

旋转相位屏模拟大气湍流时空特性的测量

谭涛^{1,2,3} 罗奇^{1,2,3} 谭毅^{1,2,3} 刘超^{1,2} 李新阳^{1,2}

¹中国科学院自适应光学重点实验室, 四川 成都 610209

²中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209

³中国科学院大学, 北京 100049

摘要 利用一个高速多单元哈特曼传感器对旋转相位屏模拟大气湍流的空间特性和时间特性进行了研究。空间特性方面, 计算了湍流的大气相干长度和波面的相位空间结构函数, 对比了波前的Zernike系数方差分布。时间特性方面, 测量了模拟湍流的Greenwood频率和时间功率谱, 并提出了一种新的计算时间常数的方法——残差均方值法。结果表明旋转相位屏模拟的大气湍流符合Kolmogorov湍流统计理论。

关键词 大气光学; 自适应光学; 湍流模拟; 相位屏; 大气相干长度; 时间常数

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP52.080101

Measurement of Temporal and Spatial Characteristics of Atmospheric Turbulence Simulated by a Rolling Phase Screen

Tan Tao^{1,2,3} Luo Qi^{1,2,3} Tan Yi^{1,2,3} Liu Chao^{1,2} Li Xinyang^{1,2}

¹The Key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China

²The Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China

³University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract Using high-speed, multi-cell Shack-Hartman wave-front sensor, the measurement of temporal and spatial feature to a rolling phase screen laboratory atmospheric turbulence generator is presented. In terms of spatial feature, coherence length of the atmospheric turbulence and phase spatial structure function of the wave-front are calculated, and the variance distribution of the wave-front Zernike coefficient is compared to the theory as well. In addition, on the temporal feature, the Greenwood frequency and time power spectrum of the simulated turbulence are analyzed. A new method that is called residual variance algorithm to calculate the time constant is proposed. The result shows that the atmospheric turbulence generated by the rolling phase screen is consistent with the Kolmogorov turbulence.

Key words atmospheric optics; adaptive optics; turbulence simulation; phase screen; atmospheric coherence length; time constant

OCIS codes 010.1285; 010.1080; 010.1330

1 引言

自适应光学系统(AOS)主要研究的是利用变形镜和倾斜镜对大气湍流产生的波前畸变进行实时补偿, 得到接近衍射极限的成像, 因此在天文观测^[1]、激光通信^[2]等领域得到了广泛的应用。对大气湍流的研究通常是在实际大气中进行外场实验, 但是外场实验研究代价昂贵、可重复性差且不易操作。因此, 许多科研人员侧重于在实验室模拟大气湍流。

在实验室湍流模拟研究方面, 学者侧重于不同的方向做了各自的工作: 王立瑾等^[3]主要着眼于利用傅里叶变换法产生随机相位屏, 做了相应的计算机仿真工作, 但是并没有制作真实的相位屏进行实验研究; 张慧敏等^[4]对热风湍流模拟装置的参数进行了研究, 采用的是5×5的哈特曼-夏克(HS)子孔径布局, 736 frame/s

收稿日期: 2015-01-13; 收到修改稿日期: 2015-03-04; 网络出版日期: 2015-07-21

基金项目: 国家自然科学基金(61205069)

作者简介: 谭涛(1988—), 男, 硕士研究生, 主要从事自适应光学技术方面的研究。E-mail: gglearn@163.com

导师简介: 李新阳(1971—), 男, 博士, 研究员, 主要从事自适应光学技术方面的研究。E-mail: xyli@ioe.ac.cn

的相机采样频率,分析了相干长度随风速的变化,对比了风速和风温改变时,功率谱的变化,但是没有与相位屏产生的湍流进行对比,且HS子孔径数量较少;黄德权等^[5]对哈特曼测量大气相干长度进行了研究,针对恒星光经过大气扰动,采用了差分像运动法(DIMM)和Zernike系数方差法计算大气相干长度,但没有针对时间特性做出分析。

本文搭建了一个完善的湍流模拟实验平台,用高精度时间空间分辨率的哈特曼传感器对旋转随机相位屏产生的大气湍流进行时间特性和空间特性的全面测量,验证了算法的正确性,建立了一套完整的分析方法,为后续超前激光导星的室内调试和测试打下了基础。

2 实验平台介绍

图1所示为实验平台光路示意图。如图所示,使细光束垂直穿过相位屏,相位屏旋转由步进电机驱动。哈特曼前端的虚线框表示可扩展性,后续研究其他湍流模拟装置,只需去掉相位屏,将其他湍流模拟装置置于虚线框处即可。

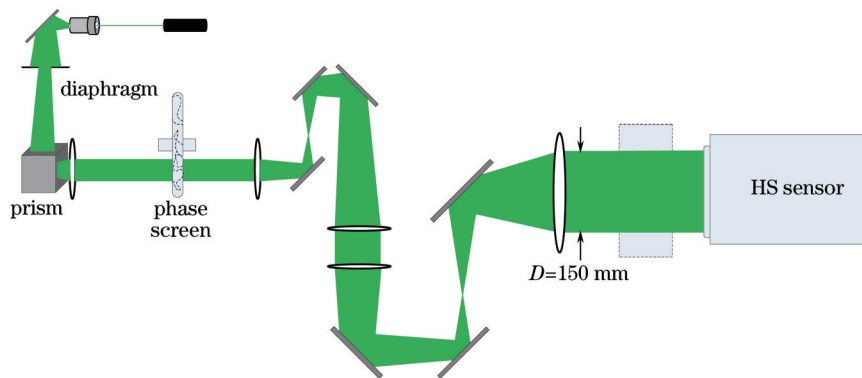


图1 实验装置图

Fig.1 Configuration of the experiment

实验所用CCD的采样率和哈特曼传感器的空间分辨率都足以完成对模拟湍流的测量,图2(a)为相位屏示意图,图2(b)为哈特曼子孔径排布示意图。若没有特殊说明,所有的测量和分析都是在150 mm光束口径上进行的。实验平台的详细参数如表1所示。

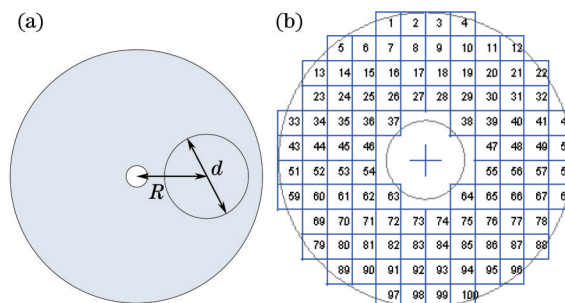


图2 (a) 相位屏示意图; (b) HS子孔径的排布

Fig.2 (a) Sketch map of phase screen; (b) arrangement of HS subapertures

表1 相位屏湍流模拟器的参数

Table 1 Parameters of the rolling phase screen atmospheric turbulence generator

Item	Description
Phase screen	Beam diameter $d=25$ mm, beam center to screen center $R=33$ mm
Light source	$\lambda = 532$ nm
HS wave-front sensor	100 subapertures (12×12), diameter $D=150$ mm, 16 pixel×16 pixel per subaperture
CCD	Sampling frequency $f=1000$ Hz

对相位屏的相差进行复原,与干涉仪测量结果进行对比,以确保后续算法及数据的正确性。用干涉仪测量相位屏去除整体倾斜的相差峰谷值(PV)为 4.4λ ,均方根值(RMS)为 0.67λ ,如图3所示。在相位屏上均匀选取8个大小与细光束通过时大小相当的区域,得到各自的PV和RMS。将相位屏放入图1所示的光路

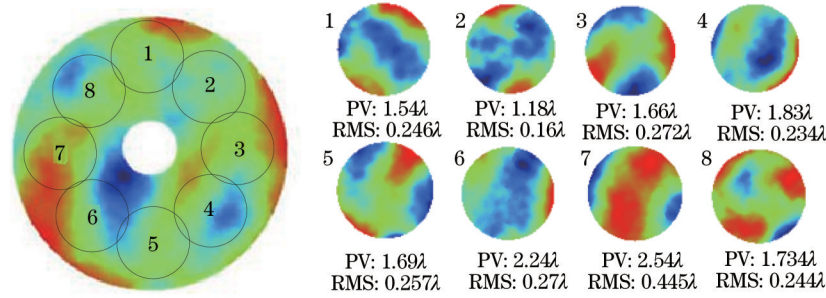


图3 相位屏相差局部区域分布

Fig.3 Local distribution of phase screen aberration

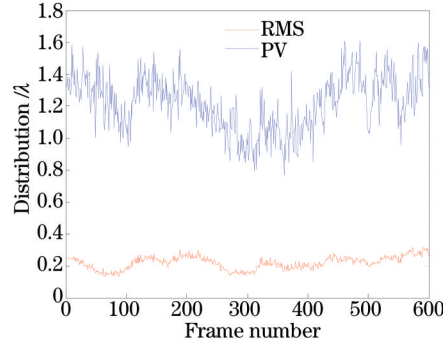


图4 600 frame 图像波前 PV 和 RMS 的分布

Fig.4 Distribution of wavefront PV and RMS of 600 frames

中,转动相位屏,600 frame 复原波前的 PV 和 RMS 分布如图 4 所示。

对比图 3 和图 4 可以发现,600 frame 复原波前的 PV 和 RMS 绝大部分都在截取的相位屏局部相差范围之内,有一些小于截取区域的相差,是由于相位屏上抠取的局部相差数量有限所致。整体来说,通过这个复原对比,说明了对相位屏波前复原的正确性。

3 利用 HS 传感器测量湍流特征参数的原理及理论分析

3.1 大气相干长度的测量原理

在自适应光学系统中,通常用大气相干长度 r_0 来描述大气湍流的强弱程度^[6],其物理意义是任何光学系统对经大气湍流扰动的光波成像,其分辨率不会超过口径为 r_0 的光学系统的衍射极限分辨率。 r_0 的定义公式为

$$r_0 = \left[0.423 k_0^2 \int_0^L dz C_n^2(z) \chi^{5/3}(z) \right]^{-3/5}, \quad (1)$$

式中 k_0 为波数, L 为传输距离, $C_n^2(z)$ 表示大气折射率结构常数,对于平面波 $\chi(z) = 1$ 。在 r_0 的实际计算中很少用(1)式,本文对比了三种 r_0 计算方法,并总结了各个方法的优缺点。

3.1.1 Zernike 系数方差拟合法

当用 Zernike 模式描述大气湍流畸变波前时,模式系数间的统计相关性与大气湍流的特性有关。根据 Noll^[7]的研究结果,在 Kolmogorov 湍流情况下,Zernike 模式 $a_j(n,m)$ 和 $a_{j'}(n',m')$ 之间的相关性可表示为

$$\langle a_j a_{j'} \rangle = \frac{2.246(-1)^{(n+n'-2m)/2} [(n+1)(n'+1)]^{1/2} \Gamma[(n+n'-5/3)/2] \delta_{mm'}}{\Gamma[(n-n'+17/3)/2] \Gamma[(n'-n+17/3)/2] \Gamma[(n+n'+23/3)/2]}, \quad (2)$$

式中 j 和 j' 表示 Zernike 模式阶数, m 和 m' 表示各模式的角向级次, n 和 n' 表示各模式的径向级次,

$$\delta_{mm'} = \begin{cases} 1, & m = m' \\ 0, & m \neq m' \end{cases}, \langle \cdot \rangle \text{ 表示取系综平均, } \Gamma(\cdot) \text{ 是伽马函数。}$$

这表明只有当两个模式的角向级次相同($m=m'$)且模式系数奇偶性相同或两个模式的角向级次均为 0 时才存在模式相关。令(2)式中 $j=j'$,即可得到 Kolmogorov 湍流情况下各阶 Zernike 模式系数方差:

$$\langle a_j^2 \rangle = \frac{2.246(n+1)\Gamma(n-5/6)}{[\Gamma(17/6)]^2 \Gamma(n+23/6)} \left(\frac{D}{r_0} \right)^{5/3}, \quad (3)$$

式中 D 为口径大小, Zernike 系数方差只与径向级次 n 有关, 随着径向级次的增加, Zernike 模式系数方差迅速减小。

实验中由哈特曼波前传感器测量多帧波前斜率, 通过 Zernike 模式复原算法, 可以得到复原波前的各阶 Zernike 模式系数(本文取 65 阶)。通过实验数据可以画出 Zernike 系数方差随阶数的分布的实验曲线, 通过改变(3)式中 r_0 的值, 用理论曲线去拟合实验曲线。

$$\varepsilon^2 = \min \left[\sum_{j=1}^{65} (a_j - \bar{a}_j)^2 \right], \quad (4)$$

式中 a_j 为通过(3)式计算的理论值, \bar{a}_j 为实验值, ε^2 为均方差。以(4)式作为拟合指标, 即可得到最优 r_0 。

3.1.2 扰动波前单轴抖动方差统计平均法

哈特曼传感器子孔径斜率单轴抖动方差与大气相干长度 r_0 的关系为^[8]

$$\sigma^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 = 0.364(l/r_0)^{5/3}(\lambda/l)^2, \quad (5)$$

式中 σ_x^2 和 σ_y^2 分别为 x 方向和 y 方向的斜率方差, $l = D/12$, 是哈特曼子孔径的尺寸。利用(5)式多个子孔径取平均可以计算出 r_0 。

3.1.3 差分像运动法

差分像运动法(DIMM)是使目标发出的光通过两个距离为 d 的子孔径, 在 CCD 上成两个分离的像^[9], 记录这两个分离像质心在一段时间内的抖动方差, 以此计算 r_0 。经典 DIMM 中, 抖动方差一个为径向, 另一个为横向, 由于哈特曼子孔径数目较多, 可以选取多个子孔径对求解 r_0 的统计平均, 因此推导了适用于哈特曼的 DIMM 计算公式。

根据相位结构函数和到达角起伏方差的关系可以得到点 (ξ, η) 到达角起伏的方差为

$$B_\alpha(\xi, \eta) = 0.145\lambda^2 r_0^{-5/3} \left[(\xi^2 + \eta^2)^{-1/6} - \frac{1}{3}\xi^2 (\xi^2 + \eta^2)^{-7/6} \right], \quad (6)$$

$$B_\alpha(0, 0) = 0.179 \left(\frac{\lambda}{r_0} \right)^{5/3} \left(\frac{\lambda}{D} \right)^{1/3}, \quad (7)$$

距离为 d 的子孔径对质心抖动方差为

$$\sigma^2(d) = 2[B(0) - B(d)], \quad (8)$$

式中 $d = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$, ξ 为子孔径对 x 方向的距离, η 为子孔径对 y 方向的距离。将(6)式和(7)式代入(8)式即可得到适用于哈特曼传感器的 DIMM 公式:

$$r_{0x} = \left[\frac{2\lambda^2}{\sigma_x^2(\xi, \eta)} (0.179D^{-1/3} - 0.145d^{-1/3} + 0.0483\xi^2 d^{-7/3}) \right]^{3/5}, \quad (9)$$

$$r_{0y} = \left[\frac{2\lambda^2}{\sigma_y^2(\xi, \eta)} (0.179D^{-1/3} - 0.145d^{-1/3} + 0.0483\eta^2 d^{-7/3}) \right]^{3/5}, \quad (10)$$

式中 σ_x^2 和 σ_y^2 为子孔径对 x 方向和 y 方向的抖动方差。经典 DIMM 要求两个子孔径中心距离大于 2 倍以上子孔径直径, 文献[5]认为当 DIMM 用于哈特曼时, 子孔径对之间的连线大于 7 倍子孔径直径结果会更准确, 我们在实验中得到了与之相同的结论, 主要原因是哈特曼子孔径的尺寸较小, 子孔径对靠得太近会带来较大误差。

3.2 相位结构函数

相位结构函数的定义为

$$D_\phi(r) = \langle [\phi(r_1 + r) - \phi(r_1)]^2 \rangle, \quad (11)$$

式中 r 表示波前两点间的距离, ϕ 表示波前相位, 对于 Kolmogorov 湍流, Fried 得到相位扰动的空间结构函数为^[7]

$$D_\phi(r) = 6.88 \left(r/r_0 \right)^{5/3}. \quad (12)$$

通过(11)式和(12)式得到实验相差和理论相差的空间分布, 比较模拟湍流和 Kolmogorov 湍流的在空间尺度的吻合度。

3.3 Greenwood 频率和时间常数

与空间尺度的大气相干长度 r_0 对应, 时间尺度 Greenwood 频率 f_G 是表示大气湍流强度的一个重要参

数^[10],它的物理意义是:有效控制带宽等于 Greenwood 频率的自适应光学系统,对湍流的控制残余方差等于一个相位弧度平方。 f_c 的表达式为

$$f_c = \left[0.1024 \sec(\xi) k_0^2 \int_0^L dz C_n^2(z) |v(z)|^{5/3} \right]^{3/5}, \quad (13)$$

式中 $|v(z)|$ 为风速模型。

时间常数 τ_0 是另外一个重要的时间参数,它表示通过大气到达系统的光波波前的时间相关性,不同时刻到达观测点的光波波前,如果时间间隔超过 τ_0 ,就可以认为它们之间的相位扰动不再相关。 τ_0 表达式为

$$\tau_0 = \left[2.91 k_0^2 \int_0^L dz C_n^2(z) |v(z)|^{5/3} \right]^{3/5}. \quad (14)$$

当相位屏以固定转速转动时,等效风速 v 为常数,由(1)式、(13)式和(14)式可以得到

$$f_c = 0.427 \frac{v}{r_0}, \quad (15)$$

$$\tau_0 = 0.314 \frac{r_0}{v}. \quad (16)$$

如果已知准确的风速,可以通过(16)式计算时间常数,但在实际测量环境中,往往不知道风速或者风速测量不准确,针对这种情况,提出了一种新的计算时间常数的方法。

Fried^[11]给出的时间常数的原始定义为

$$\sigma_\phi^2(\Delta t) = (\Delta t / \tau_0)^{5/3}, \quad (17)$$

式中 τ_0 为时间常数, $\sigma_\phi^2(\Delta t)$ 为间隔时间 Δt 的两帧波前残差均方值,可以通过下式计算

$$\sigma_\phi^2(\Delta t) = \langle |\phi(t + \Delta t) - \phi(t)|^2 \rangle. \quad (18)$$

由(17)式可知,当两帧波面时间间隔等于时间常数时,波前的残差均方值为 1 rad^2 。因此在不知道风速的情况下,通过(18)式得到残余方差随帧间隔 Δt 的分布,取 $\sigma_\phi^2 = 1 \text{ rad}^2$ 对应的时间间隔的统计平均,即得到时间常数 τ_0 ,然后可以利用(16)式估算风速。

4 实验结果分析

4.1 大气相干长度 r_0

实验中对相位屏设置了3组不同的转速 $v_1 < v_2 < v_3$,当相位屏转速为 v_1 时,用 Zernike 系数方差法,斜率单轴抖动方差法, DIMM 计算的 r_0 结果分别如图 5~7 所示。

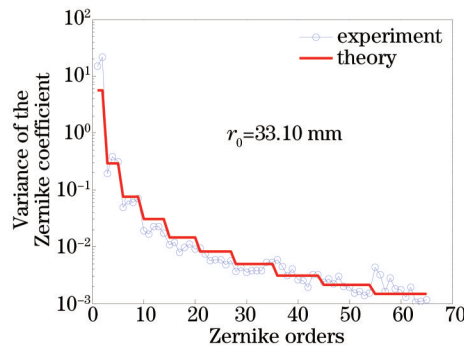


图5 Zernike 系数方差法拟合 r_0

Fig.5 Fitting result of r_0 with variance of Zernike polynomial coefficient

对三种方法的结果进行分析:

1) 从图 5 可以看出旋转相位屏模拟的湍流低阶倾斜方差较理论值大,因此在用曲线拟合时选择 3~35 阶进行拟合,35 阶以上由于数值较小,对拟合结果没有影响;

2) 从图 6 可以看出,去除整体倾斜之前计算出的 r_0 偏小,去除倾斜后的 r_0 与其他两种方法计算的 r_0 非常接近;

3) 将 DIMM 计算的 x 和 y 方向的 r_0 计算平均可以得到 $r_0 = \frac{r_{0x} + r_{0y}}{2} = 34.5 \text{ mm}$ 。

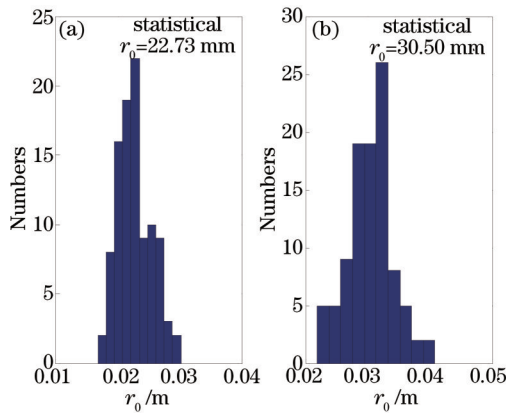


图6 斜率方差法计算 r_0 。(a) 包括整体倾斜;
(b) 不包括整体倾斜

Fig.6 Calculation result of r_0 with variance of slope.

(a) Including total tip-tilt; (b) excluding total tip-tilt

上述三种方法对相位屏不同转速 ($v_1 < v_2 < v_3$) 的计算结果如表2所示。

表2 不同转速的计算结果

Table 2 Results of different rolling speeds

	r_0 /mm			Average
	v_1	v_2	v_3	
Variance of Zernike coefficient	33.1	31.8	31.1	32
Variance of slope jitter	30.5	30.5	30.4	30.5
DIMM	34.5	34.3	34.4	34.4

由表2可知:

- 1) 横向看, r_0 并不随相位屏转速的改变而改变,说明 r_0 与风速无关;
- 2) 纵向看,对于相位屏每一固定的转速,不同的方法计算出的 r_0 有细微的区别;

对于固定的相位屏,刻蚀的相差是固定的,相位屏转动改变的是相差的时间特性,而空间特性是固定的,所以不同的转速得到的 r_0 不会有太大差异。将三种方法计算的 r_0 取平均值,可以得到

$$r_0 = 32.3 \text{ mm.} \tag{19}$$

4.2 相位结构函数

随机选取5组复原波面,由(11)式计算出相位结构函数。将(19)式代入(12)式,可以得到相位结构函数的理论分布,数据之间的对比如图8所示。

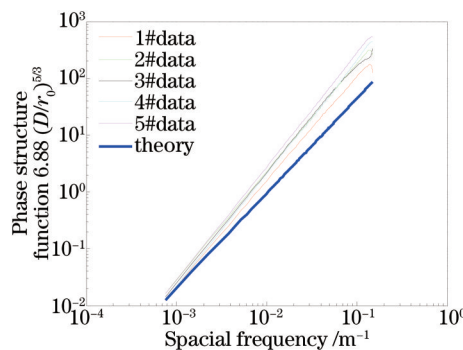


图8 相位结构函数

Fig.8 Phase structure function

从图8可以看出,5组实验数据所得结构函数的高阶相差与理论基本相符,但是低阶相差和理论不符,较理论值偏大。原因是相位屏本身低阶倾斜相差较大,加之相位屏在转动的过程中会引入整体倾斜相差,使低频成分有所增加。

4.3 时间功率谱

实验中测得相位屏转速为 v_1 时典型的相位功率谱如图9所示。从图中可以看出,功率谱在高频段符合频率的 $-8/3$ 次方,与文献[8]中真实大气湍流的功率谱一致。谱线在70 Hz左右存在一个尖峰,是由相位屏转动引起的,处于频率较高的位置,且幅值不大,不影响后面的测量分析;谱线末端的平台是由HS测量噪声引起的,幅值很小,说明实验数据信噪比较高,实验环境很理想。

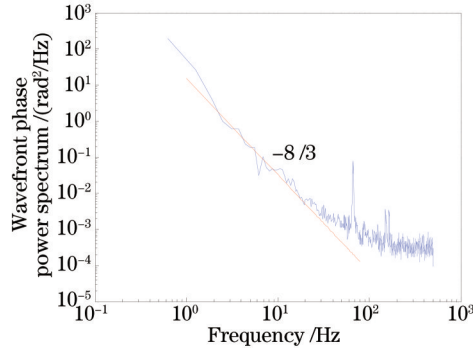


图9 相位功率谱

Fig.9 Power spectral density of phase

4.4 Greenwood 频率和时间常数

由于相位屏的转动是周期重复的,因此子孔径内的斜率也呈一定的周期性,结合细光束中心到相位屏中心的距离 R 可以计算出等效风速 $v' = L\omega = 2\pi L/T$, v' 对应的是相位屏上细光束处的等效风速,需将其换算到150 mm 口径, T 为相位屏旋转周期。得到等效风速以后,结合(15)、(16)式可以得到各时间特征参数,如表3所示。

表3 不同转速下的 Greenwood 频率和时间常数

Table.3 Greenwood frequency and time constant in different rolling speeds

	Rolling speed v_1	Rolling speed v_2	Rolling speed v_3
Period T/s	1.328	0.505	0.306
Wind speed $v/(m/s)$	0.94	2.46	4.1
f_c /Hz	12.1	31.9	53.7
τ_0 /ms	11	4.2	2.5

从表3可知:

1) 随着相位屏转速加快,等效风速也增加,Greenwood 频率增加,说明风速增加以后湍流变强,达到同样的校正效果需要的带宽增大;

2) 文献[10]研究了真实大气的 f_c 为60 Hz左右,实验中转速为 v_3 时,计算出的 f_c 和实际大气湍流 Greenwood 频率很接近,说明相位屏模拟湍流能够反映真实大气湍流的特性;

3) 时间常数 τ_0 随着风速的增大而减小,风速增大导致湍流增强,到达观测点的相位扰动之间的相关时间自然缩小,理论上在可见光波段 τ_0 在几毫秒到几十毫秒之间,实验计算的时间常数和真实大气湍流时间常数相符。

把已知风速时按(16)式计算 τ_0 叫作直接法1,未知风速利用(17)式和(18)式计算 τ_0 叫作方法2,通过方法2可以反演风速。计算结果对比如表4所示。

表4 不同方法的时间常数对比

Table4 Comparison of time constant with different methods

Rolling speed	Method 1		Method 2	
	τ_0 /ms	$v/(m/s)$	$\tau_0'/(m/s)$	$v'/(m/s)$
v_1	11	0.94	11.28	0.899
v_2	4.2	2.46	4.46	2.274
v_3	2.5	4.1	2.48	4.09

从表4可以看出,均方差统计法计算的时间常数和直接法计算的时间常数非常接近,验证了第二种方法的正确性。

5 结 论

1) 建立了HS波前传感器测量模拟湍流时间特性、空间特性的方法。

2) 实验结果表明,通过旋转随机相位屏模拟的大气湍流,它的时间功率谱、Greenwood频率、时间常数均符合真实大气湍流。

3) 实验平台具有可扩展性,分析方法具有通用性。本实验平台不仅仅用于相位屏的测量,只要将光路中湍流发生装置替换,即可对热风湍流模拟器及其他湍流发生器进行测量。因此,本实验平台可以用于自适应光学系统室内的调试和验证。

致谢 感谢中国科学院自适应光学重点实验室黄林海、李峰和郭友明在工作中给予的大力帮助,感谢杨梅老师在干涉仪测量方面给予的支持。

参 考 文 献

- 1 Jiang Wenhan. Adaptive optical technology[J]. Chinese Journal of Nature, 2006, 28(1): 7-13.
姜文汉. 自适应光学技术[J]. 自然杂志, 2006, 28(1): 7-13.
- 2 Yang Huizhen, Cai Dongmei, Chen Bo, *et al.*. Analysis of adaptive optics techniques without a wave-front sensor and its application in atmospheric laser communications[J]. Chinese J Lasers, 2008, 35(5): 680-684.
杨慧珍, 蔡冬梅, 陈波, 等. 无波前传感自适应光学技术及其在大气光通信中的应用[J]. 中国激光, 2008, 35(5): 680-684.
- 3 Wang Lijin, Li Qiang, Wei Honggang, *et al.*. Numerical simulation and validation of phase screen distorted by atmospheric turbulence[J]. Opto-Electronic Engineering, 2007, 34(3): 1-4.
王立瑾, 李强, 魏宏刚, 等. 大气湍流随机相位屏的数值模拟和验证[J]. 光电工程, 2007, 34(3): 1-4.
- 4 Zhang Huimin, Li Xinyang. Measurement of a hot-wind laboratory atmospheric turbulence generator with Hartman wave-front sensor[J]. Opto-Electronic Engineering, 2005, 31(S1): 4-7.
张慧敏, 李新阳. 热风式大气湍流模拟装置的哈特曼测量[J]. 光电工程, 2005, 31(S1): 4-7.
- 5 Huang Dequan, Zhou Wenchao, Qiu Hong, *et al.*. Research on measurement of atmospheric coherence length using Shack-Hartmann wavefront sensor[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2014, 26(8): 081003.
黄德权, 周文超, 邱红, 等. 哈特曼测量大气相干长度研究[J]. 强激光与粒子束, 2014, 26(8): 081003.
- 6 Wang Yingjian, Wu Yi, Gong Zhiben. The statistics of atmospheric coherence length and Strehl ratio[J]. Acta Optica Sinica, 1996, 16(8): 1109-1113.
王英俭, 吴毅, 龚知本. 大气湍流相干长度和Strehl比的统计特征[J]. 光学学报, 1996, 16(8): 1109-1113.
- 7 Noll R J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence[J]. JOSA, 1976, 66(3): 207-211.
- 8 Li Xinyang, Jiang Wenhan, Wang Chunhong, *et al.*. Modal reconstruction error of the Hartmann sensor on measuring the atmosphere disturbed wavefrontII[J]. High Power Laser Particle Beams, 2000, 12(3): 319-323.
李新阳, 姜文汉, 王春红, 等. 湍流大气中哈特曼传感器的模式波前复原误差II[J]. 强激光与粒子束, 2000, 12(3): 319-323.
- 9 Wang Jianye, Rao Ruizhong, Liu Xiaochun, *et al.*. Comparison of experimental study of atmospheric coherence length [J]. Chinese J Lasers, 2005, 32(1): 64-66.
汪建业, 饶瑞中, 刘晓春, 等. 大气相干长度的对比实验研究[J]. 中国激光, 2005, 32(1): 64-66.
- 10 Li Xinyang, Jiang Wenhan, Wang Chunhong, *et al.*. Power spectra analysis of the disturbed wavefront in laser beam horizontal atmospheric propagation II: Wavefront phase and Greenwood frequency[J]. Acta Optica Sinica, 2000, 20(8): 1035-1042.
李新阳, 姜文汉, 王春红, 等. 激光实际大气水平传输湍流畸变波前的功率谱分析II: 波前相位与格林伍德频率[J]. 光学学报, 2000, 20(8): 1035-1042.
- 11 Fried D L. Time-delay-induced mean-square error in adaptive optics[J]. JOSA A, 1990, 7(7): 1224-1225.

栏目编辑: 史敏