

# 高斯光束经过多阶螺旋相位板后光束特性研究

熊梦苏 丁攀峰 蒲继雄

华侨大学信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021

**摘要** 由光束的近轴传输理论, 推导了高斯光束经过多阶螺旋相位板(SPP)后电场的解析表达式, 在此基础上对高斯光束通过多阶螺旋相位板后的光强分布和相位分布分别进行了分析。研究发现, 和理想的螺旋相位板不同, 高斯光束经过多阶螺旋相位板后光强分布具有角向周期性, 周期数与相位板阶数相等。阶数为16时, 产生涡旋光束的光斑质量、相位质量比较合适。在相同的情况下, 获得较好的相位质量需要更长的传输距离。另外, 相位板所提供的拓扑荷数对以上问题影响不大, 真正起决定作用的仍然是相位板的阶数。该结论能对实验中SPP的使用提供指导作用。

**关键词** 非线性光学; 涡旋光束; 螺旋相位板; 强度分布; 相位分布

中图分类号 O436.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP52.081902

## Analysis on the Beam Characteristic of Gaussian Beam Passing Multi-Level Spiral Phase Plate

Xiong Mengsu Ding Panfeng Pu Jixiong

College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 362021, China

**Abstract** Based on the paraxial approximation of propagation of optical beam, the analytical expression of electric field is derived on the observation plane for the Gaussian beam passing through spiral phase plate (SPP). Based on the derived result, the intensity and phase distributions of the generated Gaussian vortex beam by SPP are analyzed. It is found that, different from the case of ideal SPP, the intensity of the beam from multi-level SPP is periodically distributed in the azimuthal direction. The periodicity is equal to the order of the SPP. A suitable choice of the SPP is 16-level structure to obtain good quality of intensity and phase distributions of the generated vortex beam. On the same condition, obtaining good quality of phase distribution requires longer propagation distance of the beam after SPP. In addition, the topological charge decided by the SPP has almost no influence on the above points. The decisive element is still the order of the SPP. The results can provide guidance on the use of SPP in the experiment.

**Key words** nonlinear optics; vortex beam; spiral phase plate; intensity distribution; phase distribution

**OCIS codes** 080.4865; 110.4850; 120.5050

## 1 引言

相位调制技术和偏振控制技术是光束整形的重要手段和方法。通过偏振控制, 可以对光束的偏振特性进行调整, 从而得到特殊偏振分布的光束, 如径向、角向偏振光束<sup>[1-2]</sup>; 而通过相位调制, 则可以对光束的相位分布进行调整, 从而得到特殊相位分布的光束, 如艾里光束、涡旋光束<sup>[3-7]</sup>。这些经过调制的光束具有某些独特的传输或聚焦特性, 如径向偏振光束通过深聚焦可以获得亚波长光斑<sup>[8]</sup>, 艾里光束在传输中的轨迹为弹道型曲线<sup>[9]</sup>, 涡旋光束在传输中携带轨道角动量, 与微粒相互作用可以将其进行传递, 也可用于空间光通信编码<sup>[10]</sup>。这些独特的调制光束已经成为了研究的热点和重点<sup>[11-13]</sup>。

自Nye等<sup>[14]</sup>在1974年提出涡旋光束的概念以来, 涡旋光束就一致受到广大研究者的注意。实验室中产生涡旋光束的方法很多, 最常见的是采用空间光调制器和螺旋相位板(SPP)的方法, 前者需要在多级衍射光中进行光束的选取, 适用的波长和拓扑荷数可以通过计算机编程进行改变, 比较灵活, 后者只能适用于特定

收稿日期: 2015-01-13; 收到修改稿日期: 2015-03-01; 网络出版日期: 2015-07-16

基金项目: 国家自然科学基金(61178015, 61307001, 61178015)、福建省自然科学基金(2013J05094)

作者简介: 熊梦苏(1988—), 男, 硕士研究生, 主要从事矢量光束及其非线性效应方面的研究。E-mail: xmengsu@126.com

导师简介: 蒲继雄(1962—), 男, 博士, 教授, 主要从事光束传输与非线性光学方面的研究。

E-mail: jixiong@hqu.edu.cn(通信联系人)

的波长和拓扑荷数,但光路简单方便且高效。绕过角向一周,螺旋相位板的相位阶梯变化,在每个阶梯内,相位板产生的附加相位恒定。通过多阶螺旋相位板,就可以将高斯光束转化为的高斯涡旋光束<sup>[15]</sup>,如果螺旋相位板的阶数趋于无穷大,则可以认为其相位连续改变,可以用  $\exp(il\varphi)$  表示( $l$ 为拓扑荷数,即螺旋相位板的周期数, $\varphi$ 为方位角坐标),此时的螺旋相位板可以称为理想的螺旋相位板。文献[16]对高斯光束通过理想螺旋相位板进行了研究,分析了光束的演变情况,然而这种处理办法是近似的方法,与实际中螺旋相位板的相位特性并非一致,不甚严格。文献[17]利用多级螺旋相位板的模型,对光束通过螺旋相位板后及光束的螺旋谱进行了研究,这种分析只能在整体上对其轨道角动量的特点进行界定。而实际上,高斯光束通过多级螺旋相位板后仍然为一整体性的光束,相位结构在逐渐演变。

实验中,研究者通常采用高斯光束通过 SPP 来产生涡旋光束,而在对应的理论模型中,将所产生涡旋光束电场表示为高斯项携带涡旋项的结果。这种表达形式显然是近似的,在高斯光束通过 SPP 距离较短的情况下,此时观测平面上涡旋光束的电场和这种近似表达形式会存在明显的差别。本文采用多阶的螺旋相位板模型取代理想的螺旋相位板模型,分析其对高斯光束衍射后,光束的光斑、尤其是相位结构的具体影响,同时考虑传输距离的因素,与理想的情形进行对比。

## 2 多阶螺旋相位板

图1为螺旋相位板的结构,其中, $n$ 是涡旋式相位板的折射率, $n_0$ 是周围介质的折射率, $h_0$ 为涡旋式相位板的基底高度, $h_s$ 为涡旋式相位板的高度, $l = h_s(n - n_0)/\lambda$ 。

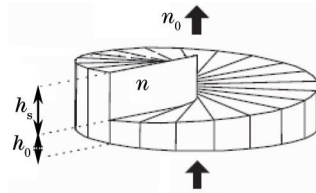


图1 螺旋相位板结构

Fig.1 Structure of spiral phase plate

如果螺旋相位板的阶数为  $N$ (相位板沿圆周方向均分为  $N$  个扇区),则其对光束相位的调制特性可表示为

$$\begin{cases} T(\varphi) = \exp[im\Delta\varphi] \\ \Delta\varphi = 2\pi/N \\ m = (\varphi - \text{mod}[\varphi, \Delta\varphi])/\Delta\varphi \end{cases}, \quad (1)$$

式中  $\Delta\varphi$  为每个扇区对应的弧度, $m$  为方位角为  $\varphi$  的点所在的扇区序号(沿逆时针方向从  $0 \text{ rad}$  开始计算), $m$  的取值为  $1, 2, \dots, N$ ,  $T(\varphi)$  为光学传递函数。

## 3 理论分析

由光束的近轴传输理论,高斯光束通过螺旋相位板后,获得了如(1)式所示的多阶螺旋型相位,传输一段距离  $z$  后,光束横截面上电场可以表示为

$$E(\rho, z) = -\frac{ik}{2\pi z} \exp(ikz) \iint T(\varphi) E_0 \exp(-r^2/w_0^2) \exp\left\{\frac{ik}{2z}[(r-\rho)^2]\right\} d\mathbf{r}, \quad (2)$$

式中  $k$  为波数,  $E_0$  为电场振幅,  $w_0$  为束腰半径,源平面上点的坐标用  $(r, \varphi)$  表示,观测平面上点的坐标用  $(\rho, \theta)$  表示。将(1)式代入(2)式可得

$$E(\rho, z) = C_0 \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right) \sum_{m=1}^N \int_{(m-1)\Delta\varphi}^{m\Delta\varphi} \int_0^\infty \exp\left[\frac{-r^2}{w_0^2} + \frac{ik}{2z}r^2 - \frac{ik\rho \cos(\varphi - \theta)r}{z} + iml\Delta\varphi\right] r dr d\varphi, \quad (3)$$

式中  $C_0 = -\frac{ikE_0}{2\pi z} \exp(ikz)$ , 在确定的观测平面上,  $C_0$  为常数。利用

$$\exp(iz \cos \varphi) = J_0(z) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} i^n J_n(z) \cos(n\varphi), \quad (4)$$

式中  $J_0$  和  $J_n$  为第一类 0 阶和  $n$  阶 Bessel 函数。可得(3)式的积分结果为

$$E(\rho, z) = C_0 \exp\left(\frac{ik}{2z}\rho^2\right) \times \sum_{m=1}^N \exp(iml\Delta\varphi) \left\{ \frac{1}{2\alpha} \exp\left(\frac{-\beta^2}{4\alpha}\right) \Delta\varphi + \frac{\sqrt{\pi}\beta}{2\alpha^{3/2}} \exp\left(\frac{-\beta^2}{8\alpha}\right) \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n} \sin\left(\frac{n\Delta\varphi}{2}\right) \cos\left[\frac{2n(m\Delta\varphi - \theta) - n\Delta\varphi}{2}\right] \left[ I_{(n-1)/2}\left(\frac{\beta^2}{8\alpha}\right) - I_{(n+1)/2}\left(\frac{\beta^2}{8\alpha}\right) \right] \right\}, \quad (5)$$

式中  $\alpha = 1/w_0^2 - ik/2z$ ,  $\beta = kp/z$ ,  $I_n$  为返回  $n$  阶修正的第一类 Bessel 函数。由(5)式可以看出, 高斯光束通过多阶螺旋相位板一段距离后, 观测平面上光电场的振幅、相位都与观测点的径向坐标  $\rho$ 、角向坐标  $\theta$ 、以及螺旋相位板的阶数  $N$  密切相关, 而高斯光束通过理想螺旋相位板后光电场振幅沿角向对称, 只与径向坐标有关<sup>[12]</sup>; 另外, 在(2)式中, 令  $\rho = 0$ , 则积分结果为零, 文献[12]采用的是理想螺旋相位板模型, 计算结果也为零, 与此结论相符。由此可见, 无论高斯光束是通过理想螺旋相位板还是多阶螺旋相位板, 观测平面的中心光强都为零, 能够形成稳定的暗核。以下将通过(5)式对不同传输距离处, 观测平面上光束的光强分布以及光束的相位结构进行详细地分析。

## 4 高斯光束通过螺旋相位板后光强及相位分布

### 4.1 高斯光束通过螺旋相位板后光强分布

为了详细了解高斯涡旋光束通过多阶螺旋相位板后光强和相位的分布情况, 进行了数值计算。模拟计算中波长取 632.8 nm, 光束束腰  $w_0$  为 0.25 mm。图 2 给出了高斯光束通过拓扑荷数为 1、阶数为 16 的螺旋相位板后, 在不同传输距离处的光强分布, 横纵坐标范围均为  $[-2w_0, 2w_0]$ 。

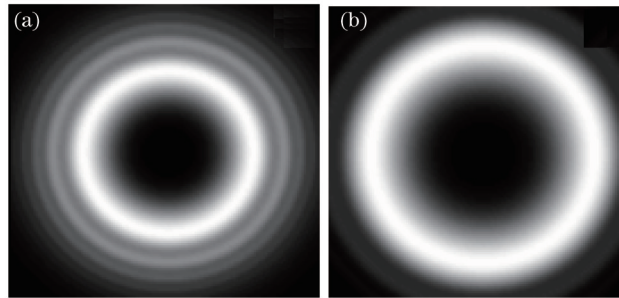


图 2 高斯光束通过 SPP( $N=16, l=1$ )后的光强分布。(a)  $z=10$  mm; (b)  $z=40$  mm

Fig.2 Intensity distributions of Gaussian beams passing through SPP ( $N=16, l=1$ ). (a)  $z=10$  mm; (b)  $z=40$  mm

由图 2 可以看出, 光强具有较好的圆对称特分布性, 在传输距离 10 mm 处, 光强随着半径方向具有一定程度的振荡; 在传输距离 40 mm 处, 光斑质量较好。通过较高精度的数值计算发现: 实际上, 在半径相同, 角度不同的位置, 光强的大小并非完全相等, 存在非常微小的差别, 但对光斑质量影响甚微。图 3 给出了高斯光束通过拓扑荷数为 1、阶数为 8 的螺旋相位板后的光强分布。

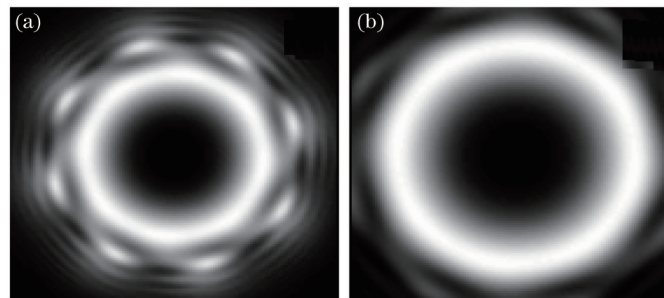


图 3 高斯光束通过 SPP( $N=8, l=1$ )后的光强分布。(a)  $z=10$  mm; (b)  $z=40$  mm

Fig.3 Intensity distributions of Gaussian beams passing through SPP ( $N=8, l=1$ ). (a)  $z=10$  mm; (b)  $z=40$  mm

图 3 对应的螺旋相位板的阶数, 是图 2 中相位板阶数的一半, 同样经过 10 mm 的传输距离后, 光斑形状与图 2 中沿着径向都有一定程度的振荡, 沿角向方向则完全不同, 光强分布呈现出周期特性, 周期数为 8, 传输到 40 mm 处, 光斑质量有一定的改善, 需要传输较长的距离才能形成圆对称性较好的光斑。实际上, 图 2 中的光强分布也是沿着角向周期分布, 周期为 16, 只是在每个周期内, 光强分布沿着角向几乎相同, 在视觉

上感觉不到差别。在(3)式中,令  $\theta = \theta + \Delta\varphi$ , 由函数的周期性,可以得到

$$|E(\rho, \theta, z)| = |E(\rho, \theta + \Delta\varphi, z)|. \quad (6)$$

由此可以说明,在观测平面上,光强分布确实在角向具有周期特性,周期数等于螺旋相位板的阶数。

当螺旋相位板的阶数进一步提高到32阶时,光斑的圆对称性会得到进一步的改善,和16阶的情况类似,此时可以近似认为光强是径向坐标的函数。为了较清晰地给出16阶、32阶两种情况下,光强分布的具体情况,给出拓扑荷数为1的情况下,传输距离  $z=10\text{ mm}$  处相对光强随半径的变化曲线图,如图4所示。

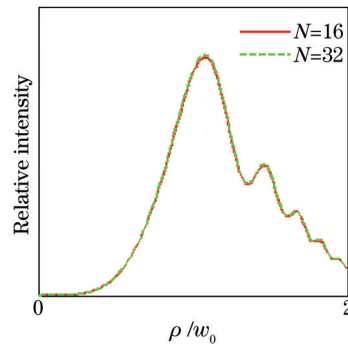


图4 高斯光束通过不同阶数SPP( $N=16, 32$ )后的光强分布

Fig.4 Relative intensity distributions of a Gaussian beam passing through SPP of different orders ( $N=16, 32$ )

两种情况下,光强随半径的变化曲线几乎完全相同,只是在极大值处存在细微差别。由此可见,阶数由16阶增加到32阶,光斑质量的改变微乎其微,通常情况下,16阶就可满足要求。

#### 4.2 高斯光束通过螺旋相位板后相位分布

4.1节分析了高斯光束通过16阶、8阶以及32阶螺旋相位板后光强的传输特性,单从光斑质量而言,16阶通常能够满足要求。以下从光束的相位分布的角度进行计算分析,模拟计算中波长取  $632.8\text{ nm}$ ,光束束腰为  $0.25\text{ mm}$ ,横纵坐标范围均为  $[-2w_0, 2w_0]$ ,相位大小用灰度值表示,表示范围为  $[0, 2\pi]$ 。

##### 4.2.1 传输距离对相位分布的影响分析

图5给出了高斯光束通过拓扑荷数为1、阶数为16的螺旋相位板后,在不同传输距离处的相位分布。

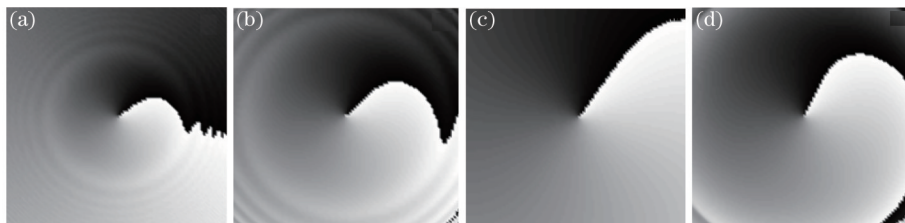


图5 高斯光束通过SPP( $N=16, l=1$ )后的相位分布。(a)  $z=10\text{ mm}$ ; (b)  $z=40\text{ mm}$ ; (c)  $z=80\text{ mm}$ ; (d)  $z=120\text{ mm}$

Fig.5 Phase distributions of Gaussian beams passing through SPP ( $N=16, l=1$ ). (a)  $z=10\text{ mm}$ ; (b)  $z=40\text{ mm}$ ;

(c)  $z=80\text{ mm}$ ; (d)  $z=120\text{ mm}$

图5中,传输距离为  $10\text{ mm}$  处,等相位线有非常明显的振荡特性,传输到  $40\text{ mm}$  处振荡减弱,传输到  $80\text{ mm}$  (约  $1/4Z_R$ ,  $Z_R$  为瑞利距离) 处等相位线接近圆弧线,传输到  $120\text{ mm}$  处圆弧线曲率增大。通常,希望产生的涡旋光束的等相位线为圆弧线,因此,在光束通过SPP  $80\text{ mm}$  后再使用涡旋光束,所得光束的相位质量较高。对比图2与图5中的结果可知,获得高质量的光斑比高质量的相位结构所需传输距离要短,综合光斑和相位结构两者考虑,传输到  $1/4Z_R$  处可以得到质量较高的涡旋光束。

##### 4.2.2 相位板阶数对相位分布的影响分析

为了对比螺旋相位板的阶数对相位结构特性的影响,改变  $N=8$ ,其他条件不变,计算结果如图6所示。

图6中传输距离为  $10\text{ mm}$  处,等相位线振荡剧烈,传输到  $40\text{ mm}$  处振荡的密集程度有所降低但振荡依然较强,大致传输到  $80\text{--}120\text{ mm}$  之间时,等相位线开始变得圆滑接近圆弧线,对比图4与图5可知,螺旋相位板的阶数降低时,相同传输距离处光束的相位质量也较低,需要较长的传输距离才能获得接近圆弧线型的相位结构。综合图5与图6中的结果,螺旋相位板的阶数由8增加到16时,所获得光束的相位质量比较合适,当螺旋相位板的阶数进一步增大时,所获得光束的相位质量会进一步提高,但收效并不大,此时螺旋相

位板的制造成本则会增加较多,16阶能够满足相位平滑的要求。

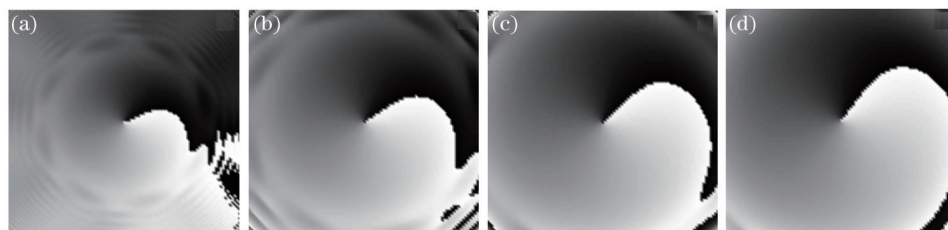


图6 高斯光束通过SPP( $N=8, l=1$ )后的相位分布。(a)  $z=10$  mm; (b)  $z=40$  mm; (c)  $z=80$  mm; (d)  $z=120$  mm

Fig.6 Phase distributions of Gaussian beams passing through SPP ( $N=8, l=1$ ). (a)  $z=10$  mm; (b)  $z=40$  mm;

(c)  $z=80$  mm; (d)  $z=120$  mm

#### 4.2.3 拓扑荷数对相位分布的影响分析

为了研究高斯光束通过不同拓扑荷数螺旋相位板后的相位结构,保持螺旋相位板的阶数不变( $N=16$ ),拓扑荷数改变为2,进行了相位分布的数值计算,结果如图7所示。

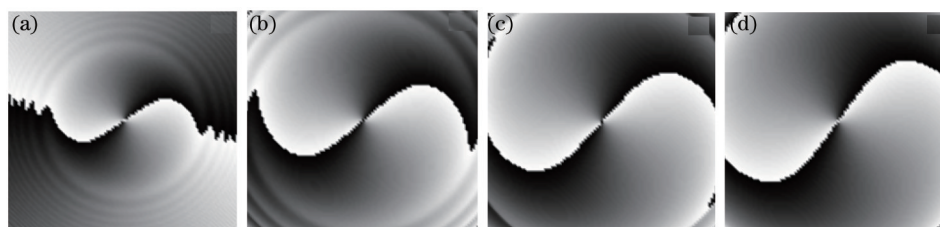


图7 高斯光束通过SPP( $N=16, l=2$ )后的相位分布。(a)  $z=10$  mm; (b)  $z=40$  mm; (c)  $z=80$  mm; (d)  $z=120$  mm

Fig.7 Phase distributions of Gaussian beams passing through SPP ( $N=16, l=2$ ). (a)  $z=10$  mm; (b)  $z=40$  mm;

(c)  $z=80$  mm; (d)  $z=120$  mm

图7中10~120 mm处,相位结构均表明光束拓扑荷数为2,等相位线随着传输距离增加的演变规律与图5中类似,在传输到80 mm(约 $1/4Z_R$ )处相位线接近圆弧线。由此可见,拓扑荷数的大小对光束相位质量没有明显的影响,真正起决定作用的仍然是相位板的阶数。

## 5 结 论

通过建立多阶螺旋相位板模型并经过数值计算发现,为了获得较高光斑质量的涡旋光束,通常需要16阶的螺旋相位板,传输距离很短即可;而获得较高相位结构的涡旋光束,则需要较长的传输距离,通常约1/4倍的瑞利距离比较合适。总体上而言,在采用螺旋相位板产生涡旋光束时,若要求光斑圆对称性高、光束等相位线平滑,则要求螺旋相位板的阶数为16阶,传输距离达到1/4倍的瑞利距离。该结论能对实验中使用SPP提供指导作用。

### 参 考 文 献

- 1 Moh K J, Yuan X C, Bu J, *et al.*. Generating radial or azimuthal polarization by axial sampling of circularly polarized vortex beams[J]. *Appl Opt*, 2007, 46(30): 7544–7551.
- 2 Li J L, Ueda K, Musha M, *et al.*. Generation of radially polarized mode in Yb fiber laser by using a dual conical prism[J]. *Opt Lett*, 2006, 31(20): 2969–2971.
- 3 Cheng Zhen, Zhao Shanghong, Chu Xingchun, *et al.*. Research progress of the generation methods of Airy beam[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2015, 52(3): 030008.  
程 振, 赵尚弘, 楚兴春, 等. 艾里光束产生方法的研究进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2015, 52(3): 030008.
- 4 E Miyai, K Sakai, T Okana, *et al.*. Photonics: Lasers producing tailored beams[J]. *Nature*, 2006, 441: 946.
- 5 Q F Tan, Y B Yan, G F Jin. Statistic analysis of influence of phase distortion on diffractive optical element for beam smoothing [J]. *Opt Express*, 2004, 12(14): 3270–3278.
- 6 D G Papazoglou, S Suntssov, D Abdollahpour, *et al.*. Tunable intense Airy beams and tailored femtosecond laser filaments [J]. *Phys Rev A*, 2010, 81(6): 061807.
- 7 K Y Bliokh, F Nori. Spatiotemporal vortex beams and angular momentum[J]. *Phys Rev A*, 2012, 86(3): 033824.

- 8 Niziev V G, Nesterov A V. Influence of beam polarization on laser cutting efficiency[J]. *J Phys D Appl Phys*, 1999, 32(13): 1455–1461.
- 9 G A Siviloglou, J Broky, A Dogarin, *et al.*. Observation of accelerating Airy beams[J]. *Phys Rev Lett*, 2007, 99(21): 213901.
- 10 G Molina-Terriza, J P Torres, L Torner. Twisted photons[J]. *Nat Phys*, 2007, 3: 305–310.
- 11 Luo Hui, Wang Bing, Yuan Yangsheng, *et al.*. Two types of particle trapping using a partially coherent elegant Hermite-Gaussian beam[J]. *Chinese J Lasers*, 2014, 41(5): 0502006.  
罗 慧, 汪 冰, 袁扬胜, 等. 部分相干复宗量厄米高斯光束捕获两种类型粒子[J]. *中国激光*, 2014, 41(5): 0502006.
- 12 Chen Rongquan, Wang Xinghua, Xu Zhiyong, *et al.*. Propagation properties of orthogonally polarized double Gaussian beams in nonlocal parabolic waveguides[J]. *Chinese J Lasers*, 2014, 41(s1): s102004.  
陈荣泉, 王彤华, 徐志勇, 等. 非局域平板波导中正交偏振双高斯光束的传输特性[J]. *中国激光*, 2014, 41(s1): s102004.
- 13 Huang Yongchao, Li Changjin, Zhang Xinlong. Propagation properties of hollow Gaussian beams in gradient-index medium[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2014, 51(3): 032601.  
黄永超, 黎昌金, 张新龙. 空心高斯光束在梯度折射率介质中的传输特性[J]. *激光与光电子学进展*, 2014, 51(3): 032601.
- 14 J F Nye, M V Berry. Dislocations in wave trains[J]. *Proc R Soc Lond A*, 1974, 336(1605): 165–190.
- 15 K Sueda, G Miyaji, N Miyanaga, *et al.*. Laguerre-Gaussian beam generated with a multilevel spiral phase plate for high intensity laser pulses[J]. *Opt Express*, 2004, 12(5): 3548–3553.
- 16 V V Kotlyar, A A Almazov, S N Khonina, *et al.*. Generation of phase singularity through diffracting a plane or Gaussian beam by a spiral phase plate[J]. *J Opt Soc Am A*, 2005, 22(5): 849–861.
- 17 N Zhang, J A Davis, I Moreno, *et al.*. Analysis of multilevel spiral phase plates using a Damman vortex sensing grating[J]. *Opt Express*, 2010, 18(25): 25987–25992.

栏目编辑: 史 敏