

# 大气通信中部分相干径向偏振光束的束宽展宽和角扩展研究

陈顺意 丁攀峰\* 蒲继雄

华侨大学信息科学与工程学院, 福建省光传输与变换重点实验室, 福建 厦门 361021

**摘要** 根据广义惠更斯-菲涅耳原理及交叉谱密度矩阵推导出部分相干径向偏振光束及高斯光束在大气通信中二阶矩束宽的解析表达式,同时通过对比大气湍流强度、相干长度及光源波长对两种光束在大气通信中束宽展宽及角扩展的影响,说明部分相干径向偏振光束在大气通信中更具优越性。研究表明,部分相干径向偏振光束及高斯光束在大气湍流中的传输都满足如下规律:大气湍流强度越大,则束宽展宽越大,角扩展越大;光源相干长度越大,则光束受大气湍流的影响越大,角扩展越小;光源波长越长,光束受大气湍流的影响越小,角扩展越大。但大气湍流强度、光源相干长度及波长三方面对部分相干径向偏振光束束宽展宽的影响远小于其对高斯光束束宽展宽的影响,即同一参数下,高斯光束束宽展宽远大于部分相干径向偏振光束束宽展宽。此外,高斯光束的角扩展不仅与上述三参量有关,还受其光束束腰宽度影响,而光束的束腰宽度对部分相干径向偏振光束的角扩展并不产生影响。以上结论表明部分相干径向偏振光束相对于高斯光束更有利于在大气湍流中传输,同时关于大气湍流强度、光源相干长度及波长三参量的研究,对于部分相干径向偏振光束在大气光通信中的应用具有指导作用。

**关键词** 大气通信;束宽展宽及角扩展;二阶矩束宽;径向偏振光束

中图分类号 O436.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP52.080103

## Width and Angular Spreading of Partially Coherent Radially Polarized Beam in Atmospheric Communication

Chen ShunYi Ding Panfeng Pu Jixiong

*Fujian Provincial Key Laboratory of Light Propagation and Transform, College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 361021, China*

**Abstract** Based on the theory of generalized Huygens-Fresnel and the cross-spectral density matrix, the analytic expressions of mean-squared beam width of partially coherent radially polarized (PCRP) beam and Gaussian Schell-mode (GSM) beam in atmospheric communication are derived. By comparing the influence of turbulence, coherence length and source wavelength on the spreading of width and angular between the two kinds of beams, it shows that the PCRP beam has superiority in atmospheric communication than GSM beam. The result shows that the propagations of the PCRP beam and the GSM beam in turbulence follow the same rules. The larger the turbulence is, the larger the spreading of width and angular is. The larger the coherence length is, then the more the effect of turbulence on the PCRP beam is, the smaller the angular spreading is. The larger the source wavelength is, then the less the effect of turbulence on the PCRP beam is, the larger the angular spreading is. But the PCRP beam is far less affected by turbulence, coherence length and source wavelength than the GSM beam, which means the spreading of width of the GSM beam is larger than that of the PCRP beam. In addition, the spreading of angular of the GSM beam not only relates to the three parameters above, but also is affected by the width of the source beam which is nothing to do with the spreading of angular of the PCRP beam. The above conclusions show that the PCRP beam is more beneficial to atmospheric communication than the GSM beam, and the study about turbulence, coherence length and source wavelength has a guiding role for the application of PCRP beam in atmospheric communication.

收稿日期: 2015-03-25; 收到修改稿日期: 2015-04-12; 网络出版日期: 2015-07-21

基金项目: 国家自然科学基金(61307001, 61178015)、福建省自然科学基金(2013J05094, 2014J05007)

作者简介: 陈顺意(1990—), 女, 硕士研究生, 主要从事矢量光束的传输研究。E-mail: 423877680@qq.com

导师简介: 丁攀峰(1980—), 男, 博士, 副教授, 主要从事光束传输方面的研究。E-mail: dingpanfeng@163.com

**Key words** atmospheric communications; spreading of beam width and angular; mean-squared beam width; radially polarized beam

**OCIS codes** 010.1300; 010.1320; 030.1640; 260.1960

## 1 引言

近年来,激光束以其良好的相干性及方向性在光通信领域产生了深刻影响,特别是在遥感、跟踪及远距离光传输等领域。为此,关于激光束在大气通信中的光束展宽及角扩展性质的研究已引起越来越多人的重视。部分相干光的存在具有普遍性,在大气湍流中传输部分相干光远比完全相干光束更具稳定性<sup>[1]</sup>。国内外已有许多学者对部分相干光束在大气湍流中传输的束宽展宽及角扩展进行了研究。2003年,Shirai等<sup>[2]</sup>对部分相干光束在大气湍流传输中产生的展宽现象进行了模式分析,同年,他们还对高斯-谢尔模式光束在大气湍流传输中的方向性进行了研究<sup>[3]</sup>。2006年,四川师范大学研究了部分相干平顶高斯光束在大气介质中传输的展宽性质<sup>[4]</sup>,2008年,他们还对部分相干厄米-高斯光束在大气湍流传输中的扩展及方向性进行了深入探讨<sup>[5]</sup>。自1972年径向偏振光束首次由实验获得以来<sup>[6]</sup>,其独特的聚焦特性在光学存储、光镊,粒子加速等领域备受关注<sup>[7-8]</sup>,通过径向偏振调制器或者矢量叠加的方法可以将线偏振高斯光束转化为径向偏振光束<sup>[9]</sup>。

作为新型光束,径向偏振光在大气通信中也具有应用前景,其在大气中传输时的闪烁因子与光源的相干性密切相关<sup>[10]</sup>。将部分相干特性与径向偏振光束相结合的研究已有许多<sup>[11-12]</sup>,但关于部分相干径向偏振光束束宽展宽及角扩展的研究还很少,本文主要研究部分相干径向偏振光束在大气通信中的束宽扩展及角扩展现象,推导出部分相干径向偏振光束的二阶矩束宽及远场发散角的解析表达式,对比部分相干径向偏振光束及高斯光束在束宽展宽及角扩展上的差异,反映部分相干径向偏振光束在大气通信中的优势,同时,分析了束宽展宽与角扩展随大气湍流强度、相干性及入射波长的变化规律,探讨其在大气传输中的光斑特性。

## 2 二阶矩束宽

通常情况下,源平面上的部分相干径向偏振光束的性质满足高斯-谢尔模型,其统计振幅及横向相干度<sup>[13]</sup>为

$$\begin{cases} E(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{r}}{w} \exp\left(-\frac{r^2}{w}\right) \\ \mu_{ij}^{(0)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \exp\left[-\frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2}{\delta^2}\right], \quad i, j = x, y \end{cases}, \quad (1)$$

式中 $w$ 为光束的束腰宽度, $\delta$ 为横向相干长度。由于部分相干径向偏振光束电场的 $x$ 、 $y$ 分量互易,因此 $\delta_{xx} = \delta_{yy} = \delta_{xy} = \delta_{yx} = \delta$ 。在直角坐标系下,源场 $x$ 、 $y$ 方向分量的统计振幅及横向相干度可以表示为

$$\begin{cases} E_x(x', y') = \frac{x'}{w} \exp\left(-\frac{x'^2 + y'^2}{w}\right) \\ E_y(x', y') = \frac{y'}{w} \exp\left(-\frac{x'^2 + y'^2}{w}\right) \\ \mu^{(0)}(x'_1, y'_1, x'_2, y'_2) = \exp\left[-\frac{x_1'^2 + y_1'^2 + x_2'^2 + y_2'^2 - 2x_1'x_2' - 2y_1'y_2'}{\delta^2}\right] \end{cases}, \quad (2)$$

坐标的上撇号与源平面相对应,观测平面上的点用 $x$ 、 $y$ 表示。利用 $2 \times 2$ 交叉谱密度矩阵,平面上部分相干径向偏振光束在两点间的相关特性表征为<sup>[14]</sup>

$$\mathbf{W}(x'_1, y'_1, x'_2, y'_2, \omega) = \begin{bmatrix} W_{xx}(x'_1, y'_1, x'_2, y'_2, \omega) & W_{xy}(x'_1, y'_1, x'_2, y'_2, \omega) \\ W_{yx}(x'_1, y'_1, x'_2, y'_2, \omega) & W_{yy}(x'_1, y'_1, x'_2, y'_2, \omega) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中矩阵元

$$W_{ij}(x'_1, y'_1, x'_2, y'_2, \omega) = \langle E_i^*(x'_1, y'_1, \omega) E_j(x'_2, y'_2, \omega) \rangle, \quad i = x, y, j = x, y. \quad (4)$$

将(2)式代入(4)式,可得源平面处的交叉谱密度元

$$W_{ij}(x'_1, y'_1, x'_2, y'_2) = \frac{i_j j_2}{w^2} \exp\left(-\frac{x_1'^2 + y_1'^2 + x_2'^2 + y_2'^2}{w^2}\right) \times \exp\left(-\frac{x_1'^2 + y_1'^2 + x_2'^2 + y_2'^2 - 2x_1'x_2' - 2y_1'y_2'}{\delta^2}\right), \quad i, j = x, y. \quad (5)$$

根据广义惠更斯-菲涅耳衍射积分原理,部分相干径向偏振光束在大气湍流中传输一段距离后,交叉谱密度矩阵元可以表示为<sup>[15]</sup>

$$W_{ij}(x_1, y_1, x_2, y_2, z) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \iint dx'_1 dy'_1 dx'_2 dy'_2 W_{ij}(x'_1, y'_1, x'_2, y'_2, z=0) \times \exp\left\{-\frac{ik}{2z}[(x_1 - x'_1)^2 + (y_1 - y'_1)^2]\right\} \exp\left\{-\frac{ik}{2z}[(x_2 - x'_2)^2 + (y_2 - y'_2)^2]\right\} \times \left\langle \exp[\psi^*(x_1, y_1, x'_1, y'_1, z) + \psi^*(x_2, y_2, x'_2, y'_2, z)] \right\rangle_{at}, \quad i, j = x, y \quad (6)$$

式中  $k = 2\pi/\lambda$  为入射光束的波数,  $\lambda$  为入射光束波长。 $\langle \cdot \rangle_{at}$  表示大气湍流介质的系综平均值,通常情况下<sup>[14]</sup>

$$\left\langle \exp[\psi^*(x_1, y_1, x'_1, y'_1, z) + \psi^*(x_2, y_2, x'_2, y'_2, z)] \right\rangle_{at} \approx \exp\left[-\frac{(x'_1 - x'_2)^2 + (y'_1 - y'_2)^2}{\rho_0^2(z)}\right], \quad (7)$$

$$\rho_0(z) = (0.545 C_n^2 k^2 z)^{-3/5}, \quad (8)$$

式中  $\rho_0$  表示电磁场在大气湍流中传输时的空间相干性半径,大气湍流中传输时符合 Kolmogorov 模型,  $C_n^2$  为表征大气湍流强弱的折射率结构常数<sup>[1]</sup>。将(5)式、(7)式、(8)式代入(6)式,通过冗长的积分计算及简化,可得观测平面上的交叉谱密度矩阵元为

$$\begin{cases} W_{xx}(x_1, y_1, x_2, y_2, z) = C' \times \frac{2}{\Omega^2} \times \left[ \frac{\pi}{2\gamma^4} + \left( \frac{p}{2\gamma^2} + \frac{ik\Omega^2 x_1}{2z} \right) \frac{p}{2\gamma^2} \times \frac{\pi}{\gamma^2} \right] \\ W_{xy}(x_1, y_1, x_2, y_2, z) = C' \times \frac{2}{\Omega^2} \times \left( \frac{p}{2\gamma^2} + \frac{ik\Omega^2 x_1}{2z} \right) \frac{q}{2\gamma^2} \times \frac{\pi}{\gamma^2} \\ W_{yx}(x_1, y_1, x_2, y_2, z) = C' \times \frac{2}{\Omega^2} \times \left( \frac{q}{2\gamma^2} + \frac{ik\Omega^2 y_1}{2z} \right) \frac{p}{2\gamma^2} \times \frac{\pi}{\gamma^2} \\ W_{yy}(x_1, y_1, x_2, y_2, z) = C' \times \frac{2}{\Omega^2} \times \left[ \frac{\pi}{2\gamma^4} + \left( \frac{q}{2\gamma^2} + \frac{ik\Omega^2 y_1}{2z} \right) \frac{q}{2\gamma^2} \times \frac{\pi}{\gamma^2} \right] \\ C' = \frac{\pi}{2\alpha^4} C_0 \exp\left[-\frac{k^2(x_1^2 + y_1^2)}{4z^2\alpha^2} + \frac{p^2 + q^2}{4\gamma^2}\right] \end{cases} \quad (9)$$

(9)式中的相关参量表示为

$$\begin{cases} \frac{1}{\Omega^2} = \frac{1}{\delta^2} + \frac{1}{\rho_0^2(z)}, C_0 = \frac{1}{w^2} \left( \frac{k}{2\pi z} \right)^2 \exp\left[\frac{-ik}{2z}(x_1^2 + y_1^2 - x_2^2 - y_2^2)\right] \\ \alpha^2 = \frac{1}{w^2} + \frac{1}{\Omega^2} + \frac{ik}{2z}, \beta^2 = \frac{1}{w^2} + \frac{1}{\Omega^2} - \frac{ik}{2z}, \gamma^2 = \beta^2 - \frac{1}{\alpha^2\Omega^4} \\ p = i\frac{k}{z} \left( \frac{1}{\alpha^2\Omega^2} x_1 - x_2 \right), q = i\frac{k}{z} \left( \frac{1}{\alpha^2\Omega^2} y_1 - y_2 \right) \end{cases} \quad (10)$$

$\Omega$  表征等效相干长度。部分相干径向偏振光束传输一段距离后的光强用交叉谱密度矩阵表示为<sup>[15]</sup>

$$I = \text{Tr}[W(\mathbf{r}, \mathbf{r})] = W_{xx}(x, y, x, y, z) + W_{yy}(x, y, x, y, z), \quad (11)$$

$\text{Tr}$  表示矩阵的迹。令(9)式、(10)式中的  $x_1 = x_2 = x, y_1 = y_2 = y$  并代入(11)式,可得部分相干径向偏振光束传输一段距离  $z$  后关于半径  $\rho$  的光强分布

$$I = W_{xx}(x, y, x, y, z) + W_{yy}(x, y, x, y, z) = \frac{k^2 w^6 \Omega^2 (32w^2 z^4 + 16z^4 \Omega^2 + 4\rho^2 k^2 z^2 \Omega^4 + 4z^2 k^2 \Omega^2 w^4 + k^4 \Omega^4 w^4 \rho^2)}{(8w^2 z^2 + k^2 \Omega^2 w^4 + 4z^2 \Omega^2)^3} \times \exp\left\{-\frac{2k^2 w^2 \rho^2 \Omega^2}{8z^2 w^2 + k^2 \Omega^2 w^4 + 4z^2 \Omega^2}\right\} \quad (12)$$

光束二阶矩束宽定义为<sup>[16]</sup>

$$w^2(z) = \frac{2 \int \rho^2 I d\rho}{\int I d\rho} = \frac{2F_1}{F_0}. \quad (13)$$

将(12)式代入(13)式,积分化简后可得

$$w(z)|_{\text{RP}} = \sqrt{\frac{16w^2z^2 + 3\Omega^2(k^2w^4 + 4z^2)}{16w^2z^2 + \Omega^2(k^2w^4 + 4z^2)} \times \frac{8w^2z^2 + \Omega^2(k^2w^4 + 4z^2)}{2k^2w^2\Omega^2}}. \quad (14)$$

(14)式即为部分相干径向偏振光束在大气通信中的二阶矩束宽的解析表达式。为了观测部分相干径向偏振光束经大气传输一段距离后的束宽扩展情况,引入相对二阶矩束宽,以便将观测平面处的束宽与源平面处的束宽进行对比

$$\frac{w(z)}{w(0)}|_{\text{RP}} = \sqrt{\frac{16w^2z^2 + 3\Omega^2(k^2w^4 + 4z^2)}{16w^2z^2 + \Omega^2(k^2w^4 + 4z^2)} \times \frac{8w^2z^2 + \Omega^2(k^2w^4 + 4z^2)}{k^2w^2\Omega^2}}{3w^2}. \quad (15)$$

一般情况下,源平面处部分相干高斯光束的谱密度表达式为

$$W_{\text{GSM}}(x'_1, y'_1, x'_2, y'_2, z=0) = \exp\left(-\frac{x_1'^2 + y_1'^2 + x_2'^2 + y_2'^2}{w^2}\right) \times \exp\left(-\frac{x_1'^2 + y_1'^2 + x_2'^2 + y_2'^2 - 2x_1'x_2' - 2y_1'y_2'}{\delta^2}\right), \quad (16)$$

按照类似推导过程,可得传输一段距离 $z$ 后,高斯光束谱密度矩阵元

$$W_{\text{GSM}}(x_1, y_1, x_2, y_2) = \frac{\pi}{\alpha^2} C_0 \exp\left[-\frac{k^2(x_1^2 + y_1^2)}{4z^2\alpha^2} + \frac{p^2 + q^2}{4\gamma^2}\right] \times \frac{\pi}{\gamma^2}, \quad (17)$$

式中相关参数与(10)式一致。令 $x_1=x_2=x, y_1=y_2=y$ ,求得观测面处部分相干高斯光束的光强分布,为便于二阶矩束宽的计算,将(10)式中的 $p, q$ 表达式代入(17)式,同时化简为

$$I_{\text{GSM}}(x, y, x, y) = \frac{\pi^2}{\alpha^2 \gamma^2} C_0 \exp\left\{-\left[\frac{k^2}{4z^2\alpha^2} + \frac{k^2}{4\gamma^2 z^2} \left(\frac{1}{\alpha^2 \Omega^2} - 1\right)\right](x^2 + y^2)\right\}, \quad (18)$$

结合(13)式,经过冗长的数学计算,最终高斯光束的二阶矩束宽表示为

$$w(z)|_{\text{GSM}} = \sqrt{w^2 + \frac{4z^2}{k^2} \left(\frac{1}{w^2} + \frac{2}{\Omega^2}\right)}, \quad (19)$$

相应地,相对二阶矩束宽为

$$\frac{w(z)}{w(0)}|_{\text{GSM}} = \frac{\sqrt{w^2 + \frac{4z^2}{k^2} \left(\frac{1}{w^2} + \frac{2}{\Omega^2}\right)}}{w}. \quad (20)$$

(15)式、(20)式分别为部分相干径向偏振光束及高斯光束的相对二阶矩束宽表达式。基于上述理论分析,以下通过对比部分相干径向偏振光束与部分相干高斯光束在大气湍流、相干长度及入射波长三方面对相对二阶矩束宽随传输距离演变的具体影响,分析部分相干径向偏振光束在大气通信中的应用优势。

## 2.1 大气湍流强度对束宽的影响

图1为部分相干径向偏振光束(RP)与高斯光束(GSM)在不同大气湍流下的相对二阶矩束宽随传输距离的变化规律。特别地,折射率结构参数为0,表征部分相干径向偏振光束在自由空间中的传输。

如图1所示,实线代表高斯光束的相对二阶矩束宽分布曲线,虚线代表部分相干径向偏振光束的相对二阶矩束宽分布曲线,总体而言,实线值远大于虚线值并且实线斜率大于虚线斜率,这说明部分相干径向偏振光束在大气中传输时,其二阶矩束宽的展宽受传输距离的影响较高斯光束小,更适于在大气中通信传输;同时,在大气湍流强度 $C_n^2$ 增大时,曲线斜率随距离增大而增大的现象越明显,即大气湍流强度越强,二阶矩束宽展宽越明显。并且图中三条虚线间距远比三条实线间距小,这说明部分相干径向偏振光束在大气湍流中传输时,其二阶矩束宽的展宽受大气湍流强度的影响比高斯光束小。

## 2.2 光源相干性对束宽的影响

图2(a)、(b)分别为不同相干长度下,部分相干径向偏振光束及高斯光束相对二阶矩束宽随距离变化的曲线,实线代表在大气湍流中的传输,虚线代表在自由空间中的传输。

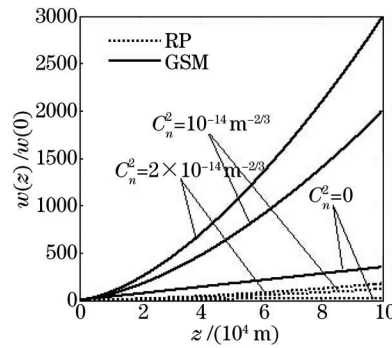


图1 不同大气湍流下的相对二阶矩束宽随传输距离 $z$ 的分布曲线,  $\delta=0.01\text{ m}$ ,  $w=0.01\text{ m}$ ,  $\lambda=632.8\text{ nm}$   
 Fig.1 Relative mean-squared width versus propagation distance  $z$  for different values of turbulence,  $\delta=0.01\text{ m}$ ,  $w=0.01\text{ m}$ ,  $\lambda=632.8\text{ nm}$

由图2可知,无论是在大气湍流中还是在自由空间中传输,曲线的斜率都随相干长度的增大而逐渐减小,即相干长度越大,束宽展宽越小。然而,同一传输距离下,随相干长度的增大,实线与虚线间的差值却逐渐增大,例如,在传输距离8 km处,对于图2(a),光源相干长度为0.003 m时,实线与虚线的差值约为0.41373,而当光源相干长度为0.008、0.02 m时,实线与虚线的差值分别约为0.77273、0.87857,对于图2(b),相干长度为0.003、0.008、0.02 m时,实线与虚线差值依次约为7.31290、14.81484、19.99006,由此可见,图2(a)的实线与虚线间差值明显比图2(b)小。所以光源相干长度越大,光束受大气湍流的影响越显著,但相干长度对部分相干径向偏振光束束宽展宽的影响远小于高斯光束。

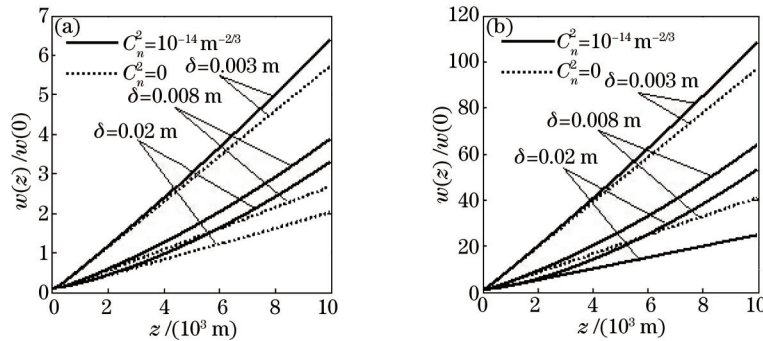


图2 不同相干长度下的相对二阶矩束宽随传输距离 $z$ 的分布曲线,  $w=0.01\text{ m}$ ,  $\lambda=632.8\text{ nm}$ 。  
 (a) 部分相干径向偏振光; (b) 高斯光

Fig.2 Relative mean-squared width versus propagation distance  $z$  for different coherence lengths, and  $w=0.01\text{ m}$ ,  $\lambda=632.8\text{ nm}$ . (a) PCRP beam; (b) GSM beam

2.3 光源波长对束宽的影响

图3反映部分相干径向偏振光束及高斯光束在大气湍流中传输时波长对其二阶矩束宽的影响。

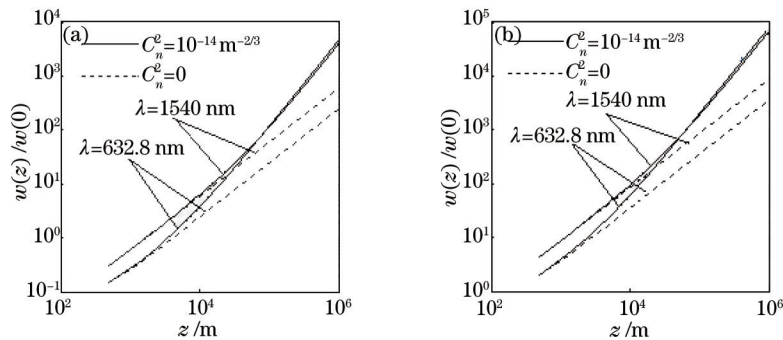


图3 不同入射波长下的相对二阶矩束宽随传输距离 $z$ 的分布曲线,  $\delta=0.01\text{ m}$ ,  $w=0.01\text{ m}$ 。  
 (a) 部分相干径向偏振光; (b) 高斯光

Fig.3 Relative mean-squared width versus propagation distance  $z$  for different source lengths, and  $\delta=0.01\text{ m}$ ,  $w=0.01\text{ m}$ . (a) PCRP beam; (b) GSM beam

由图3可知,在近场处传输时,光源波长越长,实线斜率越大,但在同一传输距离处,实线与虚线间的差值随着光源波长的增大而减小;而在远场处传输时,光源波长越长,实线斜率反而越小,同一传输距离下,实线与虚线间的差值仍随光源波长的增大而减小。例如,在传输距离为10 km的近场处,对于图3(a),光源波长为632.8 nm时,实线与虚线的差值约为1.30218,光源波长为1540 nm时,实线与虚线的差值约为0.44176;而对于图3(b),光源波长为632.8 nm,实线与虚线的差值为25.49426,光源波长为1540 nm,实线与虚线的差值为9.49324。在传输距离为1000 km的远场处,对于图3(a),光源波长为632.8 nm时,实线与虚线的差值约为4278,而当光源波长为1540 nm时,实线与虚线的差值约为3238;对于图3(b),波长为632.8 nm,实线与虚线的差值约为7471,波长为1540 nm,实线与虚线的差值约为5745。可见,光源波长越长时,相应实线与虚线的差值越小,光束受大气湍流的影响越小;同时,同一光源波长下,图3(a)中实线与虚线差值始终比图3(b)中实线与虚线差值小,即部分相干径向偏振光束在大气湍流中传输时,其束宽展宽受光源波长的影响远比高斯光束小。

### 3 角扩展

光束在大气湍流中传输,角扩展是另一项重要参数。根据(14)式可以计算出部分相干径向偏振光束在大气通信中的远场发散角

$$\theta(z)|_{\text{RP}} \equiv \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{w(z)}{z} = \sqrt{\frac{16w^2 z^2 + 3\Omega^2(k^2 w^4 + 4z^2)}{16w^2 z^2 + \Omega^2(k^2 w^4 + 4z^2)} \times \frac{8w^2 z^2 + \Omega^2(k^2 w^4 + 4z^2)}{2k^2 w^2 \Omega^2}}, \quad (21)$$

当传输距离 $z$ 取无穷大时,结合等效相干长度的定义, $\theta$ 可以近似简化为

$$\theta|_{\text{RP}} \approx \frac{\sqrt{24}}{k\Omega} = \frac{\sqrt{24}}{k} \sqrt{\frac{1}{\rho_0^2} + \frac{1}{\delta^2}}. \quad (22)$$

同理可得,高斯光束的远场发散角

$$\theta|_{\text{GSM}} \approx \frac{\sqrt{6}}{k} \sqrt{\frac{1}{2w^2} + \frac{1}{\rho_0^2} + \frac{1}{\delta^2}}, \quad (23)$$

$C_n^2=0$ ,  $\rho_0 \rightarrow \infty$ 代表光束在自由空间中的传输,此时 $\Omega=\delta$ ,有

$$\begin{aligned} \theta|_{\text{free}}|_{\text{RP}} &\approx \frac{\sqrt{24}}{k} \frac{1}{\delta_{\text{free}}} \\ \theta|_{\text{free}}|_{\text{GSM}} &\approx \frac{\sqrt{6}}{k} \sqrt{\frac{1}{2w^2} + \frac{1}{\delta_{\text{free}}^2}}, \end{aligned} \quad (24)$$

而 $\delta \rightarrow \infty$ 即为完全相干光,此时 $\Omega=\rho_0$ ,有

$$\begin{aligned} \theta|_{\text{cp}}|_{\text{RP}} &\approx \frac{\sqrt{24}}{k} \frac{1}{\rho_{0|\text{cp}}} \\ \theta|_{\text{cp}}|_{\text{GSM}} &\approx \frac{\sqrt{6}}{k} \sqrt{\frac{1}{2w^2} + \frac{1}{\rho_{0|\text{cp}}^2}}. \end{aligned} \quad (25)$$

(24)式、(25)式即分别为部分相干光束在自由空间中与完全相干光束在大气湍流中传输时的远场发散角。将(22)式、(23)式结合 $k=2\pi/\lambda$ ,  $\rho_0=(0.0545C_n^2 k^2 z)^{-3/5}$ 可知,光束在大气湍流中传输,相干长度越小,光源波长越长并且大气湍流强度越大时,远场发散角 $\theta$ 越大;但高斯光束的角扩展还受光束束腰宽度 $w$ 的影响。所以,部分相干径向偏振光束在大气湍流中传输时,影响角扩展的因素比高斯光束少。

### 4 结 论

基于广义惠更斯-菲涅耳原理结合交叉谱密度矩阵,推导出部分相干径向偏振光束及高斯光束在大气通信中的二阶矩束宽解析式,并对比分析大气湍流强度、相干长度及光源波长对两种光束束宽展宽的影响,得出结论:部分相干径向偏振光束在大气湍流中传输时,大气湍流强度、相干长度及光源波长对其束宽展宽的影响远小于高斯光束,即部分相干径向偏振光束更有利于在大气中通信。两种光束都满足大气湍流强度

越大,束宽展宽越大;相干长度越小,光源波长越长,束宽受大气湍流的影响越小。此外,还计算出了部分相干径向偏振光束及高斯光束在大气通信中的远场发散角,根据推导出的远场发散角表达式可知,相干长度越小,光源波长越长,大气湍流强度越大时,部分相干径向偏振光束在大气通信中的远场发散角 $\theta$ 越大,相对于部分相干径向偏振光束,高斯光束在大气湍流中的传输还受光束束腰宽度的影响。

综上所述,束宽展宽及角扩展规律都体现了部分相干径向偏振光束在大气湍流中的传输远比高斯光束抗干扰能力强,较大的相干长度及较短的光源波长,虽然会获得较小的角扩展,但同时会使光束受湍流的影响增大,所以只有选择大小适中的相干长度及光源波长,才能使得部分相干径向偏振光束在大气中通信时,具有较小的束宽展宽与角扩展,及较强的抗湍流干扰能力。以上结论,对于控制部分相干径向偏振光束在大气通信中的束宽扩展及角扩展具有一定的指导意义。

### 参考文献

- 1 Wu J. Propagation of a Gaussian-Schell beam through turbulent media[J]. Mod Opt, 1990, 37(4): 671-684.
- 2 Shirai T, Dogariu A, Wolf E. Mode analysis of spreading of partially coherent beams propagating through atmospheric turbulence[J]. J Opt Soc Am A, 2003, 20(6): 1094-1102.
- 3 Shirai T, Dogariu A, Wolf E. Directionality of Gaussian Schell-model beams propagating in atmospheric turbulence[J]. Opt Lett, 2003, 28(8): 610-612.
- 4 Ji X L, Zhang E T, Lü B D. Spreading of partially coherent flattened Gaussian beams propagating through turbulent media [J]. J Mod Opt, 2006, 53(12): 1753-1763.
- 5 Ji X L, Chen X W, Lü B D. Spreading and directionality of partially coherent Hermite-Gaussian beams propagating through atmospheric turbulence[J]. J Opt Soc Am A, 2008, 25(1): 21-28.
- 6 Mushiaki Y, Matsumura K, Nakajima N. Generation of radially polarized optical beam mode by laser oscillation[C]. Proc IEEE, 1972, 60(9): 1107-1109.
- 7 Niziev V G, Nesterov A V. Influence of beam polarization on laser cutting efficiency[J]. J Phys D: Appl Phys, 1999, 32(13): 1455-1461.
- 8 Kimura W D, Kim G H, Romea R D, *et al.*. Laser acceleration of relativistic electrons using the inverse Cherenkov effect [J]. Phys Rev Lett, 1995, 74(4): 546-549.
- 9 Li Chen, Xin Jingtao, Liu Yidong. Matrix analysis for vector beams and spatial polarization converters[J]. Sci Sin Phys Mech Astron, 2013, 43(9): 1029-1034.  
李 辰, 辛璟焘, 刘义东. 矢量光束和空间偏振转化器件的矩阵分析[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2013, 43(9): 1029-1034.
- 10 Chen Z Y, Cui S W, Zhang L, *et al.*. Measuring the intensity fluctuation of partially coherent radially polarized beams in atmospheric turbulence[J]. Opt Express, 2014, 22(15): 18278-18283.
- 11 Tian Bo, Pu Jixiong. Trapping two types of particles using a partially coherent radially polarized doughnut beam[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(s1): s102006.  
田 博, 蒲继雄. 部分相干径向偏振光束对两种粒子的捕获[J]. 中国激光, 2011, 38(s1): s102006.
- 12 Lina Guo, Zhilie Tang, Chongqing Liang, *et al.*. Characterization of tightly focused partially coherent radially polarized vortex beams[J]. Chin Opt Lett, 2010, 8(5): 520-523.
- 13 Korotkova O, Salem M, Wolf E. Beam conditions for radiation generated by an electromagnetic Gaussian Schell-model source[J]. Opt Lett, 2004, 29(11): 1173-1175.
- 14 Born M, Wolf E. Principles of Optics[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1999: 461.
- 15 Salem M, Korotkova O, Dogariu A. Polarization changes in partially coherent electromagnetic beams propagating through turbulent atmosphere[J]. Waves in Random Media, 2004, 14(4): 513-523.
- 16 Wang S C H, Plonus M A. Optical beam propagation for a partially coherent source in the turbulent atmosphere[J]. Opt Soc Am, 1979, 69(9): 1297-1304.

栏目编辑: 殷建芳