负介电常数材料和负磁导率材料组成三明治 结构的隧穿模

康永强1* 王 军2 孙 祝1

¹山西大同大学固体物理研究所,山西大同 037009 ²青海大学光伏中心,青海 西宁 810016

摘要 采用传输矩阵法研究了两种色散单负材料组成三明治结构的共振隧穿特性,结果表明如果该结构满足耦合匹配条件时,共振隧穿峰发生吞并。共振峰的隧穿频率不受匹配三层结构厚度比例的影响,厚度的同比例增大,仅仅影响共振透射峰的品质因子。研究了该结构的电场分布特征,结果表明电场分布主要布局域在两种介质的分界面处。
 但考虑单负材料损耗时,损耗导致该结构电场分布的对称性被破坏,透射率降低。
 关键词 材料;单负材料;传输矩阵;隧穿模;三明治结构
 中图分类号 O413 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP52.081602

Tunneling Modes of the Sandwich Structure with Negative Permittivity Materials and Negative Permeability Materials

Kang Yongqiang¹ Wang Jun² Sun Zhu¹

¹Institute of solid state physics, Shanxi Datong University, Datong, Shanxi 037009, China ²New Energy Industry Research Center, Xi'ning, Qinghai University, Qinghai 810016, China

Abstract The resonance tunneling characteristic of sandwich structure made of two different single-negative materials is investigated by means of the transfer matrix method. Merging of the resonance tunneling frequency is found when the conjugate matched condition is satisfied. The resonance frequency has nothing to do with the layer thickness when the thickness ratio remains unchanged. The only influence is to cause the resonant peak to be much narrower and quality factor enhanced when layer thickness increases. The electric fields corresponding to frequencies of the resonance modes are found to be strongly localized at interface of two media. When the losses are considered, the losses make the symmetry of electric field distribution destroyed and transmittance decrease.

Key words materials; single-negative materials; transfer matrix; tunneling mode; sandwich structure **OCIS codes** 160.3998; 260.2110; 050.5298

1 引 言

近年来,电磁波在不透明介质中电磁共振隧穿现象越来越引起人们的研究兴趣^[1-5]。其中包括金属、超 材料等。超材料包括双负材料(DNG)和单负材料(DNG)^[6-9],把介电常数和磁导率均为负数的材料命名为双 负材料又称左手材料,把介电常数和磁导率只有一个为负数的材料命名为单负材料,其中包括负介电常数 材料(ENG, ε<0, μ>0)和负磁导率材料(MNG, ε>0, μ<0)。Aiù等^[1]研究了由负介电常数材料和负磁导率 材料组成的双层结构,发现满足阻抗匹配和相位匹配条件时,在隧穿频率下,该结构存在零反射,电磁波变 的完全透明。同济大学的研究小组通过理论和微波实验研究了电磁波通过ENG/air/MNG(负介电常数材 料/空气/负磁导率材料)的共振隧穿现象,研究结果表明,选择适合的参数,电磁波能隧穿通过该装置长度数 百倍的距离,该成果有望在无线通讯上取的应用^[2]。Zhou等^[3]报到了电磁波通过三层结构[双正材料/单负材 料/双正材料(DPS/SNG/DPS)]的共振隧穿,并在微波频率范围进行了实验验证,实验与模拟结果取得很好的

收稿日期: 2015-03-26; 收到修改稿日期: 2015-04-01; 网络出版日期: 2015-07-28

基金项目:国家自然科学基金(61307121)、博士科研启动基金(2015804)

作者简介:康永强(1979—),男,博士,讲师,主要从事光子晶体和超材料等方面的研究。E-mail: kyq_2000@sohu.com

激光与光电子学进展

一致。Castaldi等^[4]研究报到了电磁波通过三层结构[单负材料/双正材料/双正材料(SNG/DPS/DPS)],在一 定条件下的共振隧穿。Cojocaru^[6]理论研究了电磁波通过含有非色散无损耗的单负超材料排列组成的三层 结构,研究了其共振隧穿时需要的条件。然而,由于单负材料特殊的构造方式,色散和损耗是不可避免的^[1.6], 本文对色散单负材料组成三明治结构(ENG/MNG/ENG)的共振隧穿进行了研究,得出了该结构发生共振隧 穿所需要的条件和电场分布特征,并且得出了损耗对该三明治结构透射谱和电场分布的影响。

2 理论模型及讨论

设负介电常数材料和负磁导率材料组成的三明治结构 ENG/MNG/ENG,沿z方向排列,周围是空气介质包围,其界面平行于*x*-*y*平面,如图1所示。



图1 负介电常数材料和负磁导率材料组成的三明治结构

Fig.1 Sandwich structure with negative permittivity material and negative permeability material 设一单色平面波从空气中以入射角 θ 入射到该结构。对于每一层,相应的传输矩阵为^[10-14]

$$M_{j}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} \cos(k_{z}^{j}d_{j}) & \frac{i}{q_{j}}\sin(k_{z}^{j}d_{j}) \\ iq_{j}\sin(k_{z}^{j}d_{j}) & \cos(k_{z}^{j}d_{j}) \end{bmatrix},$$
(1)

式中波矢的*z*分量 $k_{z}^{i} = \omega/c \sqrt{\varepsilon_{j}\mu_{j}} \cos \theta_{j}$, *j*为层数, 取整数。对于 TE 偏振波 $q_{j} = \cos \theta_{j}/\eta_{j}$; 对应 TM 偏振波 $q_{j} = \eta_{j} \cos \theta_{j}$, 每一层中的波阻抗为 $\eta_{j} = \sqrt{\mu_{j}}/\sqrt{\varepsilon_{j}}$, θ_{j} 是入射电磁波在每一层中的折射角, 可由 Snell 定律得到。三层结构的总传输矩阵可以表示为

$$X_3(\boldsymbol{\omega}) = \prod_{j=1}^3 M_j \,. \tag{2}$$

由传输矩阵可以计算得到的反射参数和传输参数为

$$\begin{cases} r = \frac{\cos \theta(x_{11} - x_{22}) - (\cos^2 \theta x_{12} - x_{21})}{\cos \theta(x_{11} + x_{22}) - (\cos^2 \theta x_{12} + x_{21})} \\ t = \frac{2 \cos \theta}{\cos \theta(x_{11} + x_{22}) - (\cos^2 \theta x_{12} + x_{21})} \end{cases}.$$
(3)

3 理论计算及讨论

通常采用的Drud模型来描述单负材料的介电常数和磁导率[15-18],ENG材料为

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_{ep}^2}{\omega^2 + i\omega\gamma_e}, \mu_1 = a , \qquad (4)$$

MNG材料为

$$\varepsilon_2 = b, \ \mu_2 = 1 - \frac{\omega_{\rm mp}^2}{\omega^2 + i\omega\gamma_{\rm m}}, \tag{5}$$

在(4)式和(5)式中, ω_{ep} 和 ω_{mp} 分别为电等离子频率和磁等离子频率, γ_e 和 γ_m 分别为电损耗因子和磁损耗因子, ω 是角频率。

设电磁波正入射 ($\theta = 0^{\circ}$) 到由单负材料组成的三明治结构(ENG/MNG/ENG),该结构厚度依次取为 d_1 , d_2 , d_1 对称结构。如果不考虑吸收损耗,由完全隧穿条件 $T = |t^2| = 1$, |r| = 0,可以得到

$$\left(\frac{1}{\eta_1} - \eta_1\right) 2 \tan(k_1 d_1) + \left(\frac{1}{\eta_2} - \eta_2\right) \tan(k_2 d_2) - \left(\frac{\eta_2}{\eta_1^2} - \frac{\eta_1^2}{\eta_2}\right) \tan^2(k_1 d_1) \tan(k_2 d_2) = 0, \qquad (6)$$

式中第一和第二项可以理解为单层散射项,而第三项是多重散射项,

可以发现,(6)式成立的两个条件为

$$\eta_1 = \eta_2 , \qquad (7)$$

$$k_2 d_2 = 2k_1 d_1, (8)$$

(7)式和(8)式形式类似于单负材料双层结构 ENG/MNG 发生共振隧穿的阻抗匹配和相位匹配条件^[1,15]。因此可以称其为单负材料三明治结构发生完全隧穿的耦合匹配三层条件。

在长波近似 (k_id_i→0)下,(6)式中第三项为高阶项略掉,简化为有效介质近似结果

$$\begin{cases} 2\varepsilon_1 d_1 + \varepsilon_2 d_2 = 0\\ 2\mu_1 d_1 + \mu_2 d_2 = 0 \end{cases}$$
(9)

进一步(9)式可化为

$$\left|\frac{2d_1}{d_2}\right| = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1},\tag{10}$$

此与参考文献[4]中得到结果一致。

4 数值结果

先考虑无损耗时的情况,即在(4)式和(5)式中取 $\gamma_e = \gamma_m = 0$ 。在数值模拟计算中取a = b = 3, $\omega_{mp} = \omega_{ep} = 10$ GHz。阻抗匹配条件(7)式成立时,通过简单的计算可以得出 $\nu_0 = 0.7958$ GHz,称为其阻抗匹配频率,将阻抗匹配频率 ν_0 代入相位匹配条件(8)式,可以计算得到 $d_2/d_1 = 2$ 。

图 2 所示为正入射时单负材料三明治结构中共振隧穿模随中间层(负磁导率材料, MNG)厚度 d_2 变化的数值模拟结果, 负介电常数材料层(ENG)的厚度取为 d_1 =24 mm。可以发现, 尽管在每一层中, 单负材料的波 矢为纯虚数(不考虑损耗), 在单负材料三明治结构中, 仍然有共振隧穿现象。共振隧穿频率分别发生在 ν_1 =0.6271 GHz和 ν_2 =1.03 GHz处。共振隧穿发生是由于倏逝波的相互作用结果。由图 2 看到, 随着中间 层厚度 d_2 的增长, 两个共振隧穿模的距离越来越近, 这可以解释为随着中间层厚度的增长, 两隧穿模的相互 作用减弱。由图 2(b)可见, 当 d_2 增长到 48 mm时, 两个共振模在中心频率 ν_0 =0.7958 GHz 发生吞并, 这与理 论计算的阻抗匹配条件(7)式的阻抗匹配频率一致。该频率也可由有效介质理论(9)式计算得到, 即由单负 材料排列组成的多层结构, 共振隧穿发生在零均值介电常数 ε 和零均值磁导率 μ 处。进一步从图 2(c)和(d) 可以发现, 当 d_2 的厚度大于 48 mm时, 共振峰逐渐降低, 直至消失。

为了理解图 2 中共振峰的隧穿特性,下面计算了在三明治结构(ENG/MNG/ENG)中,取不同的中间层 MNG 厚度(d_2),频率为 ν_0 = 0.7958 GHz 时的电场分布。图 3(a),(b)和(c)分别对应中间层厚度 d_2 =48 mm, d_2 = 72 mm 和 d_2 =96 mm,两边界 ENG 的厚度取常数 d_1 =24 mm 时的电场分布。从图 3(a)可以看到,当 d_2 =48 mm,



图2 正入射时,单负材料三明治结构共振隧穿模随中间厚度d2的变化,d1=24 mm

Fig.2 Dependence of resonance tunneling mode on d_2 in single negative material sandwich structure at normal incidence with $d_1=24$ mm

电场在单负介质的两分界面处达到最大,并且在两介质分界面处电场的最大值相等。当中间层 MNG 厚度 大于 48 mm 时,两介质分界面处电场同样都达到极值,但是随着中间层介质 MNG 厚度的增大,两界面处的 场强的极值的差值增大,不对称性增强,导致了图 2(c)和(d)中,共振隧穿峰降低,直至消失。



图 3 三明治结构 ENG/MNG/ENG 不同中间层厚度 d_2 时,在频率 $\nu_0 = 0.7958$ GHz 时的电场分布。

(a) d_2 =48 mm; (b) d_2 =72 mm; (c) d_2 =96 mm

Fig.3 Electric field distribution at frequency $\nu_0 = 0.7958~{
m GHz}$. The thicknesses of the middle layer are

(a) d_2 =48 mm; (b) d_2 =72 mm; (c) d_2 =96 mm

由匹配三层完全隧穿的条件(10)式,可以看到共振隧穿频率与两单负介质的厚度比率无关。为了研究 厚度比率对单负三层结构共振隧穿峰的影响,定义比例因子 $\rho = d/d_0$,其中 d_0 对应缩放前的厚度(缩放前厚度 取值为 $d_1=24 \text{ mm}, d_2=48 \text{ mm}$),d 对应比例缩放后的值。图 4 所示为正入射时单负材料组成三层结构中不同 厚度比率 ρ 的透射率。其中,红色虚线对应厚度比率 $\rho = 0.6$ 时的透射率,蓝色实线对应厚度比率 $\rho = 1$ 时的 透射率,绿色横杠线对应厚度比率 $\rho = 1.4$ 时的透射率。从图 4 可以发现,当厚度比率取不同的值时,共振隧 穿频率不发生变化,都对应 $\nu_0 = 0.7958 \text{ GHz}$ 。厚度比率变化仅仅影响共振透射峰的品质因子,厚度比率 ρ 的 取值越大,透射共振峰的品质因子越高。此性质对滤波器的设计有潜在的应用价值,如果要设计窄带滤波 器,可以取较厚的单负材料组成三层结构实现。





Fig.4 Transmittance in the sandwich structure with different value ρ at normal incidence

在上面的数值模拟计算中,没有考虑损耗的影响,下面考虑损耗对三明治结构共振透射谱的影响。

图 5 为正入射时考虑单负材料损耗影响时,单负三明治结构 ENG/MNG/ENG 满足匹配条件时的透射 谱,其中,蓝色的实线为电损耗 γ_e 和磁损耗 γ_m 都为0时的透射谱,红色的虚线为电损耗 $\gamma_e = 2\pi \times 10^7$ rad/s, 磁损耗 $\gamma_m = 2\pi \times 10^7$ rad/s 时的透射谱,绿色的横杠线为磁损耗 $\gamma_m = 2\pi \times 10^8$ rad/s,电损耗 $\gamma_e = 2\pi \times 10^8$ rad/s 时的透射谱,绿色的横杠线为磁损耗 $\gamma_m = 2\pi \times 10^8$ rad/s,电损耗 $\gamma_e = 2\pi \times 10^8$ rad/s 时的透射谱。材料厚度取为 $d_1 = 24$ mm, $d_2 = 48$ mm。由图中模拟结果可以看到,损耗越大,透射率越低。



图 5 考虑材料损耗影响时,三明治结构 ENG/MNG/ENG 满足耦合匹配时的透射谱。材料厚度取为 d₁=24 mm, d₂=48 mm Fig.5 Transmittance for the ENG/MNG/ENG conjugate matched trilayer with and without losses at normal incidence. (d₁=24 mm, d₂=48 mm)

图 6 为考虑损耗时,单负三明治耦合匹配结构在共振频率 ν_0 = 0.7958 GHz 时的电场分布。其中蓝色的 实线 为电 损耗 和 磁 损耗 都 为 0 时 的 电场 分 布,绿色 的 虚线 为电 损耗 γ_e = 2 π ×10⁷ rad/s 和 磁 损耗 γ_m = 2 π ×10⁷ rad/s 时的电场分布,红色点划线为磁损耗 γ_m = 2 π ×10⁸ rad/s 和电损耗 γ_e = 2 π ×10⁸ rad/s 时的电场分布。在点划线为磁损耗 γ_m = 2 π ×10⁸ rad/s 和电损耗 γ_e = 2 π ×10⁸ rad/s 时的电场分布。由图可以看到,没有损耗时,电场主要局域两单负介质的分界面上,并且在两介质分界面处达到 最强,而且最大值相等,电场分布是对称的。考虑损耗时,电场分布的对称性遭到破坏,并且损耗越大,不对称性越强,因此透射率降低。

在非耦合匹配三层结构,即 $d_2/d_1\neq 2$,取单负材料的厚度 $d_1=24 \text{ mm}, d_2=24 \text{ mm},$ 如图7所示,在透射谱中出现两个透射峰,分别位于频率 $\nu_1=0.6271 \text{ GHz}$ 和频率 $\nu_2=1.03 \text{ GHz}$ 。由图7观察可以发现,低频处的透射峰比高频处的透射峰受损耗的影响大,为了更详细的研究其物理机制,分别模拟了在频率 ν_1 和频 ν_2 时的电场分布图,如图8所示。从图8看到,不论是在低频还是在高频处,损耗都导致电场分布的不对称性增强,但在低频时,损耗对电场分布影响更大。







图 7 考虑损耗时非耦合匹配三明治结构中的透射谱, 材料厚度取为 d₁=24 mm, d₂=24 mm

Fig.7 Transmittance in the sandwich structure with and without losses. $(d_1=24 \text{ mm}, d_2=24 \text{ mm})$



图 8 (a) 考虑损耗影响时,在频率 ν₁=0.6271 GHz 时的单负三明治结构电场分布; (b) 考虑损耗影响时,在频率 ν₂=1.03 GHz 时单负三明治结构的电场分布,材料厚度取为 d₁=24 mm, d₂=24 mm

Fig.8 (a) Electric field distribution in the sandwich structure at frequency $\nu_1 = 0.6271$ GHz with and without losses; (b) electric field distribution in the sandwich structure at frequency $\nu_2 = 1.03$ GHz with and without losses,

here d_1 =24 mm, d_2 =24 mm

5 结 论

通过传输矩阵法对单负材料组成三明治结构的共振隧穿特性进行了研究。结果表明如果该结构满足耦 合匹配三层条件时,双共振峰吞并为一个共振峰,共振峰的隧穿频率不受厚度比例因子的影响,厚度比例因子 的缩放,仅仅影响该共振峰的品质因子,厚度比例因子增大,共振峰变细,品质因子增高。对该结构的电场分 布特征进行了研究,结果表明电场主要布局域在两种介质的分界面处,并且在两介质的分界面处达到最大。 但考虑单负材料损耗时,损耗导致电场分布的对称性受到破坏,并且损耗越大,不对称性越强,透射率越低。

参考文献

- 1 Alù A, Engheta N. Pairing an epsilon-negative slab with a mu-negative slab: Resonance, tunneling and transparency[J]. IEEE Trans Antennas Propag, 2003, 51(10): 2558-2571.
- 2 Feng T, Li Y, Jiang H, *et al.*. Electromagnetic tunneling in a sandwich structure containing single negative media[J]. Phys Rev E, 2009, 79(2): 026601.
- 3 Zhou L, Wen W, Chan C, *et al.*. Electromagnetic- wave tunneling through negative- permittivity media with high magnetic fields[J]. Phys Rev lett, 2005, 94(24): 243905.
- 4 Castaldi G, Gallina I, Galdi V, *et al.*. Electromagnetic tunneling through a single-negative slab paired with a doublepositive bilayer[J]. Phys Rev B, 2011, 83(8): 081105.
- 5 Cojocaru E. Electromagnetic tunneling in lossless trilayer stacks containing single-negative metamaterials[J]. PIER, 2011, 113: 227.
- 6 Veselago V G. Electrodynamics of substances simultaneously negative electrical and magnetic properties[J]. Sov Phys Usp, 1968, 10(4): 509-517.
- 7 Yin C P, Dong J W, Wang H Z. Omnidirectional reflection and flat-top transmissionin Thue-Morse quasicrystal with single-negative materials[J]. Eur Phys J B, 2009, 69(3): 357-361.
- 8 Lü C, Li W, Jiang X Y, et al.. Effect of disorder on hyperbolic metamaterials[J]. Chin Phys B, 2014, 23(9): 097802.
- 9 Francesco M, Andrea A. Metamaterials and plasmonics: From nanoparticles to nanoantenna arrays, metasurfaces, and metamaterials[J]. Chin Phys B, 2014, 23(4): 047809.
- 10 Chen Y H. Broadband one-dimensional photonic crystal wave plate containing single-negative materials[J]. Optics Express, 18(19): 19920.
- 11 Xue C H, Jiang H T, Chen H. Highly efficient all-optical diode action based on light-tunneling heterostructures[J]. Opt Express, 2010, 18(7): 7479-7487.
- 12 Xiang Y J, Dai X Y, Wen S C, *et al.*. Omnidirectional and multiple-channeled high-quality filters of photonic heterostructures containing single-negative materials[J]. J Opt Soc Am A, 2007, 24(10): 28–32.
- 13 Dong Lijuan, Jiang Haitao, Yang Chengquan, *et al.*. The transmission properties of pairing structure of negative permittivity and negative permeability[J]. Acta Phys Sin, 2007, 56(8): 4657–4660.

董丽娟, 江海涛, 杨成全, 等. 负介电常数材料与负磁导率材料双层结构的透射谱[J]. 物理学报, 2007, 56(8): 4657-4660.

14 Li Wensheng, Luo Shijun, Huang Haiming, *et al.*. The design of tank coating based on photonic crystal[J]. Acta Phys Sin, 2012, 61(16): 164102.

李文胜,罗时军,黄海铭,等.一种基于光子晶体结构的坦克涂层设计[J].物理学报,2012,61(16):164102.

- 15 Jiang H, Chen H, Li H Q, *et al.*. Properties of one-dimensional photonic crystals containing single-negative materials[J]. Phys Rev E, 2004, 69(6): 066607.
- 16 Kang Y Q, Zhang C M. Resonant modes in photonic multiple quantum well structures with single-negative materials[J]. Optik, 2013, 124(22): 5430–5433.
- 17 Kang Y Q, Zhang C M, Mu T K, *et al.*. Resonant modes and inter-well coupling in photonic double quantum well structures with single-negative materials[J]. Opt Commun, 2012, 285(24): 4821–4824.
- 18 Kang Y Q, Zhang C M, Xue C H, *et al.*. Wannier stark ladder in one-dimensional photonic crystal coupled microcavity containing indefinite metamaterials[J]. J Opt, 2013, 42(4): 335–340.

栏目编辑:张浩佳