均误差椭球的影响及平均误差椭球在三激光扫描点云精度评价中的应用,利用三维激光扫描仪 RIEGL—VZ400 采集点云数据,扫描间隔分别设置为 2 和 5 mm。由于扫描的是同一个目标,因此,不同扫描间隔对应的点位标准差基本相同,由(4)式便可得到激光点位不同方向的标准差,如表 1 所示。

表 1 激光点位不同方向标准差

Table 1 Standard deviation of different directions of laser point

σ_x	1.996	1.997	1.997	……	1.996
σ_y	0.450	0.449	0.450	……	0.453
σ_z	0.104	0.102	0.100	……	0.093

根据点位协方差,由(7)式得到每个误差椭球的大小,结果如图 2 所示。

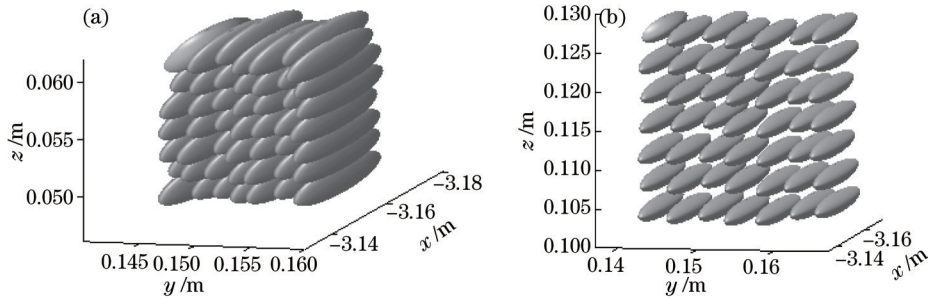


图2 不同扫描间隔对应的误差椭球。(a) 扫描间隔 2 mm; (b) 扫描间隔 5 mm

Fig.2 Error ellipsoid of different scan intervals. (a) Scan interval is 2 mm; (b) scan interval is 5 mm

由图2可知,在扫描间隔为 2 mm 时,相邻误差椭球之间存在交集,而扫描间隔为 5 mm 时,相邻误差椭球之间不存在交集,根据 3.1 节点云误差椭球计算公式,得到不同扫描间隔下的点云误差椭球,如图3所示。

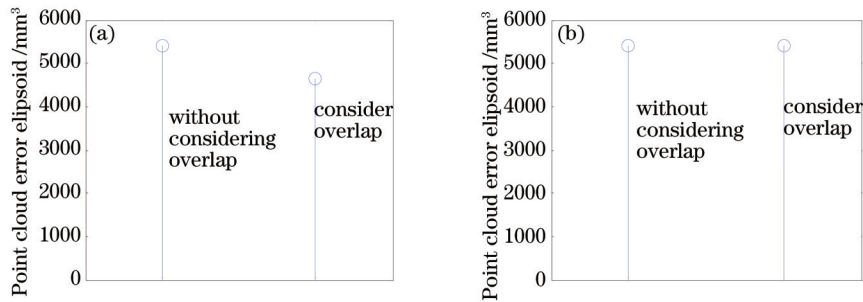


图3 不同扫描间隔对应的点云误差椭球。(a) 扫描间隔 2 mm; (b) 扫描间隔 5 mm

Fig.3 Point cloud error ellipsoid of different scan intervals. (a) Scan interval is 2 mm; (b) scan interval is 5 mm

扫描间隔为 2 mm 的情况下,相邻误差椭球之间存在交集,因此由图3(a)可知,考虑相交小于未考虑相交的点云误差椭球大小;而扫描间隔为 5 mm 的情况下,相邻误差椭球之间不存在交集,因此由图3(b)可知,考虑相交与未考虑相交的点云误差椭球大小相等。

4.2 点位中误差

由图3点云误差椭球及表1不同方向标准差,利用(16)式可得到激光点位不同方向标准差,如表2所示。依据表2,由(17)式得到不同扫描间隔下的平均点位标准差,如图4所示。

表2 激光点位不同方向标准差

Table 2 Standard deviation of different directions of laser point

	Scan interval is 5 mm				Scan interval is 2 mm			
σ_x	1.996	1.997	1.996	1.897	1.898	1.897
σ_y	0.450	0.449	0.453	0.428	0.427	0.431
σ_z	0.104	0.102	0.093	0.099	0.097	0.088

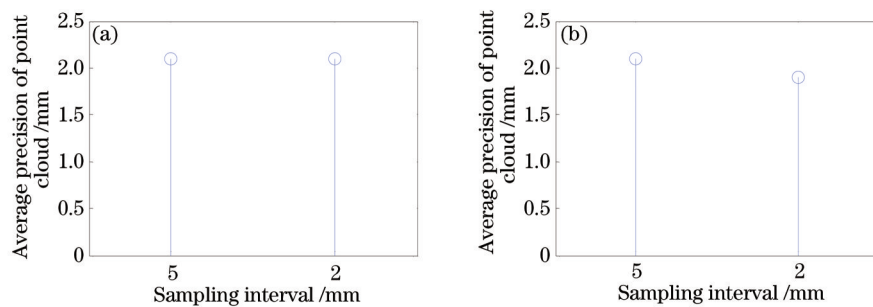


图4 不同扫描间隔下的平均点位标准差。(a) 未考虑相交; (b) 考虑相交

Fig.4 Average point standard deviation of different scan intervals. (a) Without considering the overlaps;

(b) considering the overlaps

由图4(a)可知,在不考虑相邻椭球相交情况下,5 mm 与 2 mm 扫描间隔的平均点位标准差相同,激光点位标准差不受扫描间隔的影响;在考虑相邻椭球相交的情况下,扫描间隔为 2 mm 的平均点位标准差比扫描

间隔为 5 mm 的平均点位标准差要小,即扫描间隔为 2 mm 的点云精度要优于扫描间隔为 5 mm 的情况,扫描间隔对整个点云精度有所影响。即随着扫描间隔的减小,其相邻误差椭球之间的重复误差空间在增加,从而影响点云误差椭球大小及平均点位误差大小,最终影响点云精度,即当扫描距离相同,扫描间隔越小,重复的误差空间越大,最终计算的平均点位误差椭球越小,从而点云精度越高。

5 结 论

将误差椭球引入到三维激光扫描点云精度评定中,通过分析误差椭球与点位中误差的关系得出了有益的结论。

1) 在激光点位误差服从正态分布的情况下,推导了点位误差模型,并给出了点位误差椭球与点位协方差的关系,分析了不同 k 值对应的误差椭球大小及点位概率,并确定了最佳误差空间的误差缩放因子 k 的大小。

2) 在相邻误差椭球存在交集的情况下,根据相邻误差椭球公式,推导了相邻误差椭球交集体积,从而得到了相邻误差椭球体积。

3) 分析了扫描间隔与相邻误差椭球之间的关系,确定相邻误差椭球相交的条件,分析了扫描间隔对点云误差椭球的影响。根据相邻误差椭球计算公式得到点云的实际误差椭球大小,利用误差椭球与点位中误差的关系实现了点云精度的评价,该评价指标真实地反映了点云精度的好坏,为不同设备获取的点云进行精度对比分析提供了有力的计算模型,同时可以实时地监测到扫描点云任意地方的精度状况,为用户采取合适的扫描方式提供了理论基础。

参 考 文 献

- 1 Lu Z, Truong H Q, Lee S. Uncertainty analysis and robust 3D line fitting of point clouds[J]. Workshop on Image Processing and Image Understanding, 2008, 1(2): 20-22.
- 2 Aguilar F J, Mills J P. Accuracy assessment of LiDAR-derived digital elevation models[J]. The Photogrammetric Record, 2008, 23(122): 148-169.
- 3 Acka D, Freeman M, Sargent I, *et al.*. Quality assessment of 3D building data[J]. The Photogrammetric Record, 2010, 25(132): 339-355.
- 4 Ahokas E, Kaartinen H, Hyypä J. A quality assessment of airborne laser scanner data[J]. International archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 2003, 34(3): 1-7.
- 5 Aguilar F J, Aguilar M A, Agüera F. Accuracy assessment of digital elevation models using a non-parametric approach [J]. International Journal of Geographical Information Science, 2007, 21(6): 667-686.
- 6 Ahokas E, Kaartinen H, Hyypä J. A quality assessment of repeated airborne laser scanner observations[J]. Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 2004, 8(3): 237 - 242.
- 7 Lichti D, Gordon S, Tipdecho T. Error models and propagation in directly georeferenced terrestrial laser scanner networks[J]. Journal of Surveying Engineering, 2005, 131(4): 135-142.
- 8 Cheok G S, Filliben J J, Lytle A M. Guidelines for accepting 2D building plans[J]. NIST Interagency/Internal Report (NISTIR). 2009, 32(2): 65-71.
- 9 Guo Tongde. The Models and Experiments for Positional Uncertainties of Spatial Data in GIS[D]. Zhengzhou: The PLA University of Information Engineering, 2004.
- 郭同德. GIS中空间数据位置不确定性的模型与试验研究[D]. 郑州: 解放军信息工程大学, 2004.
- 10 Du Zhengchun, Mo Yongfei, Yao Zhenqiang. Accuracy analysis of laser radar measurement system based on error ellipsoid model[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2009, 43(12): 1881-1885.
- 杜正春, 末永飞, 姚振强. 基于误差椭球的激光雷达测量系统精度分析[J]. 上海交通大学学报, 2009, 43(12): 1881-1885.

栏目编辑: 苏 岑