

# 分数阶拉盖尔高斯光束轨道角动量的实验研究

柯熙政 李亚星\*

西安理工大学自动化与信息工程学院,陕西 西安 710048

**摘要** 携带轨道角动量(OAM)的分数阶涡旋光束是一种特殊螺旋结构的光束。利用空间光调制器加载传输方向与 $z$ 轴夹角 $\alpha$ 干涉光栅,制备出了分数阶涡旋光束;利用水平与垂直叠加光栅,制备出具有不同拓扑荷数的光斑阵列。通过对多组叠加实验图样,分析了不同拓扑荷数叠加涡旋光束轨道角动量序列的规律,发现分数阶涡旋光束作为载体加载信息时,较整数阶涡旋光束有更强的光强分布,其中不同分数阶涡旋光束阵列的轨道角动量序列传递信息效率较高,有利于信息的传输,为涡旋光束在自由空间通信中的复用提供了实验依据。

**关键词** 衍射; 分数阶涡旋光束; 叉形全息光栅; 轨道角动量; 测量

中图分类号 TN919.12 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP52.080501

## Experimental Study on Fractional Laguerre Gaussian Beam with Orbital Angular Momentum

Ke Xizheng Li Yaxing

Faculty of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology,  
Xi'an, Shaanxi 710048, China

**Abstract** Fractional vortex that carries the orbital angular momentum is a kind of special vortex with spiral structure. Grating interference, which is made by vortex beams and the plane wave of the angle  $\alpha$  with  $z$  axis, is used to make fractional vortex through spatial light modulator. Horizontal and vertical superposition grating is used to make the vortex arrays with different topological charge numbers. Through comparing the superposition of multiple sets of experimental design, the topological charge number vortex beam under the different topological superpositions is analyzed. It is found that, as a carrier, the loading information fractional vortex beam is stronger than the integer vortex beam intensity, in which different fractional numbers, the maximum number of types of the transmission of information provides the experimental basis for the reuse of vortex beam in free space communication.

**Key words** diffraction; fractional vortex; forked holography gratings; orbital angular momentum; measurement

**OCIS codes** 050.1950; 070.4560; 270.5565; 270.5585

### 1 引言

自Allen<sup>[1]</sup>用实验证了厄密-高斯光束可以通过模式变换器变换得到拉盖尔-高斯(LG)光束以来,光束轨道角动量态的生成<sup>[2-5]</sup>、调制和信息加载<sup>[6-7]</sup>、信息解调和轨道角动量检测<sup>[8-10]</sup>的研究都受到人们的重视,并引起国内外学者的广泛关注。其中,拉盖尔高斯光束是涡旋光束的一种,具有相位奇点、螺旋相位结构 $\exp(-i\varphi l)$ ,且每个光子携带 $l\hbar$ 的轨道角动量。2012年,王健<sup>[11]</sup>等指出,利用不同的轨道角动量值的LG光束分别携带信息,复用后进行传输可以提高通信系统的频带利用率。近年来由吕宏<sup>[12-13]</sup>等对轨道角动量为整数的涡旋光束编码、传输特性进行了研究,为分数阶涡旋光束研究奠定了一定的基础。陈光明<sup>[14]</sup>发现分数阶贝塞尔光束轨道角动量数取非整数时,在 $z$ 轴的衍射光强分布不同,经过轴棱锥聚焦显示良好的无衍射传输

收稿日期: 2015-03-26; 收到修改稿日期: 2015-04-03; 网络出版日期: 2015-07-16

基金项目: 国家自然科学基金(61377080, 60977054)、陕西省13115科技统筹计划(2011KTCQ01-31)、陕西省教育厅产业化培育基金(2010JC17)、西安市科技成果转化基金(CX12165)、陕西省自然科学基金研究计划(2013JQ8011)、陕西省教育厅科研计划项目(2013JK1104)、陕西省工业攻关科技计划项目(2013K06-08)

作者简介: 柯熙政(1962—),男,教授,博士生导师,主要从事无线激光通信方面的研究。E-mail: xzke@263.com

\*通信联系人。E-mail: 1138879707@qq.com

特性。Indebetouw<sup>[15]</sup>研究表明:自由空间传输涡旋光束阵列,需要在近轴条件下加载平面高斯光束,传输能力取决于涡旋光束阵列的拓扑荷数。刘辉<sup>[16]</sup>等人的研究表明:传输方向与 $z$ 轴相同的平面波与涡旋光制备的0.5整数倍的分数阶涡旋光束能够更好地在信息编码传输数据上发挥优势。本文在此基础上运用传输方向与 $z$ 轴夹角 $\alpha$ 的平面波和涡旋光束作干涉,仿真分析了整数阶和分数阶拉盖尔高斯光束,并在实验中得到验证。通过分数阶和整数阶拉盖尔高斯光束、分数阶和整数阶拉盖尔高斯光束阵列的对比,得出了轨道角动量规律,这有利于轨道角动量复用系统信息的解调。涡旋光束利用轨道角动量这一新自由度作为传输信息的载体,开辟了传输信息模式,拓展了电磁频谱资源<sup>[17]</sup>。

## 2 理论基础

LG光束是一种含有轨道角动量(OAM)的涡旋光束,相位结构是螺旋分布,光束中心光强为零处为相位奇点<sup>[18]</sup>。携带OAM的LG光束在束腰位置( $z=0$ )处的归一化振幅表示为<sup>[19]</sup>:

$$E_{l,p}(\rho, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left( \frac{2p!}{|l|+p} \right)^{1/2} \frac{1}{w_0} \left( \frac{\rho}{w_0} \right)^{|l|} L_p^{|l|} \left( \frac{\rho^2}{w_0^2} \right) \exp\left(-\frac{\rho^2}{2w_0^2}\right) \exp(il\theta), \quad (1)$$

式中 $l$ 为拓扑荷数, $p$ 为径向(辐射)指数, $w_0$ 是高斯光束的束腰半径, $\rho$ 是光波传播的径向半径, $\theta$ 是光波传播的径向角, $L_p^{|l|}$ 是拉格朗日多项式。这里讨论的是单环( $p=0$ )LG光束。

### 2.1 阵列分数阶涡旋光束的复合全息光栅制备原理

涡旋光束具有轨道角动量OAM,在传输信息时,可作为携带信息新的载波。利用水平复相位振幅光栅与垂直复相位振幅光栅叠加,制备出了涡旋光束分数阶与分数阶叠加的干涉图样。假设有一传播方向与 $z$ 轴夹角 $\theta$ 的涡旋光束 $E_1 = \exp(il\theta)$ ,另一束平面波传播方向与 $z$ 轴夹角为 $\alpha$ ,则平面波函数可分别写为: $E_2 = \exp(ikx \sin \alpha + ikz \cos \alpha)$ 、 $E_3 = \exp(iky \sin \alpha + ikz \cos \alpha)$ 。假设两束光的光腰均在 $z=0$ 上,且令 $\alpha = \pi/3$ 。当两束光在该平面发生干涉时,干涉光强分布分别为:

$$I_1 = |E_1 + E_2|^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos(l\theta - kx \sin \alpha), \quad (2)$$

$$I_2 = |E_1 + E_3|^2 = E_1^2 + E_3^2 + 2E_1 E_3 \cos(l\theta - ky \sin \alpha), \quad (3)$$

令 $E_1$ 、 $E_2$ 及 $E_3$ 均为单位振幅。根据(2)式和(3)式,分别获取拓扑荷数 $l$ 取整数1,分数0.5时的垂直位错和横向位错叠加叉形光栅干涉图样,如图1和2。图1和图2的(a)(b)(c)分别表示垂直位错 $l=1$ 、水平位错 $l=1$ 、整数阶叠加叉形光栅以及垂直位错 $l=0.5$ 、水平位错 $l=1.5$ 、分数阶叠加叉形光栅。采用复合叉形光栅,利用不同拓扑荷数 $l$ 和斜入射角 $\alpha$ 取值,改变具有离散相位光束阵列的轨道角动量值和捕获精确程度,离散相位由(2)式中 $l\theta - kx \sin \alpha$ 控制。图2展示了叠加光栅的制备过程,即将垂直位错光栅与水平光栅叠加得到复

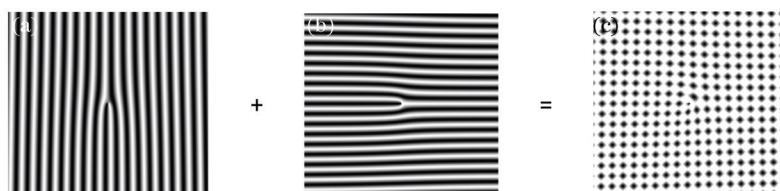


图1 整数阶复合叉形光栅制备原理。(a)  $l=1$  垂直位错;(b)  $l=1$  横向位错;(c) 整数阶  $l=1$  叠加叉形光栅

Fig.1 Principle of preparation of integer composite fork grating. (a)  $l=1$  vertical dislocation; (b)  $l=1$  horizontal dislocation; (c)  $l=1$  integer superposition of fork grating



图2 分数阶复合叉形光栅制备原理。(a)  $l=0.5$  垂直位错;(b)  $l=0.5$  横向位错;(c) 整数阶  $l=0.5$  叠加叉形光栅

Fig.2 Principle of preparation of fractional composite fork grating. (a)  $l=0.5$  vertical dislocation; (b)  $l=0.5$  horizontal dislocation; (c)  $l=0.5$  fractional superposition of fork grating

合相位光栅。图2(a)~(c)干涉光栅的相位表达式分别为:

$$(L_x \theta + kx \sin \alpha) \bmod 2\pi, \quad (4)$$

$$(L_y \theta + ky \sin \alpha) \bmod 2\pi, \quad (5)$$

$$[(L_x \theta + kx \sin \alpha) \bmod 2\pi] + [(L_y \theta + ky \sin \alpha) \bmod 2\pi], \quad (6)$$

式中  $L_x$  是  $x$  方向上的中心位错数,  $L_y$  是  $y$  方向上的中心位错数,  $\theta$  是角分布,  $\sin \alpha$  决定光栅偏离  $x$  轴  $\alpha$  角度, mod 表示取余数, mod  $2\pi$  是以  $2\pi$  为周期。

## 2.2 获取涡旋光束及其阵列的衍射场分布原理

由于改变正弦光栅相位后获取的衍射涡旋光束分布特性不同。当光束相位分布如(4)式时, 即基模高斯光束通过单个叉形光栅后衍射光束的远场分布如(7)式; 同理利用(6)式改变相位分布后制备的叠加叉形光栅光栅, 获取出射光束阵列衍射场中的分布如(8)式<sup>[20]</sup>:

$$u_{\text{single far}}(\rho', \theta') = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n F[u_{00}(\rho, \theta) \exp(inl\theta)] * F[\exp(-inkx \sin \alpha)], \quad (7)$$

$$u_{\text{superposition far}}(\rho', \theta') = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n F[u_{00}(\rho, \theta) \exp(inl\theta)] * F[\exp(-inkx \sin \alpha) \exp(-inky \sin \alpha)], \quad (8)$$

式中  $A_n$  为傅里叶系数,  $F$  为二维傅里叶变换,  $n$  为傅里叶展开阶数,  $k$  为波数,  $u_{00}(\rho, \theta)$  为基模高斯光束,  $(\rho, \theta)$  为傅里叶变换前的坐标,  $(\rho', \theta')$  为经过二维傅里叶变换后的坐标。

## 3 实验分析

### 3.1 实验原理图

实验装置示意图如图3所示, 由 He-Ne 激光器(632.8 nm)发出的激光, 经过透镜组成的扩束系统, 准直入射到反射式空间调制器(RL-SLM-R2), 通过改变加载在 SLM 上的能产生不同涡旋光束阵列的叠加光栅, 得到拓扑荷数相同整数阶、不同整数阶、相同分数阶、不同分数阶叠加的涡旋光束阵列, 经过滤波片滤除杂光, 由 CCD 采集显示在白屏上不同阶数及其叠加的光强分布。

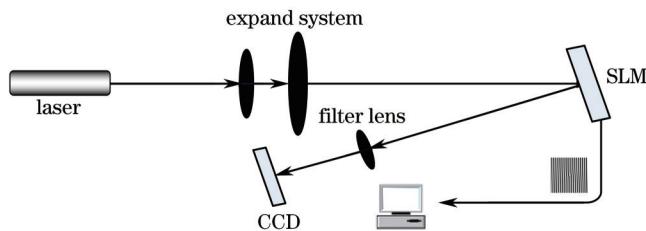


图3 实验装置示意图

Fig.3 Experiment device schematic diagram

在实验过程中发现, 影响光束的光强分布的因素除了中心位错的对准程度, 还有平面波与  $z$  轴的夹角  $\alpha$  的不同取值。与光束正入射 ( $\alpha=0$ ) 相比, 光束斜入射 ( $\alpha \neq 0$ ) 并未影响光束的螺旋相位, 仅对正弦光栅相位有所影响, 对称分布涡旋光束亮斑间距随着平面波与光栅的夹角  $\alpha$  变化而增大<sup>[21]</sup>。实际操作中, 当  $\alpha$  取  $\pi/14$  时, 激光很容易就能对准中心叉形位错, 但衍射出的一级光斑几乎看不到“暗中空”现象; 而当  $\alpha$  取  $\pi/3$  时, 能明显看到干涉光栅中各栅之间的距离缩小, 想要将激光准确打到中心叉形位错, 需要很多次微调, 但更容易捕捉光束光强分布。

### 3.2 实验结果与分析

#### 3.2.1 仿真及制备整数阶与分数阶拉盖尔高斯光束

按照实验装置图, 在激光器波长  $\lambda=632.5$  nm, 传输距离  $z=10$  m, 光斑半径  $w=0.002$  m, 涡旋光束与传输方向夹角  $\theta=\pi$ , 平面波与传输方向夹角  $\alpha=\pi/3$  条件下, 对拓扑荷数为 2, 0.5, 1.5 光栅衍射光斑进行仿真, 并将拓扑荷数为 2, 0.5, 1.5 的干涉光栅分别加载在空间光调制器上, 可获取整、分数阶涡旋光束的衍射光斑。如图4(a)~(f), 图4(a)~(c)与(d)~(f)分别为拓扑荷数取 2, 0.5, 1.5 的理论仿真图和拓扑荷数取 2, 0.5, 1.5 的实验结果图, 比较可得实验拍摄图与理论模拟图基本符合, 也可以看出, 当拓扑荷数取整数时, 图像的光强分布呈圆对称分布; 当拓扑荷数取分数时, 图像明显已不是圆对称分布, 呈现出“缺口”分布, 而且随着拓

拓荷数分数值的增大,“缺口”分布数量增加。这种特别的分布在粒子囚禁和释放等领域有特殊应用<sup>[22]</sup>。

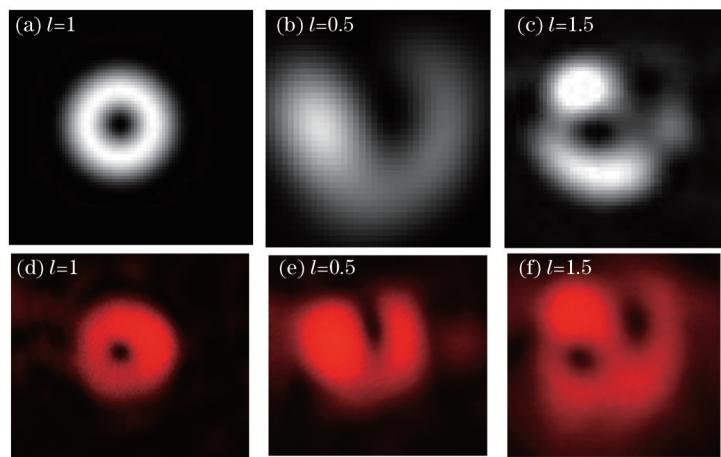


图4 整数阶与分数阶光栅衍射仿真图与实验图。(a)(b)(c)仿真结果; (d)(e)(f)实验结果

Fig.4 Integer order with fractional order grating diffraction simulation diagram and experimental figure.

(a)~(c)Simulation results; (d)~(f)experimental results

图5所示为出射光束在平面波与传输方向夹角 $\alpha$ 不同的情况下,拓扑荷数为0.5的分数阶涡旋光束光强分布情况。图5(a)~(c)分别表示夹角 $\alpha$ 为 $\frac{\pi}{3}$ 、 $\frac{\pi}{4}$ 和 $\frac{\pi}{14}$ 的0.5阶衍射光场,随着夹角角度的增加,“缺口”的非中心对称光强分布弥散越来越大,信息操控能力主要集中在“缺口”处,由此看出,斜入射光束角度影响光束“缺口”弥散。

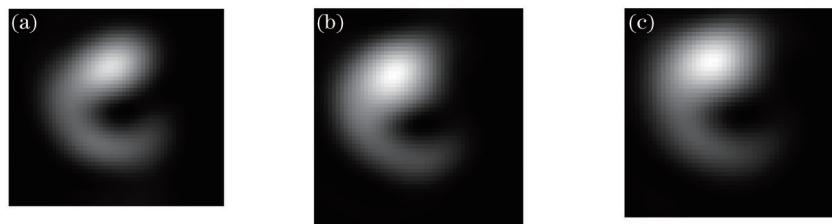


图5 0.5阶斜入射涡旋光束衍射光束仿真结果。(a)  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ ; (b)  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ; (c)  $\alpha = \frac{\pi}{14}$

Fig.5 Simulation results of 0.5 oblique incidence vortex beam diffracted beam. (a)  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ ; (b)  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ; (c)  $\alpha = \frac{\pi}{14}$

### 3.2.2 利用准直叠加光栅衍射拓扑荷数变化的原理

图6(a)和(b)分别是激光器通过横向位错为0.5和垂直位错为0.5叉形光栅的衍射图。随后,又将这两种光栅叠加,通过实验装置图得到3×3的光束阵列,如图6(c)其中8个态携带轨道角动量用于加载信息,1个态(位于正中心)用于对准。

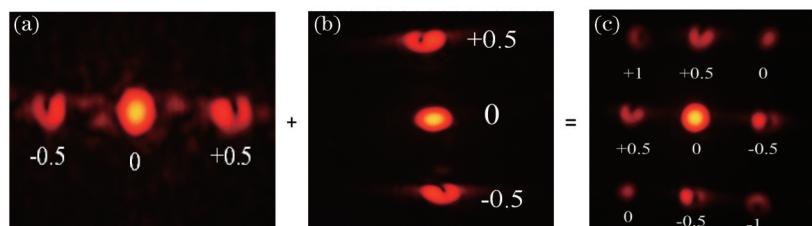


图6 分数阶涡旋光束阵列实验拓扑荷数叠加原理。(a)  $l = 0.5$  水平位错衍射图; (b)  $l = 0.5$  垂直位错衍射图; (c) 叠加光栅衍射图

Fig.6 Experimental superposition principle of fractional charge number vortex beam array topology. (a)  $l = 0.5$  experimental horizontal figure; (b)  $l = 0.5$  experimental vertical figure; (c) fractional experimental superposition grating

运用上述原理,将整数阶与整数阶、分数阶与分数阶叠加的干涉光栅,分别将复相位二元振幅叠加光栅加载到空间光调制器中,实验后光斑如图7(a)~(c)。

图7中(a)表示相同整数阶拓扑荷叠加的光斑图,即当水平和垂直的拓扑荷为2时,经过调制器后产生的光束阵列的拓扑荷数为-4,-2,-2,0,0,0,+2,+2,+4。图7(b)也同样是整数阶拓扑荷叠加的光斑图。对比

图7(a)和(b),  $l$  越大, 叠加光束阵列的光斑越弥散。图7(c)是不同整数阶拓扑荷叠加的光斑图, 其水平拓扑荷为2, 垂直拓扑荷为3, 经过调制器后产生的光束阵列的拓扑荷数为 $-5, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 5$ 。对比(a)和(c)图中的光斑阵列拓扑荷数, 发现相同条件下传输携带信息的光束时, 图7(c)光斑阵列可传输更多的信息相位, 利用率较高。

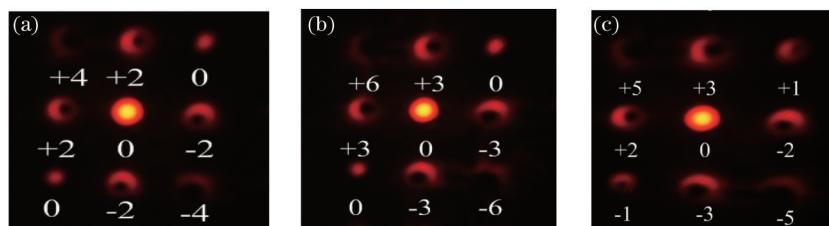


图7 加载不同整数阶叠加光栅后, 得到的涡旋光束阵列。(a)(b)(c)分别表示叠加拓扑荷数 $2+2, 3+3$ 以及 $2+3$ 的涡旋光束阵列  
Fig.7 Vortex beam array by loading superposition gratings of different integer orders. (a)(b)(c) is the vortex beam array  
that is respectively superposition topological number of  $2+2, 3+3$  and  $2+3$

图8(a)表示相同分数阶拓扑荷数叠加的光斑图, 即当水平和垂直的拓扑荷为0.5时, 通过调制器产生的光束阵列的拓扑荷依次为: $-1, -0.5, -0.5, 0, 0, 0, +0.5, +0.5, +1$ 。对比图8(a)和图7(a), 同样传输八个相位信息时, 两幅图有效信息相位个数为六个, 但图8(a)的光斑比图7(a)光斑更完整, 更亮。图8(b)表示不同分数阶拓扑荷数叠加的光斑图, 水平拓扑荷为0.5, 垂直拓扑荷为1.5, 经调制后的光束阵列拓扑荷数为: $-2, -1.5, -1, -0.5, 0, +0.5, +1, +1.5, +2$ 。等间隔的传输相位信息, 与图7(c)相比, 更具有连续性。图8(c)表示分数与整数阶拓扑荷数相叠加的光斑图, 经调制后的光束阵列拓扑荷数为: $-2.5, -2, -1.5, -0.5, 0, +0.5, +1.5, +2, +2.5$ 。

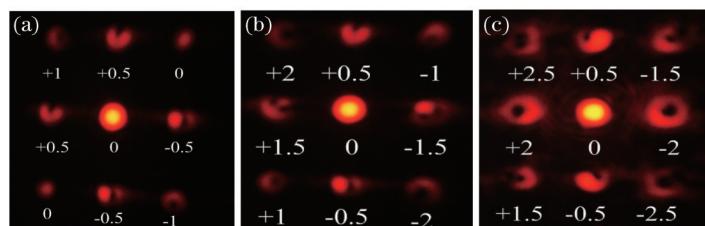


图8 加载不同分数阶叠加光栅后, 得到的涡旋光束阵列。(a),(b),(c)分别表示叠加拓扑荷数 $0.5+0.5, 0.5+1.5$   
以及 $2+0.5$ 的涡旋光束阵列

Fig.8 Vortex beam array by loading superposition gratings of different fractional orders. (a), (b), (c) is the vortex beam  
array that is respectively superposition topological number of  $0.5+0.5, 0.5+1.5$  and  $2+0.5$

通过比较, 发现分数阶涡旋光束与整数阶涡旋光束一样充当载体运载信息时, 随着调制光栅叠加方式的改变, 得到的光斑阵列携带的拓扑荷数也会随之改变。结果显示了经不同分数阶叠加光栅调制光栅得到的光束载体阵列, 在传递信息时, 对其信息相位的分解的效率最高, 且等间隔分解, 有利于接收端恢复信息, 在实验相同设备和路径下, 较整数阶及其他光斑阵列光强较强, 有利于远距离传输。

## 4 结 论

理论上分析了与传输方向夹角为 $\theta$ 的斜入射分数阶涡旋光束光强分布, 以及分数阶叠加光栅, 并在实验上制备出来。通过对比仿真衍射图和实验制备获取图样, 验证此实验方法的可靠性。通过对比相同整数阶、不同整数阶、相同分数阶、不同分数阶、整数阶与分数阶制备出的光斑图, 运用叠加光栅得到不同的轨道角动量序列, 分析了光束经过不同叠加光栅调制后得到的轨道角动量序列: 不同序列数代表不同载波, 对同一光束的信息进行调制时, 分数阶与分数阶叠加产生的轨道角动量序列中可传的序列数量种类较其他不同阶数叠加产生的轨道角动量序列种类多。可以看到相同测量条件下, 分数阶涡旋光束阵列光强分布较强, 当加载不同分数阶叠加光栅时, 得到的光束轨道角动量序列不同拓扑荷数 $l$ 值最多, 这为轨道角动量复用系统收端精准解调信息提供一定的理论和实验依据。

## 参 考 文 献

1 L Allen, M W Beijersbergen, R J Spreeuw, et al.. Orbital angular momentum of light and the transformation of

- Laguerre-Gaussian laser modes[J]. *Phy Rev A*, 1992, 45(7): 8185–8189.
- 2 Heckenberg, N R McDuff, R Smith, *et al.*. Generation of optical phase singularities by computer generated holograms [J]. *Opt Lett*, 1992, 17(3): 221–223.
- 3 Qi Xiaoqing, Gao Chunqing. Experimental study of spiral phase beam orbital angular momentum states measurement [J]. *Acta Physics Sinica*, 2011, 60(1): 014208.  
齐晓庆, 高春清. 螺旋相位光束轨道角动量态测量的实验研究[J]. 物理学报, 2011, 60(1): 014208.
- 4 Wei Gongxiang, Liu Xiaojuan, Liu Yunyan, et al.. Spin and orbital angular momentum of light[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2014, 51(10): 100004.  
魏功祥, 刘晓娟, 刘云燕, 等. 光的自旋和轨道角动量[J]. 激光与光电子学进展, 2014, 51(10): 100004.
- 5 Brijesh Kumar Singh, G Singh, P Senthilkumaran, *et al.*. Generation of optical vortex arrays using single-element reversed-wavefront folding interferometer[J]. *International Journal of Optics*, 2012, 10(68): 689612.
- 6 Lü Hong, Ke Xizheng. Research on the beam with orbital angular momentum used in encoding and decoding of optical communication[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(2): 331–335.  
吕 宏, 柯熙政. 具有轨道角动量光束用于光通信编码及解码研究[J]. 光学学报, 2009, 29(2): 331–335.
- 7 Liu Yidong, Gao Chunqing, Gao Mingwei. Super position and detection of two helical beams for optical orbital angular momentum communication[J]. *Optics Communication*, 281(14): 3636–3639.
- 8 Xin Jingtao, Gao Chunqing, Li chen, *et al.*. Propagation of helical beams through amplitude diffractive optical elements and the measurement of topological charge[J]. *Acta Physics Sinica*, 2012, 61(17): 174202.  
辛璟焘, 高春清, 李 辰, 等. 螺旋光束经过振幅型衍射光学元件的传输特性及其拓扑电荷数的测量[J]. 物理学报, 2012, 61(17): 174202.
- 9 Liu Yongxin, Tao Hua, Pu Jixiong. Measurement of orbital angular momentum of an optical vortex beam by using a rhombus aperture[J]. *Chinese J Laser*, 2011, 38(s1): s102010.  
刘永欣, 陶 华, 蒲继雄. 菱形光栅衍射探测涡旋光束的轨道角动量[J]. 中国激光, 2011, 38(s1): s102010.
- 10 Liu Man. Novel method to detect the orbital angular momentum in optical vortex beams[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(3): 0326002.  
刘 曼. 探测涡旋光束轨道角动量的新方法[J]. 光学学报, 2013, 33(3): 0326002.
- 11 Li Hongwei, Chen Wei, Huang Jingzheng, *et al.*. Security of quantum key distribution in Chinese[J]. *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2012, 42(11): 1237–1255.  
李宏伟, 陈 巍, 黄靖正, 等. 量子密码安全性研究[J]. 中国科学: 物理学力学天文学, 2012, 42(11): 1237–1255.
- 12 Lü Hong, Ke Xizheng. Effects of aperture on the orbital angular momentum of hollow vortex beam[J]. *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2011, 41(8): 932–941.  
吕 宏, 柯熙政. 光阑对暗中空涡旋光束轨道角动量的影响[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2011, 41(8): 932–941.
- 13 Ke XiZheng, Guo Xinlong. Realization of optical phase information encode by using orbital angular momentum of light beam[J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2015, 32(1): 69–76.  
柯熙政, 郭新龙. 用光束轨道角动量实现相位信息编码[J]. 量子电子学报, 2015, 32(1): 69–76.
- 14 Graham Gibson, Johannes Courtial, Miles J, *et al.*. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum[J]. *Optics Express*, 2004, 12(22): 5448–5456.
- 15 Guy Indebetouw. Optical vortices and their propagation[J]. *Journal of Modern Optics*, 1993, 40(1): 73–87.
- 16 Liu Hui, Chen Ziyang, Pu Jixiong. Detection of the orbital angular momentum of fractional optical vortex beams[J]. *Journal of Optoelectronics Laser*, 2009, 20(11): 1478–1482.  
刘 辉, 陈子阳, 蒲继雄. 分数阶涡旋光束的轨道角动量的测量[J]. 光电子激光, 2009, 20(11): 1478–1482.
- 17 Huang Ming, Mao Fuchun, Zeng Jia, *et al.*. Multiplexing technology of the orbital angular momentum[J]. *China Radio*, 2013, 5: 34–37.  
黄 铭, 毛福春, 曾 佳, 等. 轨道角动量复用技术[J]. 中国无线电, 2013, 5: 34–37.
- 18 Gibson G, Courtial J, Padgett M J, *et al.*. Free space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum[J]. *Optics Express*, 2004, 12(22): 5448–5456.
- 19 Courtial J, Robertson D A, Dholakia K, *et al.*. Measurement of the rotational frequency shift imparted to a rotating light beam possessing orbital angular[J]. *Phys Rev Lett*, 1998, 81(15): 3217–3219.
- 20 Li Feng, Gao Chunqing, Liu Yidong, *et al.*. Experimental study of the generation of Laguerre-Gaussian beam using a

- computer-generated amplitude grating[J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57(2): 860–866.  
李 丰, 高春清, 刘义东, 等. 利用振幅光栅生成拉盖尔高斯光束的实验研究[J]. 物理学报, 2008, 57(2): 860–866.
- 21 Meng Xiangjun, Zhu Yanying, Chen Zhiting, *et al.*. Properties of vortex beams with plane beam oblique incidence of fork-shaped grating[J]. Chinese J Laser, 2013, 40(2): 0202008.  
孟祥君, 朱艳英, 陈志婷, 等. 平面光斜入射叉形光栅获取涡旋光束的特性[J]. 中国激光, 2013, 40(2): 0202008.
- 22 Fang Guijuan, Sun Shunhong, Pu Jixiong. Experimental study on fractional double-vortex beams[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(6): 064210.  
方桂娟, 孙顺红, 蒲继雄. 分数阶双涡旋光束的实验研究[J]. 物理学报, 2012, 61(6): 064210.

栏目编辑: 刘丰瑞