

左手平板材料对正弦高斯光束的光斑影响

黄永超¹ 蔡达锋¹ 张廷蓉²

¹内江师范学院工程技术学院, 四川 内江 641112

²四川师范大学物理与电子工程学院, 四川 成都 610066

摘要 为了研究左手平板材料对正弦高斯光束的光斑影响,利用广义惠更斯-菲涅耳衍射积分法得到了正弦高斯光束的光斑分布表达式,并利用此表达式对光斑进行了数值模拟,结果表明:正弦高斯光束在左手平板材料中传输时,光斑尺寸的聚焦位置是光束束腰的位置,束腰位置受左手平板材料的折射率影响,束腰宽度与材料的折射率无关,并且发现左手平板材料内部和像空间的光斑尺寸随偏心参数变化规律相似。此项研究对光场操控方面应用有帮助。

关键词 物理光学; 正弦高斯光束; 左手平板材料; 广义衍射积分法; 光斑尺寸

中图分类号 O435 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP52.072601

Influence of a Left-Handed Material Slab on the Spot of Sin-Gaussian Beams

Huang Yongchao¹ Cai Dafeng¹ Zhang Tingrong²

¹College of Engineering and Technology, Neijiang Normal University, Neijiang, Sichuan 641112, China

²Institute of Physics and Electronic Engineering, Sichuan Normal University, Chengdu, Sichuan 610066, China

Abstract In order to study the influence of a left-handed material slab on the spot of sin-Gaussian beams, the analytical expression of the spot is derived based on the generalized Huygens-Fresnel diffraction integral. Based on the expressions, the spot is calculated. The results show that when sin-Gaussian beams propagates through left-handed material slabs, the focus position of spot size is the beam waist position which is influenced by the refractive index of left-handed material slabs, and waist width has nothing to do with the material of index of refraction; And it is similar that spot size of internal left-handed material slab and spot size of the phase space which are with eccentricity parameters changing rules is found. This study can be helpful to application of the light field manipulation.

Key words physical optics; Sin-Gaussian beam; a left-handed material slab; the generalized Huygens-Fresnel diffraction integral; spot size

OCIS codes 260.2065; 260.2160; 260.2710

1 引言

近年来,人工复合材料引起了科研工作者大量的关注,复合材料显著特点就是内部光传输性质能够被外部设定参数来调控,左手平板材料是一种典型的人工合成材料,当电磁波在其中间传输时,它的电场矢量,磁场矢量,以及波矢满足左手定则。并且这种材料的介电常数与磁导率为负,具有独特的物理性质,而被广泛关注^[1-9]。基于此,科研人员广泛地研究了高斯光束,余弦-高斯光束,厄米-余弦-高斯光束在左手平板材料中传输的性质^[9-12],得到了一些有意义的结论。但迄今为止,左手平板材料对正弦高斯光束的光斑影响未见报道。正弦高斯光束可以看成是厄米正弦高斯光束的特例,在实验室中可以用特殊的切趾光阑或光腔产生^[13]。并且正弦高斯光束携带有限能量,在激光俘获与吸收等方面有着重要的应用价值。因此,本文将研究正弦高斯光束在左手平板材料中传输时,讨论材料的折射率及光束参数的变化对光束的光斑影响,从而为光束的传输与控制等实际应用提供有意义的参考。

收稿日期: 2015-01-13; 收到修改稿日期: 2015-03-11; 网络出版日期: 2015-06-24

项目基金: 内江师范学院项目(14ZB08)、四川省教育厅重点项目(14ZA0246)

作者简介: 黄永超(1979—),男,硕士,讲师,主要从事激光的传输与变换等方面的研究。

E-mail: huangyongchaocs@163.com

2 正弦高斯光束在一阶光学系统 A, B, C, D 中的传输场

在 $z=0$ 平面上的传输场可以表示为^[13]

$$E_0(x_0, 0) = \exp\left(-\frac{x_0^2}{\omega_0^2}\right) \sin(\Omega x_0), \quad (1)$$

式中 ω_0 表示正弦高斯光束的束腰宽, $\sin(\cdot)$ 为正弦函数, Ω 为与正弦函数项相关的参数, 当光束通过一阶光学系统 A, B, C, D 时, 其光场分布可由广义惠更斯-菲涅耳衍射积分描述^[14]

$$E(x, z) = \sqrt{\frac{i}{\lambda B}} \int_{-\infty}^{\infty} E_0(x_0, 0) \exp\left[-\frac{ik}{2B}(Ax_0^2 - x_0x + Dx^2)\right] dx_0, \quad (2)$$

式中 A, B, D 是 A, B, C, D 光学系统的变换矩阵元, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 为波数, λ 为波长。

由空间二阶矩定义可以得,

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x'^2 I(x', z) dx' / \int_{-\infty}^{\infty} I(x', z) dx' = \int_{-\infty}^{\infty} x'^2 [E(x', z) \times E^*(x', z)] dx' / \int_{-\infty}^{\infty} [E(x', z) \times E^*(x', z)] dx', \quad (3)$$

式中 $x' = x/\omega_0$ 为相对坐标, $I(x', z)$ 表示光强, $E^*(x', z)$ 表示 $E(x', z)$ 的共轭。

将(1)、(2)式代入(3)式, 计算得正弦高斯光束通过一阶光学系统的光斑尺寸为

$$W^2(z) = 4\sigma_x^2 = \omega_0^2 \left[(1 - a^2 + F)A + (1 + F) \frac{B^2}{Z_0^2} \right], \quad (4)$$

式中 $F = a^2 / [1 - \exp(-a^2/2)]$, $Z_0 = \pi\omega_0^2/\lambda$ 为共焦参量(瑞利长度), $a = \omega_0\Omega$ 偏心参数。

3 正弦高斯光束通过左手平板材料的传输场表达式

如图1所示, 正弦高斯光束在左手平板材料中的传输光路图, 区域 I 和 III 为空气介质, 两区域之间为左手平板材料。正弦高斯光束从空气入射到左手平板材料传输并最终到达像空间。

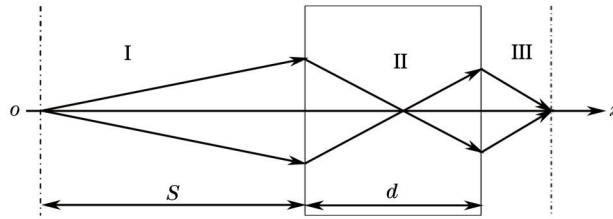


图1 正弦高斯光束在左手平板材料中的传输示意图

Fig.1 Schematic plan of sin-Gaussian beams through a left-handed material slab

当正弦高斯光束在左手平板材料中时, 由文献[3]可以推导出光束在左手平板材料中的传输矩阵为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & s + \frac{n_R z_2}{n_L} \\ 0 & \frac{n_R}{n_L} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

式中 z_2 为光束在左手材料中的传输距离, s 为光源到左手平板材料的距离, n_R 为空气介质的折射率, n_L 为左手平板材料的折射率。将(5)式代入(4)式, 可以得到光束在左手平板材料中的光斑尺寸

$$W^2(z_2) = \omega_0^2 \left[(1 - a^2 + F) + \frac{(1 + F)}{Z_0^2} \left(s + \frac{n_R z_2}{n_L} \right)^2 \right], \quad (6)$$

根据(6)式, 令 $\frac{dW(z)}{dz} = 0$ 解得正弦高斯光束在左手平板材料中传输时的束腰位置为

$$z_{2m} = -\frac{sn_L}{n_R}, \quad (7)$$

由(7)式可以得出, 光束在左手平板材料中的束腰位置, 由光源到左手平板材料的距离及左手平板材料的折射率决定。将(7)式代入(6)式可以得到正弦高斯光束在左手平板材料中的束腰宽度为

$$W_0(z) = \omega_0 \sqrt{1 + F - a^2}, \quad (8)$$

分析(8)式可知,左手平板材料中的束腰宽度与材料的折射率无关,由偏心参数决定。

当正弦高斯光束通过左手平板材料到达像空间时的传输矩阵可以表示为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & s + \frac{n_R d}{n_L} + z_3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

式中 d 表示左手平板材料的厚度, z_3 表示在像空间传输的距离。将(9)式代入(4)式可以得到正弦高斯光束通过左手平板材料后到达像空间传输时的光斑尺寸

$$W^2(z_3) = \omega_0^2 \left[(1 - a^2 + F) + \frac{(1 + F)}{Z_0^2} \left(s + \frac{n_R d}{n_L} + z_3 \right)^2 \right], \quad (10)$$

根据(10)式,令 $\frac{dW(z)}{dz} = 0$ 解得正弦高斯光束在左手平板材料中传输时的束腰位置为

$$z_{3m} = -s - \frac{n_R d}{n_L}, \quad (11)$$

由(11)式可知:光源到左手平板材料的距离、左手平板材料的折射率及左手平板材料的厚度决定了在像空间的束腰位置。将(11)式代入(10)式可以得到光束通过左手平板材料后到达像空间传输时的束腰宽度

$$W_0(z) = \omega_0 \sqrt{1 + F - a^2}, \quad (12)$$

由(8)式和(12)式可以得知,材料中的束腰宽度与像空间的束腰宽度相同,只是束腰宽的位置不一样。也就是说,正弦高斯光束在左手平板材料中传输时,左手平板材料不影响光束的束腰宽度,即左手材料对正弦高斯光束的束腰宽度没有聚焦效应,并且束腰宽度与传输距离 z 无关。由(6)式和(10)式分析可知,左手平板材料对正弦高斯光束的光斑尺寸有影响。

4 数字计算与分析

通过(6)式数字模拟得到左手平板材料中光斑尺寸随传输距离的变化曲线,其中 $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$, $\omega_0 = 0.96 \text{ mm}$, $s = 60 \text{ mm}$, $n_R = 1$ (下同)。如图2,当 $a = 2$ 时,正弦高斯光束的光斑尺寸随传输距离的增加先聚焦再扩展,聚焦的位置为束腰位置,聚焦位置可以通过(7)式得到;并且发现光斑尺寸的聚焦位置随左手平板材料折射率的变化而变化,当平板材料折射率绝对值减小,聚焦位置越靠近入射面,即左手平板材料的聚焦能力越强,反之就越弱。

图3为左手平板材料中光斑尺寸随偏心参数的变化曲线,其中 $z_2 = 70 \text{ mm}$,由图3可知:在折射率不变的情况下,随着偏心参数的增大,光斑尺寸迅速减小再缓慢增加。即偏心参数在 $0 < a < 5$ 时,随着偏心参数的增大,光斑尺寸减小,但是在偏心参数不变的情况下,光斑尺寸随折射率改变不发生变化;当 $a > 5$ 时,光斑尺寸变化受折射率影响,即左手平板材料的折射率取 $0 > n_L \geq -1$ 时,光斑尺寸随偏心参数变化比较缓慢;左手平板材料的折射率取 $n_L < -1$ 时,光斑尺寸随着偏心参数的增加而增加,并且在偏心参数不变的情况下光板

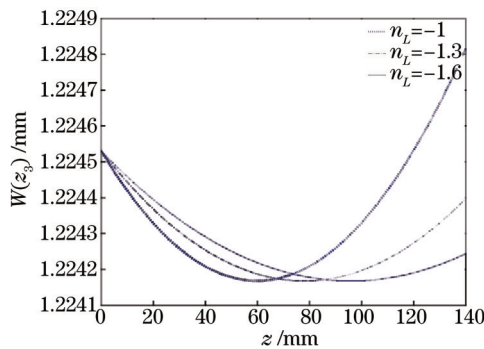


图2 左手平板材料中光斑尺寸随传输距离的变化

Fig.2 Spot size in the left-handed material slab versus propagation distance

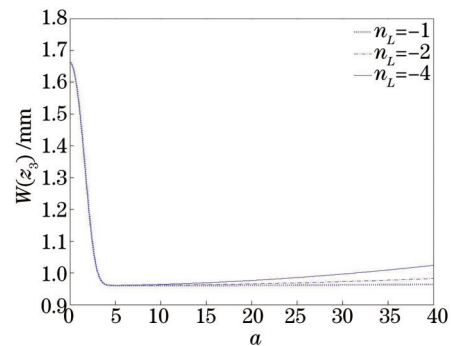


图3 左手平板材料中光斑尺寸随偏心参数的变化

Fig.3 Spot size in the left-handed material slab versus eccentric parameters

尺寸随折射率减小而增加。即在偏心参数 $a < 5$ 时,左手平板材料的折射率对光束没有影响,只有偏心参数对光束有影响,在偏心参数 $a > 5$ 时,光束同时受左手材料的折射率与偏心参数的调控。

图4为光束在像空间中的光斑尺寸随传输距离变化曲线,由图4可以得知,当光束在像空间传输时,其中 $a = 2$, $d = 140$ mm,光斑尺寸出现了与在左手平板材料中相似的传输规律,随传输距离的增加先减小后增大,即先聚焦再发散,聚焦的位置为束腰位置,并且聚焦位置可以通过(11)式得到;光束的聚焦位置仍然由左手平板材料的折射率决定,但是随着折射率绝对值的增大,聚焦位置越靠近出射面,即在像空间中聚焦能力越强,反之越弱。

图5为光束在像空间中的光斑尺寸随偏心参数的变化曲线,取 $z_3 = 70$ mm, $d = 140$ mm,由图3和图5可以得知,光束在左手材料中与在像空间传输时,光斑尺寸随偏心参数的变化相似,但是当 $a > 5$ 时,光斑尺寸在像空间中的变化受折射率影响更强。

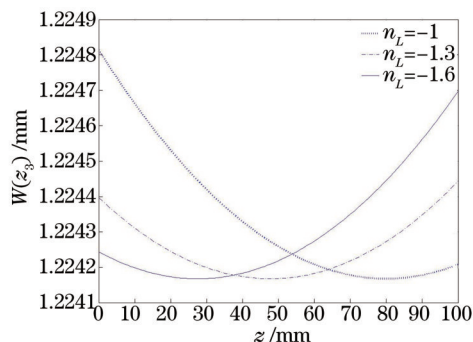


图4 在像空间中的光斑尺寸随传输距离的变化
Fig.4 Spot size in image space versus propagation distance

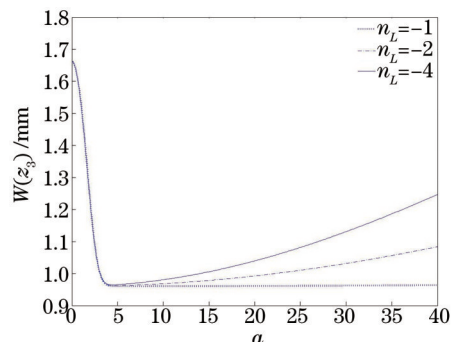


图5 在像空间中的光斑尺寸随偏心参数的变化
Fig.5 Spot size in image space versus eccentric parameters

5 结 论

研究了左手平板材料对正弦高斯光束的光斑影响。研究表明:正弦高斯光束在左手平板材料中的束腰宽度与像空间的束腰宽度一致,即左手平板材料对光束的束腰宽度不具有聚焦效应。但是左手平板材料对光斑尺寸有明显的影响,并且发现光束在材料内部和像空间的光斑尺寸的变化规律相似,即随传输距离的增加光斑尺寸先减小后增大;当光源到左手平板材料的距离及材料的厚度一定,束腰位置由左手平板材料的折射率决定,并且光斑尺寸随偏心参数的增加先迅速减小再缓慢增加。这一研究结论给人们提供了一种调控光束的光斑尺寸和束腰位置的新方法和技术。比如,通过适当选择左手平板材料的参数,制成的透镜可以突破衍射极限,将光束的每个角谱成分极好的聚焦于一点,而聚焦光斑的精度可以达到小于波长的尺度,达到完美成像,即实现亚波长成像。

参 考 文 献

- 1 Smith D R, Kroll N. Negative refractive index in left-handed materials[J]. Physical Review Letters, 2000, 85(14): 2933-2936.
- 2 Shelby R A, Smith D R, Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction[J]. Science, 2001, 292(5514): 77-79.
- 3 Shen Lufa, Wang Zihua. Propagation properties of asymmetric metamaterial slab Wave-guides[J] Journal of Optoelectronics · Laser, 2006, 17(6): 688-692.
沈陆发, 王子华. 非对称含左手材料平面波导的传输特性[J]. 光电子·激光, 2006, 17(6): 688-692.
- 4 Zhao X P, Luo W, Huang J X, et al.. Trapped rainbow effect in visible light left-handed heterostructures[J]. Appl Phys Lett, 2009, 95(7): 071111.
- 5 Liu H, Zhao X P, Yang Y, et al.. Fabrication of infrared left-handed metamaterials via double template-assisted electrochemical deposition[J]. Advanced Materials, 2008, 20(5): 2050-2054.
- 6 Jang Meiping, Chen Xianfeng, Ni Chongwen. Propagation properties of a left-handed material slab waveguide[J]. Chinese

- J Lasers, 2009, 36(1): 193-197.
蒋美萍, 陈宪锋, 倪重文. 左手材料平板波导的传输特性[J]. 中国激光, 2009, 36(1): 193-197.
- 7 Wang Fuwei, Liang Ruixiang, Gong Shuxi, *et al.*. Left-hand metamaterials applied to the RCS reduction of the antenna[J]. Journal of Xidian University, 2013, 40(6): 17-22.
王夫蔚, 梁瑞香, 龚书喜, 等. 左手材料在天线角域 RCS 控制中的应用[J]. 西安电子科技大学学报, 2013, 40(6): 17-22.
- 8 Tang Yuxia, Luo Cheng, Peng Jiahua, *et al.*. Comparative research on light mode in three-layer slab waveguide with left-hand material and right-hand material[J]. J Chongqing Technol Business Univ, 2014, 31(7): 63-69.
唐裕霞, 罗成, 彭家华, 等. 分别含左右手材料的三层平板波导中光导模的比较研究[J]. 重庆工商大学学报, 2014, 31(7): 63-69.
- 9 Zhou J H, Luo H L, Wen S C, *et al.*. ABCD matrix formalism for propagation of Gaussian beam through left handed material slab system[J]. Optics Communications, 2009, 282(14): 2670-2675.
- 10 Yi Xunong, Liu Jinsong, Chen Huan, *et al.*. Analysis of focusing properties for paraxial Gaussian beam focused by a lefthanded material slab[J]. Journal of Applied Optics, 2010, 31(6): 883-887.
易煦农, 刘劲松, 陈欢, 等. 左手材料平板对傍轴高斯光束聚焦特性分析[J]. 应用光学, 2010, 31(6): 883-887.
- 11 Bao Jianqin, Zhang Tingrong, Huo Yajie. Propagation properties of cosine-Gaussian beam through a left-handed materials slab[J]. Journal of Optoelectronics·Laser, 2013, 6(21): 1231-1239.
包建勤, 张廷蓉, 霍雅洁. 余弦-高斯光束通过左手平板材料的传输特性[J]. 光电子·激光, 2013, 6(21): 1231-1239.
- 12 Huo Yajie, Zhang Tingrong, Bao Jianqin. Propagation properties of Hermite-Cosine-Gaussian beam through a negative refractive index materials slab[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 4(51): 041401.
霍雅洁, 张廷蓉, 包建勤. 厄米-余弦-高斯光束通过负折射率平板材料的传输特性[J]. 激光与光电子学进展, 2014, 4(51): 041401.
- 13 Casperson L W, Tovar A A. Hermite sinusoidal Gaussian beams in complex optical systems[J]. Journal of the Optical Society America, 1998, 15(9): 954-963.
- 14 Collins S A. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics[J]. Journal of the Optical Society America, 1970, 60(9): 1168-1177.

栏目编辑: 张浩佳