

基于液晶空间光调制器的光栅型波前曲率传感器

陈波¹ 杨靖² 李新阳³ 李小阳¹ 杨旭¹

¹河北联合大学电气工程学院, 河北 唐山 063009

²河北联合大学图书馆, 河北 唐山 063009

³中国科学院光电技术研究所自适应光学实验室, 四川 成都 610209

摘要 结合液晶空间光调制器(LC-SLM)的可编程相位调制能力,分析了基于LC-SLM的相位型光栅波前曲率传感器的实现方法。在此基础上,研究了基于拉普拉斯算子本征函数的闭环波前复原方法,通过数值仿真分析了该方法的精度和稳定性。结果表明,与开环复原方法相比,闭环复原方法具有更高的精度和更大的测量范围,而且模式耦合对其稳定性影响很小。

关键词 大气光学; 曲率传感器; 液晶空间光调制器; 相位复原; 闭环

中图分类号 O439

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP52.082301

Phase Grating Wavefront Curvature Sensor Based on Liquid Crystal Spatial Light Modulator

Chen Bo¹ Yang Jing² Li Xinyang³ Li Xiaoyang¹ Yang Xu¹

¹School of Electrical Engineering, Hebei United University, Tangshan, Hebei 063009, China

²Library of Hebei United University, Tangshan, Hebei 063009, China

³Laboratory on Adaptive Optics, Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China

Abstract Considering the programmable phase modulation ability of liquid crystal spatial light modulator (LC-SLM), the implementation of phase grating wavefront curvature sensor based on LC-SLM is introduced. A close-loop phase retrieval method based on eigenfunctions of Laplacian is proposed, and its accuracy and effective range and stability are analyzed through numerical simulation. The simulation results show that comparing with the open-loop phase retrieval method the close-loop phase retrieval method has a higher accuracy and a larger effective range. Moreover, the close-loop phase retrieval method is stable regardless of modal cross coupling.

Key words atmospheric optics; curvature sensor; liquid crystal spatial light modulator; phase retrieval; close-loop

OCIS codes 230.3720; 010.7350; 050.1950

1 引言

波前曲率传感器通过探测会聚透镜前后对称离焦面上的光强信号来复原入射光波前相位^[1],在天文自适应光学^[2]、人眼波前像差测量^[3]等方面的应用得到广泛关注。根据离焦面光强信号的探测方式进行分类,波前曲率传感器可分为直接分光式、薄膜振动式和近年来发展起来的散焦光栅式^[4-7]。相比与其他方式,基于散焦光栅的曲率传感器,具有全光学实现、结构紧凑、同步测量等特点。

2000年Blanchard等^[4]首先开发了基于散焦光栅的相位差异型波前传感器,其中的散焦光栅实质上是一个离轴的非涅耳波带片(FZP),一方面将入射光波按衍射级次分成不同方向的光束,另一方面在各组正、负衍射级次上引入大小相等、符号相反二次相位。将散焦光栅和透镜结合使用,即可在透镜焦平面上同

收稿日期: 2015-03-02; 收到修改稿日期: 2015-03-30; 网络出版日期: 2015-07-11

基金项目: 河北省自然科学基金(F2013209149)、河北省高等学校科学技术研究(QN2014042)

作者简介: 陈波(1984—),男,博士,讲师,主要从事自适应光学、最优化控制技术等方面的研究。

E-mail: chenbo182001@163.com

时探测到前、后离焦面上的光强信号。为了提高光能利用率,国内的研究人员在熔融石英玻璃基底上制作了二元相位型散焦光栅^[6],并在相位复原方法和具体应用^[6-9]方面开展了大量的研究工作。采样这种方法制作的光栅,其离焦量固定,使得传感器的线性范围、噪声特性等难以根据需要进行调整。

本文结合液晶空间调制器(LC-SLM)的相位调制可编程控制特点^[10-11],分析了利用LC-SLM实现光栅型波前曲率传感器的方法,研究了基于拉普拉斯算子本征函数的闭环波前复原算法。

2 探测方法和相位复原方法

2.1 探测方法

Blanchard 等^[4-5]开发的散焦光栅是一个离轴的 FZP。只考虑 FZP 的一对主实、虚焦点时,根据几何光学原理,入射平行光束经过一个离轴量为 d_0 的 FZP 片后会衍射出一个发散的光束和一个汇聚的光束,分别记做 ± 1 级衍射光,如图 1 所示。

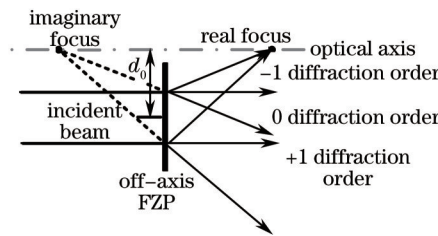


图1 离轴的非涅尔波带片的分光原理

Fig.1 Principle of off-axis Fresnel-zone plate

离轴量为 d_0 、主焦距为 f 的 FZP 的半波带边沿轨迹可表示为:

$$(x - d_0)^2 + y^2 = n\lambda f, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

式中 (x, y) 为入瞳平面上的点, d_0 为波带片的离轴量, n 为半波带序号, λ 为光波长。入射光束经过散焦光栅后,在 ± 1 级衍射光束上引入的二次相移为:

$$\phi(x, y) = \pm \frac{\pi(x^2 + y^2)}{\lambda f}. \quad (2)$$

结合 LC-SLM 的相位调制特点,通过加载一定的控制信号,使其成为一个离轴 FZP,然后在其后面放置一个短焦透镜,如图 2 所示,这样入射光束依次经过 LC-SLM 和聚焦透镜后,位于透镜焦平面处的光电探测器就能够探测到透镜焦点前后对称离焦面上的光强。

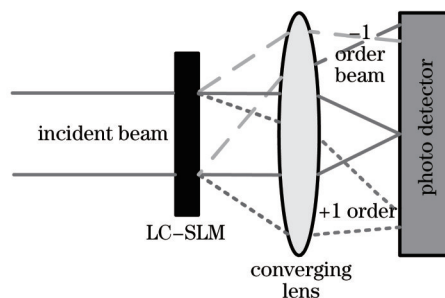


图2 基于LC-SLM的相位型光栅波前曲率传感器示意图

Fig.2 Diagram of phase defocus grating wavefront curvature sensor based on LC-SLM

当光波长 λ 为 635 nm 时,利用通光直径为 0.01 m、像素数为 256 pixel×256 pixel 的 LC-SLM 去实现离轴量 $d_0 = 0.008$ m、焦距 $f = 3$ m 的 FZP,结果如图 3(a)所示。令透镜焦距为 0.1 m,将液晶空间光调制器置于透镜前焦平面上,当入射光束为振幅均匀为 1 的平面波时,数值模拟得到光电探测器上的光强信号(256 pixel×256 pixel)如图 3(b)所示。由于 LC-SLM 的相位调制量能够编程控制,因此可根据实际需求方便地调整波带片的离轴量、焦距等参数,从而调整传感器动态范围等指标,从而获得最小的测量误差^[12]。

值得注意的是,利用 LC-SLM 实现 FZP 时,LC-SLM 可看作是二元光学元件^[10],一个全波带相当于一个光栅周期,即一个光栅周期内的台阶数是 2(只有相位 0 和 π)。如果不考虑液晶的加工误差和相位调制误

差,根据二元光学原件的衍射效率计算公式可知,当台阶数为2时,0级衍射光的衍射效率为0,如图3(b)所示,±1级的衍射效率可达40.5%。基于LC-SLM的曲率传感器主要利用±1级衍射光束,因此理论上光能利用率可达81%。

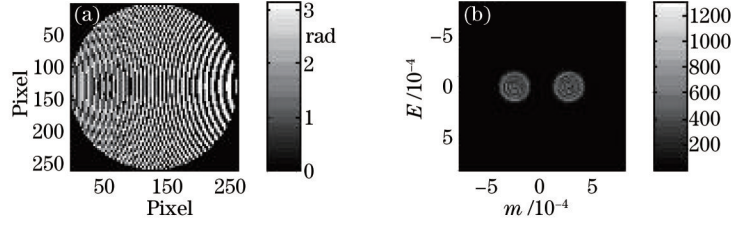


图3 (a) 相位型FZP; (b) 光电探测器上的信号

Fig.3 (a) Phased FZP; (b) light intensity in photo detector

2.2 波前相位复原方法

根据波前曲率传感器的基本原理,前后离焦面上归一化的光强差和波前曲率以及波前沿光瞳边界法向微分之间的关系是Neumann边界条件下的泊松方程^[1,13]

$$\frac{I_2(-r) - I_1(r)}{I_2(-r) + I_1(r)} = S(r) = \nabla^2 \varphi(r) - \frac{\partial \varphi(r)}{\partial n} \sigma_c, \quad (3)$$

式中 $I_1(r)$ 和 $I_2(r)$ 为离焦面上的光强信号, ∇^2 为拉普拉斯算子, σ 为光瞳区域, c 为光瞳边界。因此测量出离焦面上的光强信号后,通过求解(3)式,便可得到入瞳面上的光波相位 $\varphi(r)$ 。

为此,研究人员提出一种基于拉普拉斯算子本征函数的求解方法^[8]。Neumann边界条件下,满足方程^[14]

$$\begin{cases} \nabla^2 W(r) = -\gamma^2 W(r) \\ \partial W(r)/\partial n = 0 \end{cases}, \quad (4)$$

的函数 $W(r)$ 记作拉普拉斯算子本征函数,对应的本征值为 γ 。由本征函数构成的函数组 $W_1(r), W_2(r), \dots, W_k(r), \dots$ 是一组正交完备基,因此任意入射波前相位 $\varphi(r)$ 均可可以描述为:

$$\varphi(r) = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k W_k(r), \quad (5)$$

式中 α_k 表示 $\varphi(r)$ 中所含模式 $W_k(r)$ 的大小。

将(5)式和(4)式带入(3)式可得:

$$S(r) = \nabla^2 \left[\sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k W_k(r) \right] - \frac{\partial \left[\sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k W_k(r) \right]}{\partial n} \sigma_c = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k [\nabla^2 W_k(r)] = \sum_{k=1}^{\infty} [-\alpha_k \gamma_k^2 W_k(r)], \quad (6)$$

式中 $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k, \dots$ 为本征函数 $W_1(r), W_2(r), \dots, W_k(r), \dots$ 对应的本征值。

(6)式可以用矩阵形式表示为:

$$s = Wb, \quad (7)$$

式中 s 为描述 $S(r)$ 的列向量,矩阵 W 的第 k 列为描述本征函数 $W_k(r)$ 的列向量,列向量 $b = [-\gamma_1^2 \alpha_1, -\gamma_2^2 \alpha_2, \dots, -\gamma_k \alpha_k^2, \dots]^T$ 。因此通过矩阵运算

$$b = W^+ s, \quad \alpha_k = -b_k / \gamma_k^2, \quad (8)$$

即可得到(5)式中的 $[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k, \dots]^T$,进而复原出 $\varphi(r)$ 。

根据文献[15],在单位圆域上满足(4)式的拉普拉斯算子本征函数为:

$$W_n^m(r, \theta) = \begin{cases} \sqrt{2} J_u(\gamma_{um} r) \cos(u\theta), & m > 0 \\ J_0(\gamma_{0m} r), & m = 0, \\ \sqrt{2} J_u(\gamma_{um} r) \sin(u\theta), & m < 0 \end{cases}, \quad (9)$$

式中 $|r| \leq 1, 0 \leq \theta \leq 2\pi$, $u = |m|$, $J_u(\gamma_{um} r)$ 为第一类 u 阶贝塞尔函数, $u = 0, 1, 2, \dots, \gamma_{um}$ 为 $dJ_u(r)/dr = 0$ 的第 n 个正根, $n = 1, 2, 3, \dots$ 。

根据文献[12],从空间频率的角度而言,波前曲率传感器是低通传感器,在通带内光强差和波前曲率成线性关系。因此,当波前像差幅度较小时,能够较好地复原出波前像差;当波前像差幅度超出传感器线性范

围时,可能会影响复原精度。在此,得益于LC-SLM的相位调制能力,基于LC-SLM的波前曲率传感器可采用闭环迭代的方式进行波前复原,即:

$$\alpha(n) = \alpha(n-1) + \Delta\alpha. \quad (10)$$

第 n 次迭代时,利用(5)式将第 $n-1$ 次迭代的得到的 $\alpha(n-1)$ 转化为相位信号,取反后与相位光栅数据一起加载到液晶上,然后测量光强信号并利用(8)式计算残差信号 $\Delta\alpha$,然后利用(10)式计算 $\alpha(n)$ 。

3 数值仿真

在2.1节建立的曲率传感器模型上,采用如(9)式所示的40阶拉普拉斯算子本征函数进行数值仿真,模式阶数 $k=1\sim 40$ 与(9)式中 m 和 n 的对应关系如表1所示。

表1 前1~40阶拉普拉斯算子本征函数

Table 1 Index of first 40 order eigenfunctions of Laplacian

k	n	m	k	n	m	k	n	m	k	n	m
1	1	-1	11	1	5	21	2	-2	31	3	0
2	1	1	12	1	-6	22	2	2	32	3	-2
3	1	0	13	1	6	23	2	-3	33	3	2
4	1	-2	14	1	-7	24	2	3	34	3	-3
5	1	2	15	1	7	25	2	-4	35	3	3
6	1	-3	16	1	-8	26	2	4	36	4	-1
7	1	3	17	1	8	27	2	-5	37	4	1
8	1	-4	18	2	-1	28	2	5	38	4	0
9	1	4	19	2	1	29	3	-1	39	4	-2
10	1	-5	20	2	0	30	3	1	40	4	2

3.1 单阶拉普拉斯算子本征模式复原

利用表1中40阶本征函数构建复原矩阵 \mathbf{W} ,选取第15阶[即 $W_{15}(r)$]模式作为入射波前相位进行复原,利用复原误差:

$$e = \frac{\sum_{i,j} [\varphi_o(i,j) - \varphi_r(i,j)]^2}{\sum_{i,j} [\varphi_o(i,j)]^2}, \quad (11)$$

进行评价,式中 $\varphi_o(i,j)$ 表示入射波前, $\varphi_r(i,j)$ 代表复原结果。当 $\varphi_o(i,j)$ 对应的 α_{15} 分别等于1、5、7、9时,误差系数 e 的迭代过程如图4所示,1次迭代后的复原误差分别为 1.76×10^{-7} 、0.11、0.25、0.45,5次迭代后的复原误差均小于 1×10^{-5} 。可以看出,当 $\alpha_{15} = 1$ 时,采用开环方法(即一次迭代)就能够实现高精度复原;随着波前相位幅度的增大,开环复原的精度显著降低;而采用闭环迭代的复原方法仍然能够获得很高的复原精度,即闭环复原方式能够显著扩展传感器的动态测量范围。

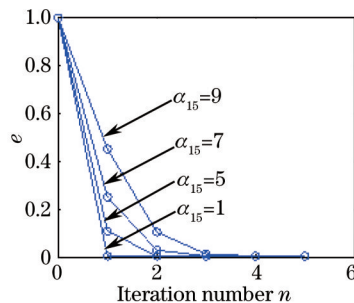


图4 当 α_{15} 分别等于1、5、7、9时,误差系数 e 的迭代过程

Fig.4 Evolution curves of e versus iteration number n

3.2 多阶拉普拉斯算子本征模式复原

在实际测量中,被测波前相位所包含的模式数量一般多于复原矩阵的模式数量。在此情况下,需要分析模式耦合对闭环复原方法的影响,尤其是稳定性。

利用表 1 中前 20 阶本征函数构建复原矩阵 \mathbf{W} , 利用表 1 中前 20 阶本征函数随机产生 50 帧波前相位然后进行波前复原。待测波前相位对应的模式系数记作 α_0 , 复原出的模式系数记作 α_r 。50 帧波前相位复原误差的平均值 $\langle e \rangle$ 的迭代过程如图 5 所示。30 次迭代后 α_r 与 α_0 的绝对误差的平均值 $\langle |\alpha_0 - \alpha_r| \rangle$ 如图 6 所示。

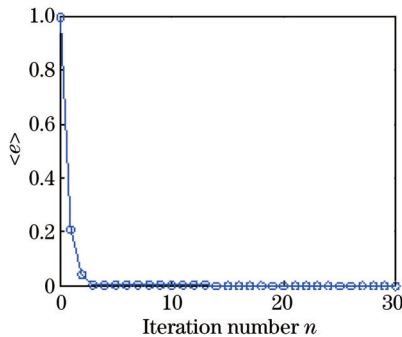


图 5 复原误差的平均值 $\langle e \rangle$ 的迭代过程

Fig.5 Evolution curves of $\langle e \rangle$ versus iteration number n

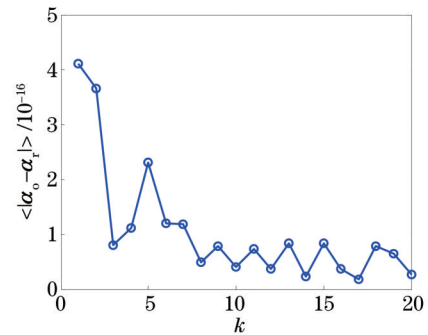


图 6 30 次迭代后的 $\langle |\alpha_0 - \alpha_r| \rangle$

Fig.6 $\langle |\alpha_0 - \alpha_r| \rangle$ after 30 iterations

利用表 1 中 40 阶本征函数随机产生 50 帧波前相位, 然后利用上述 20 阶本征函数构建的复原矩阵 \mathbf{W} 进行波前复原, 复原误差的平均值 $\langle e \rangle$ 的迭代过程如图 7 所示。30 次迭代后 $\langle |\alpha_0 - \alpha_r| \rangle$ 如图 8 所示。

从图 4、6 中的数据可以得出, 当复原矩阵的模式数量大于或等于待测波前相位的模式数量时, 闭环复原方法具有非常高的精度。对比图 6 和图 8 可以看出, 当复原矩阵的模式数量小于待测波前相位的模式数量时, 会出现模式耦合现象, 导致波前复原精度降低。从图 4、5、7 的结果可以看出, 模式耦合对闭环迭代方法的稳定性影响很小。

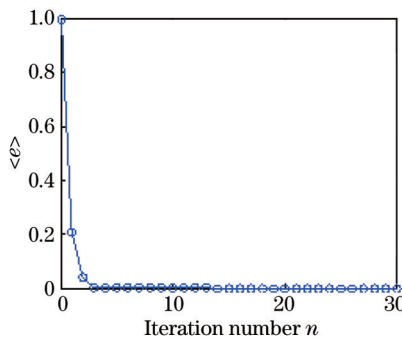


图 7 复原误差的平均值 $\langle e \rangle$ 的迭代过程

Fig.7 Evolution curves of $\langle e \rangle$ versus iteration number n

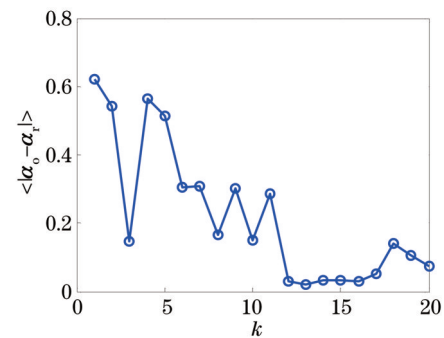


图 8 30 次迭代后的 $\langle |\alpha_0 - \alpha_r| \rangle$

Fig.8 $\langle |\alpha_0 - \alpha_r| \rangle$ after 30 iterations

进一步, 利用上述前 20 本征函数构建的复原矩阵 \mathbf{W} 对大气湍流引起的波前相差进行探测, 结果如图 9 所示, 其中图 9(a) 为口径为 2 m、大气相干长度为 0.1 m、湍流外尺度为 100 m、内尺度为 0.01 m 时随机产生的 1 帧相位屏^[10](已除去倾斜分量), 图 9(b) 和图 9(c) 分别为复原出的波前相位和残余相位, 图 9(d) 为误差系数的迭代过程。图 9 所示的结果进一步说明模式耦合不会影响算法的稳定性。

4 总 结

LC-SLM 的相位调制可编程控制, 因此基于 LC-SLM 的相位型光栅波前曲率传感器能够采用闭环波前复原方式, 即采用正交的拉普拉斯算子本征函数构建复原矩阵, 然后通过闭环迭代的方式进行波前复原。与开环复原方法相比, 闭环迭代方法具有更高的复原精度和更大的测量范围。当复原矩阵的模式少于待测相位的模式时, 会出现模式耦合, 但是不影响其稳定性。

此外, 基于 LC-SLM 的相位型光栅波前曲率传感器, 能够据实际需要调整光栅的离焦量, 因此调整传感器性能时更加方便。需要说明的是, 本文在数值仿真中未考虑液晶空间光调制器的相位调制误差等因素, 因此将针对传感器自身误差对闭环复原方法的影响进行研究。

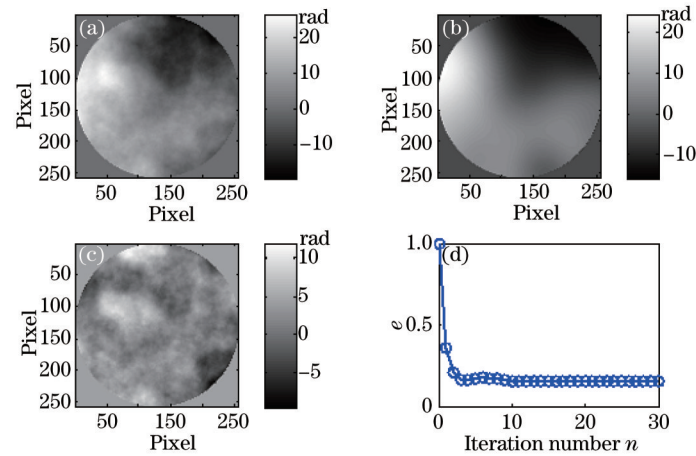


图9 大气湍流波前相差复原结果。(a) 入射波前相位; (b) 复原出的波前相位; (c) 残余相位; (d) 复原误差系数 e 的迭代过程
Fig.9 Reconstruction results of atmospheric phase. (a) Input atmospheric phase; (b) reconstructed phase;
(c) phase error; (d) evolution curves of e

参考文献

- Roddir F. Curvature sensing and compensation: a new concept in adaptive optics[J]. Appl Opt, 1988, 27(7): 1223-1225.
- Graves J E, Roddir F J, Northcott M J, *et al.*. Adaptive optics at the University of Hawaii IV: a photon-counting curvature wavefront sensor[C]. SPIE, 1994: 502-507.
- Torti C, Gruppeta S, Diaz-Santana L. Wavefront curvature sensing for the human eye[J]. J Mod Opt, 2008, 55(4-5): 691-702.
- Blanchard P M, Fisher D J, Woods S C, *et al.*. Phase-diversity wave-front sensing with a distorted diffraction grating [J]. Appl Opt, 2000, 39(35): 6649-6655.
- Xi Fengjie, Xu Xiaojun, Wang Tiezhi, *et al.*. Wavefront curvature sensor with phase defocus grating[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(2): 377-378.
习锋杰, 许晓军, 王铁志, 等. 相位光栅型波前曲率传感器[J]. 光学学报, 2007, 27(2): 377-378.
- Jiang Zongfu, Xi Fengjie, Xu Xiaojun, *et al.*. Theory and applications of defocus grating wavefront curvature sensing[J]. Chinese J Lasers, 2010, 37(1): 205-210.
姜宗福, 习锋杰, 许晓军, 等. 光栅型波前曲率传感器原理和应用[J]. 中国激光, 2010, 37(1): 205-210.
- Ma Haotong, Xi Fengjie, Zhou Pu, *et al.*. Measurement of M^2 factor of 1064 nm pulsed laser based on crossed defocus gratings[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(3): 821-826.
马浩统, 习锋杰, 周朴, 等. 基于正交散焦光栅的 1064 nm 脉冲激光 M^2 因子测量[J]. 光学学报, 2010, 30(3): 821-826.
- Huang Shengyang, Xi Fengjie, Liu Changhai, *et al.*. Phase retrieval using eigenfunctions to solve transport-of-intensity equation[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(10): 1001002.
黄盛扬, 习锋杰, 刘长海, 等. 本征函数法求解光强传输方程的相位反演方法[J]. 光学学报, 2011, 31(10): 1001002.
- Gao Guochang, Si Lei, Ma Haotong, *et al.*. A beam alignment system based on the imaging system of defocus gratings[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(s1): s112005.
高国昌, 司磊, 马浩统, 等. 基于散焦光栅成像装置的光束对准系统[J]. 光学学报, 2013, 33(s1): s112005.
- Cai Dongmei, Ti Peipei, Jia Peng, *et al.*. Research of a dynamic Hartmann sensor using liquid crystal spatial light modulator[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(s1): s112001.
蔡冬梅, 迺培培, 贾鹏, 等. 基于液晶空间光调制器的动态哈特曼传感器研究[J]. 中国激光, 2014, 41(s1): s112001.
- Wu Huaqin, Zheng Mingjie, Li Zhifang, *et al.*. Vortex phase retrieval for detecting system aberration based on liquid crystal spatial light modulator[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 51(8): 080701.
吴华钦, 郑明杰, 李志芳, 等. 基于液晶空间光调制器的涡旋相位恢复检测系统像差[J]. 激光与光电子学进展, 2014, 51(8): 080701.
- Shengyang Huang, Fengjie Xi, Changhai Liu, *et al.*. Frequency analysis of a wavefront curvature sensor: selection of propagation distance[J]. J Mod Opt, 2012, 59(1): 35-41.
- Roddir F. Wavefront sensing and the irradiance transport equation[J]. Appl Opt, 1990, 29(10): 1402-1403.
- Morse P M, Feshbach H. Methods of Theoretical Physics[M]. New York: McGraw-Hill, 1953.
- Milton N M, Lloyd-Hart M. Disk harmonic functions for adaptive optics simulations[C]. Adaptive Optics: Methods, Analysis and Methods, 2005: AWA3.
- B M Welsh. Fourier-series-based atmospheric phase screen generator for simulating anisoplanatic geometries and temporal evolution[C]. SPIE 1997: 327-338.