

光学制造中频残差对光学调制传递函数的影响

曾雪峰 张学军

中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 中国科学院光学系统先进制造技术重点实验室, 吉林 长春 130033

摘要 为了研究光学表面制造残差对成像系统性能的影响,提出了基于光学系统出瞳位相差的空间频段误差划分方法,推导出了统计意义下的中频(MSF)误差对调制传递函数(MTF)的影响函数解析式,确定了MTF受中频误差影响的特征分辨率.对比低频(LSF)误差与MSF误差影响的区别,MSF误差导致系统调制传递函数从低分辨率处开始迅速下降,并根据中频影响函数解析式得到MSF误差导致MTF曲率突变特征分辨率.

关键词 光学制造; 中频误差; 成像模型; 调制传递函数; 特征频率

中图分类号 O439 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP52.072202

Impact of Mid-spatial Frequency Errors in Optical manufacturing on Modulation Transfer Function

Zeng Xuefeng Zhang Xuejun

Key Laboratory of Optical System Advance Manufacturing Technology, Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Science, Changchun, Jilin 130033, China

Abstract In order to study the influence of optical surface residual on the optical image system, a kind of method dividing spatial frequency based on the exit pupil phase of the optical system is proposed and the analytical expression of modulate transfer function which is influenced by mid-spatial frequency (MSF) errors is provided. The feature spatial resolution of the image whose modulate transfer function (MTF) is influenced by MSF is obtained. By comparing the influence of low-spatial frequency (LSF) errors and MSF errors, it is concluded that there is a sudden drop of MTF on the point of feature frequency under the influence of MSF.

Key words optical fabrication; mid-spatial frequency errors; imaging model; modulate transfer function; characteristic frequency

OCIS codes 220.4610; 110.4850; 110.4100; 240.6700

1 引言

现代非球面制造技术不可避免地会在光学表面残留加工痕迹,该加工痕迹与低频制造误差统称为空间频段误差(SFE)。目前,关于中频空间频段误差对成像光学系统影响的研究较少,传统光学系统评价主要关注低频误差“Figure”和粗糙度级别的高频误差(HSF),但是中频(MSF)误差也是影响系统成像性能的重要因素^[1-4]。

关于成像光学系统空间频段误差的研究主要存在两方面问题:1) 光学元件镜面中频误差没有有效的评价方法;2) 中频误差与成像系统性能未建立直接关系.亚利桑那大学 Tamkin 等^[5]研究了金刚石车削透镜导致的频段误差对系统成像影响,在他们的研究当中表面中频被简化成周期分布的余弦函数,该模型只能描述表面周期结构明显,表面误差幅值大[表面均方根(RMS) $1/20\lambda$]的光学表面,不适用于计算机控制光学表面(CCOS)等子孔径研抛加工技术制造的光学元件表面评价^[6-8]。美国劳伦斯·利弗莫尔国家重点实验室(LLNL)在研制用于激光惯性约束聚变工程(ICF)的国家点火装置(NIF)的过程中,提出将NIF系统元件面形误差引起的激光波前误差定量划分为三个空间频率区域,并进行了光学元件表面中、低频对光束质量的影

收稿日期: 2014-11-14; 收到修改稿日期: 2015-03-18; 网络出版日期: 2015-06-24

基金项目: 国家973计划(2011CB013205)

作者简介: 曾雪峰(1987—),男,博士,助理研究员,主要从事非球面加工检测和光学表面质量评价等方面的研究。

E-mail: njzxf2007@aliyun.com

*通信联系人。E-mail: njzxf2007@aliyun.com

响以及高能激光导致存在高频误差元件表面损伤的研究^[9]。但是,由于应用背景和目标不同,NIF的频段误差评价指标不完全适用于成像光学系统,针对成像系统,中频误差的影响研究还需要深入研究。

为此提出了将镜面制造残差规划至出瞳面上评价的方法,建立数学模型,推导出统计意义下的MSF对调制传递函数的影响解析式,并对比了MSF和低频误差对系统调制传递函数(MTF)的影响。

2 成像系统模型及基于出瞳的频段误差划分

由于现有准确定光学加工技术在光学表面残留的磨头痕迹和表面微观耕犁、崩裂效应以及加工、检测误差,光学表面存在不同空间频段的表面误差。这些空间频段误差在光学系统中耦合,最终体现为系统出瞳波前误差。成像系统的一般模型可以抽象为图1所示^[10]。

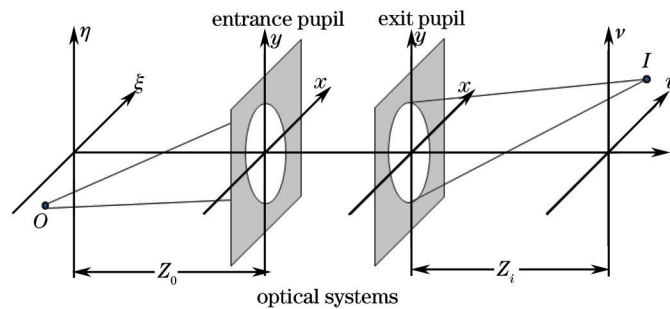


图1 成像系统的一般模型

Fig.1 Model of image systems

出瞳函数表示为(1)式

$$\mathcal{P}(x, y) = P(x, y) \exp[jkW(x, y)], \quad (1)$$

式中

$$P(x, y) = \begin{cases} 1, & x, y \in \Sigma \\ 0, & \text{else} \end{cases},$$

式中 $P(x, y)$ 为光瞳振幅部分, k 为波矢, $W(x, y)$ 为出瞳波前与高斯球面的偏离量, Σ 为出瞳函数 $\mathcal{P}(x, y)$ 的透光区域图2直观解释了波前误差对点物成像位置的影响, W_G 是出瞳位置高斯参考球面, W_{Figure} 表示波前误差的低频成分, W_{MSF} 表示波前偏差的中频成分。无像差系统对点物成像得到几何像点 K_G , 由于低频误差的存在, 导致像点出现在 K_{Figure} 处, 当系统同时存在 W_{Figure} 、 W_{MSF} 时, 像点出现在了 K 处。

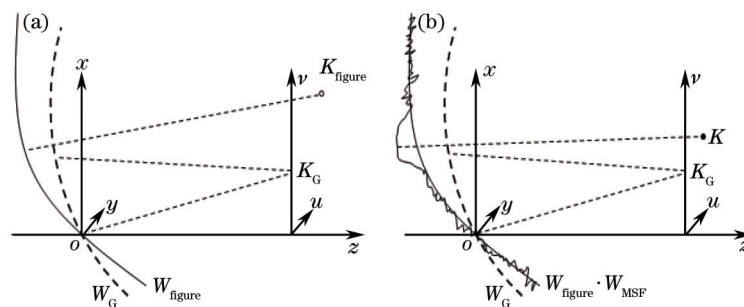


图2 出瞳处波前偏差对系统成像的影响

Fig.2 Effect of wavefront error on exist pupil

通过对系统出瞳波前偏差的分析,出瞳波前与理想球面偏差可以分解为三部分的矢量和:

$$W(x, y) = W_{\text{Figure}}(x, y) + W_{\text{MSF}}(x, y) + W_{\text{HSF}}(x, y), \quad (2)$$

式中波前偏差的低频部分 W_{Figure} 由系统设计残差、镜面低阶制造误差以及力、热导致的形变误差在出瞳位置的耦合导致,传统光学系统评价对 W_{Figure} 和 高频误差 $W_{\text{HSF}}(x, y)$ 的研究相对较多^[10-11], 本文将重点关注出瞳波前偏差中的 W_{MSF} 部分。

系统波像差低频部分采用泽尼克多项式表示,中、高频通过进一步滤波分离,不同频段误差对应不同的相关长度。根据第二节的出瞳波前偏差分解假设(2)式,将波前误差分解为频段误差的矢量叠加,以一个 $F/9$, 出

瞳直径 300 mm 的某工程型号离轴三反系统中心视场为例,系统如图 3 所示。

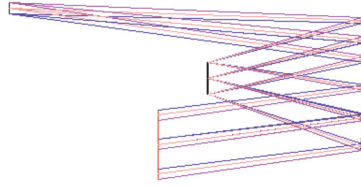


图 3 离轴三反系统

Fig.3 Off-axis three mirror optical systems

首先采用 Fringe 泽尼克多项式拟合出低频部分,其次,在滤除低频部分的残差中采用宽度为 3 mm 的窗口函数再次滤除高频成分,将其中心视场出瞳波前偏差分解为图 4 所示,PV 为峰谷值。

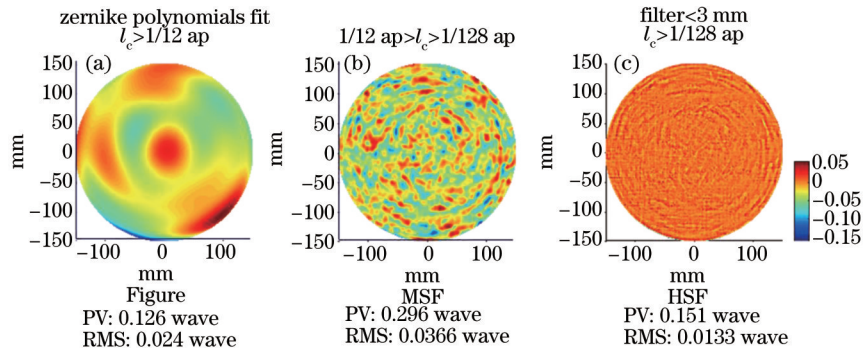


图 4 基于出瞳的频段误差划分

Fig.4 Frequency error departed based on exist pupil

截取各频段径向剖面线用以分析频段误差的统计特性,图 5 所示为 90° 方向波前剖面矢高分布。

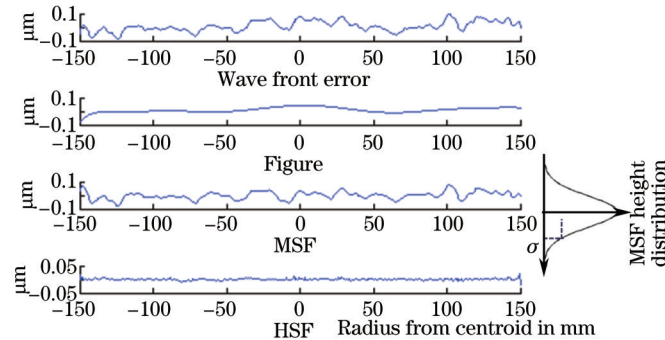


图 5 出瞳波前偏差分解示意图(剖面图)

Fig.5 Partition of wavefront error (cross section)

图中纵轴为表面矢高,横轴为镜面半径方向。从图 5 显示的 MSF 的统计分布曲线可以看出,滤波得到的中频误差服从均值为零的高斯分布。

它们方差的关系如下所示

$$\sigma^2 = \sigma_{\text{Figure}}^2 + \sigma_{\text{MSF}}^2 + \sigma_{\text{HSF}}^2 \quad (3)$$

3 中频误差对系统 MTF 的影响

根据出瞳相位误差分解(2)式,由于高频误差导致的散射角度大,并且一般在系统中所在分量少,暂不考虑高频成分 [$W_{\text{HSF}}(x,y) = 0$],那么广义光瞳函数表示为:

$$\mathcal{P}(x,y) = P(x,y) \exp\{jk[W_{\text{Figure}}(x,y) + W_{\text{MSF}}(x,y)]\} \quad (4)$$

由于 MTF 是光学传递函数(OTF)的模,所以先求出 OTF。OTF 是振幅传递函数 H 的归一化自相关函数,表示为

$$\mathcal{H}(f_x, f_y) = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} H\left(p + \frac{f_x}{2}, q + \frac{f_y}{2}\right) H^*\left(p - \frac{f_x}{2}, q - \frac{f_y}{2}\right) dpdq}{\iint_{-\infty}^{\infty} |H(p, q)|^2 dpdq} \quad (5)$$

振幅传递函数等于标度的光瞳函数,将标度后广义光瞳函数带入(5)式,得到存在像差时的 OTF

$$\mathcal{H}(f_x, f_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} \mathcal{P} \left[\lambda z_i \left(p + \frac{f_x}{2} \right), \lambda z_i \left(p + \frac{f_y}{2} \right) \right] P^* \left[\lambda z_i \left(p - \frac{f_x}{2} \right), \lambda z_i \left(p - \frac{f_y}{2} \right) \right] \times \exp \left\{ jk \left\{ W \left[\lambda z_i \left(p + \frac{f_x}{2} \right), \lambda z_i \left(p + \frac{f_y}{2} \right) \right] - W \left[\lambda z_i \left(p - \frac{f_x}{2} \right), \lambda z_i \left(p - \frac{f_y}{2} \right) \right] \right\} \right\} dpdq / \iint_{-\infty}^{\infty} |H(p, q)|^2 dpdq \quad (6)$$

假设 $\mathcal{P}(f_x, f_y)$ 为两个光瞳函数 $\mathcal{P}\left(x - \frac{\lambda z_i f_x}{2}, y - \frac{\lambda z_i f_y}{2}\right)$ 和 $\mathcal{P}\left(x + \frac{\lambda z_i f_x}{2}, y + \frac{\lambda z_i f_y}{2}\right)$ 的重叠面积。那么根据(6)式, OTF 表示为

$$\mathcal{H}(f_x, f_y) = \iint_{\mathcal{P}(f_x, f_y)} \exp \left\{ jk \left[W \left(x + \frac{\lambda z_i f_x}{2}, y + \frac{\lambda z_i f_y}{2} \right) - W \left(x - \frac{\lambda z_i f_x}{2}, y - \frac{\lambda z_i f_y}{2} \right) \right] \right\} dx dy / \iint_{\mathcal{P}(0,0)} dx dy \quad (7)$$

式中 W 是 W_{Figure} 和 W_{MSF} 的和函数。波前偏差的中频部分没有解析表达式,针对某个确定的系统,只能通过数值计算得到包含中频误差的 OTF。计算了图3样例系统低、中频误差对应的 OTF,求模得到 MTF,如图6所示。

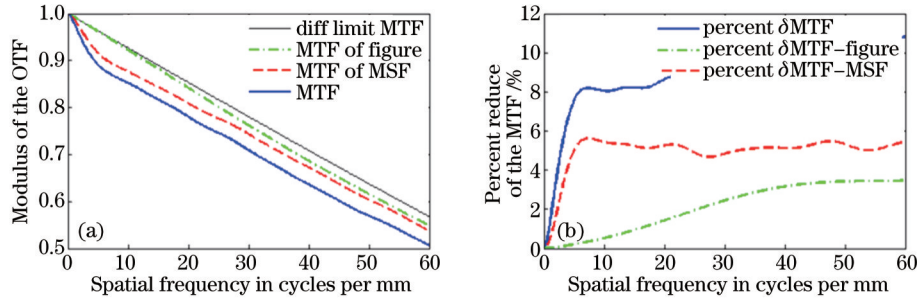


图6 表面频带误差对 MTF 损失的影响。(a) 分别为不同频段误差对应的 MTF; (b) 为不同频段误差相对无像差系统 MTF 下降值

Fig.6 Effect of frequency error on MTF loss. (a) MTF of different frequency errors; (b) MTF decrease of difference frequency error compare with optical limit systems

图6分别给出了不同频段误差对应的 MTF(a)及其相对无像差系统的降质情况(b),从图6中可以看出,中频误差与低频误差对奈奎斯特频率(51 mm/lp)处 MTF 的降质影响相近,但中频误差对应的 MTF 在低空间分辨率处(5 mm/lp)的数值开始快速下降,而中频误差对应的 MTF 下降相对较为平缓。

为了描述普遍情况下,MSF对系统性能的一般性影响,需要得到 MTF 曲线的解析表达。在求解过程中不考虑低频误差($W_{\text{Figure}} = 0$),通过求解(7)式将得到 MSF 对 OTF 的影响。

由于解析表达式难以针对确切的中频误差给出其相应的 OTF,所以需要定义一个中频误差对系统 OTF 影响的平均度量,最直观的概念是取随机过程的期望。从而,引入平均传递函数的概念^[12]

$$\overline{\mathcal{H}}(f_x, f_y) = \left\{ E \iint_{\mathcal{P}(f_x, f_y)} \exp \left\{ jk \left[W \left(x + \frac{\lambda z_i f_x}{2}, y + \frac{\lambda z_i f_y}{2} \right) - W \left(x - \frac{\lambda z_i f_x}{2}, y - \frac{\lambda z_i f_y}{2} \right) \right] \right\} dx dy \right\} / E \left[\iint_{\mathcal{P}(0,0)} dx dy \right] \quad (8)$$

式中 W 代表 MSF,根据这种定义,平均光学传递函数通过描述光学系统赋予频率分量 (f_x, f_y) 的平均权重以确定系统性能,并利用强度零频分量的平均权重进行归一化。

可以看到分子的积分核部分是求解自相关过程,为求解积分过程,需要对中频误差 $W(x, y)$ 的统计特征进行分析,建立统计模型,以解出平均传递函数。这里初步讨论一下 $W(x, y)$ 的统计特征,由于光学加工在镜面残留的加工刀痕(TM)的随机性,因此 MSF 具有某种随机过程统计分布特性。并且通过滤波去除低频后的 $W(x, y)$ 自相关长度 $l_c \ll D_p$ (其中 D_p 是出瞳直径),可以认为 $W(x, y)$ 是广义平稳的随机过程,光程差 $\Delta W = W_1 - W_2$ 的空间统计也是广义平稳的。那么积分号内的期望与 (x, y) 无关,期望值可以提到积分号外,得到平均光学传递函数与衍射极限传递函数的关系

$$\overline{\mathcal{H}}(f_x, f_y) = \mathcal{H}_0(f_x, f_y) \overline{\mathcal{H}}_{\text{MFE}}(f_x, f_y), \quad (9)$$

式中 $\mathcal{H}_0(f_x, f_y)$ 是无像差衍射受限系统的 OTF, 以圆形光瞳为例, 有

$$\mathcal{H}_0(v) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \left[\arccos\left(\frac{v}{v_0}\right) - \frac{v}{v_0} \sqrt{1 - \left(\frac{v}{v_0}\right)^2} \right], & v < v_0, \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (10)$$

式中 $v_0 = 1/\lambda F\#$ 是 OTF 截止频率, $v = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$, 此时的 OTF 为实函数, 其模值 MTF 与之具有相同形式。 $\overline{\mathcal{H}}_{\text{MFE}}(f_x, f_y)$ 是由出瞳波前光程差 MSF 部分引入的影响函数, 是分布在整个出瞳平面的中频误差的自相关函数。

为了求解 $\overline{\mathcal{H}}_{\text{MFE}}(f_x, f_y)$, 首先, 令 $t(x, y) = \exp[jk[W(x, y)]]$, 那么 $t(x, y)$ 的空间自相关函数即为

$$\Gamma_t(x_1, y_1; x_2, y_2) = E[t(x_1, y_1)t^*(x_2, y_2)], \quad (11)$$

$$\Gamma(x_1, y_1; x_2, y_2) = E\{\exp[j\Phi(x_1, y_1) - \Phi(x_2, y_2)]\} = E\{\exp[j\Delta\Phi(x_1, y_1; x_2, y_2)]\}, \quad (12)$$

式中 $\Phi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda}W(x, y)$ 为出瞳波前位相差, $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$ 。那么 Φ 是一阶增量平稳随机过程, 上式可以通过随机变量 $\Delta\Phi$ 的特征函数给出

$$\Gamma(x_1, y_1; x_2, y_2) = M_{\Delta\Phi}(\omega)|_{\omega=1}, \quad (13)$$

由于 $\Phi_1, \Phi_2 \sim N(0, \sigma^2)$, 并且对于圆形光瞳, 相位相关函数是圆对称的, 将其表示为 $C(r) = \exp\{-r/l_c\}$, 其中 $r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$, 得到 $\Delta\Phi$ 一阶特征函数为

$$M_{\Delta\Phi}(\omega) = \exp\left\{j\omega\mu_{\Delta\Phi} - \frac{\omega^2}{2}\sigma_{\Delta\Phi}^2\right\} = \exp\left\{-\frac{\omega^2}{2}[2[1 - C(r)]\sigma^2]\right\} = \exp\{-\omega^2\sigma^2[1 - C(r)]\}, \quad (14)$$

式中 $\mu_{\Delta\Phi}$ 是 $\Delta\Phi$ 的期望, l_c 是相关长度, 那么中频误差对 OTF 的影响函数

$$\overline{\mathcal{H}}_{\text{MSF}}(v) = \exp\left\{-\sigma^2\left[1 - \exp\left[-\left(\frac{\lambda f v}{l_c}\right)^2\right]\right]\right\}. \quad (15)$$

容易证明, 当 $v \rightarrow \infty$ 时 $\overline{\mathcal{H}}_{\text{MSF}} \rightarrow \exp\{-\sigma^2\}$, 该频率是中频误差导致 OTF 的拐点的特征频率, 将其定义为 v_c 。可以看出 v_c 与相关长度 l_c 成正比, 与系统焦距成反比。物理上可以直观地解释为, 相关长度越小, 系统焦距越大, MSF 导致的散射越大, 背景亮度均一化加强。

为了更直观地解释上述结论, 绘制不同相关长度频段误差对传函的影响函数曲线在图 7(a) 中, 并将 (15) 式和 (10) 式带入 (9) 式得到不同相关长度频段误差的 MTF [图 7(b)], 样例系统出瞳函数中频误差对应的典型相关长度为 l_{c3} , 中频误差对应的 MTF 数值解 [图 6(a)] 与图 7(b) 中相关长度为 l_{c3} 的 MTF 曲线一致, 说明解析推导结论正确。

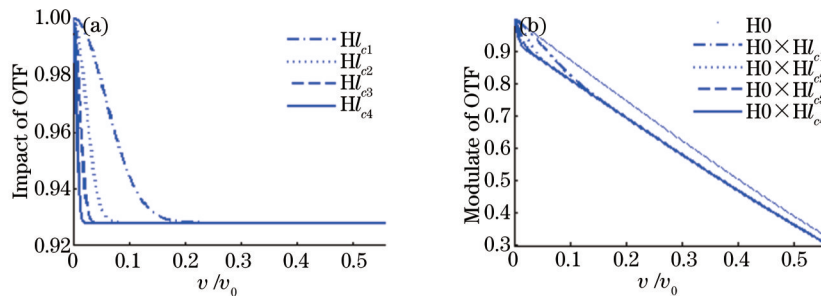


图7 不同相关长度中频误差的典型 MTF。(a) 中频对 MTF 的影响函数; (b) 系统平均 MTF, 其中相关长度 $l_{c1} > l_{c2} > l_{c3} > l_{c4}$

Fig.7 Typical MTF of different correlation length frequency errors. (a) MTF impact function of Mid-frequency;

(b) average MTF of, in where $l_{c1} > l_{c2} > l_{c3} > l_{c4}$

4 结 论

通过建立成像系统一般模型, 将光学表面频段误差映射到光学系统出瞳波前偏差进行分析研究, 并针对某工程型号系统, 将其出瞳波前偏差划分为三个频段, 给相应 MTF 曲线。经过研究表明, 区别于像差引起 MTF 的平缓下降, MSF 导致光学系统调制传递函数在低分辨率处显著下降, 使得 MTF 所包围的面积下降。

并且根据中频误差的统计特征,通过理论推导,得到MSF的将导致MTF在低频段产生曲率突变点,并通过计算证明拐点发生在特征频率 $\nu \rightarrow eL_c/f\lambda$ 处,对比样例系统MTF数值解得到相同结论。该结论说明长焦系统对MSF更加敏感,中频误差产生小角度散射,导致MTF低分辨率处便开始下降。主要研究系统中频误差,单镜频段误差到系统频段误差的耦合及单镜频段误差允差有待进一步研究。

参考文献

- 1 Robert E P. Specifications: Figure and finish are not enough[C]. SPIE, 2008, 7071(70710B): 1-9.
- 2 Hopkins H H. Wave Theory of Aberrations[M]. Clarendon: Oxford at the Clarendon Press, 1950: 48-55.
- 3 Wang Zhijiang. Basis Theory of Optical Design[M]. Beijing: Science Press, 1985: 435-438.
王之江. 光学设计理论基础[M]. 北京: 科学出版社, 1985: 435-438.
- 4 Smith W J. Modern Optical Engineering: The Design of Optical Systems (Second Edition)[M]. New York: McGraw-Hill Press, 1990.
- 5 Tamkin J M, Milster T D, Dallas W, *et al.*. Theory of modulation transfer function artifacts due to mid-spatial-frequency errors and its application to optical tolerance[J]. Appl Opt, 2010, 49(20): 4825-4835.
- 6 Kim D W. Next Generation Computer Controlled Optical Surfacing[D]. Arizona: The University of Arizona, 2009: 66-73.
- 7 Aikens D M. The origin and evolution of the optics for the national ignition facility[C]. SPIE, 1995, 2536: 2-12.
- 8 Joseph W G. Introduction to Fourier Optics[M]. Qin Kecheng Transl. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2006: 114-122.
古德曼. 傅里叶光学导论[M]. 秦克城译. 北京: 电子工业出版社, 2006: 114-122.
- 9 Xiang Yang. Optical transfer function of image quality criterion for rough wavefront and tolerance theory of roughness[J]. Acta Optica Sinica, 1997, 17(1): 45-52.
向阳. 粗糙波面光学传递函数像质评价准则和粗糙度公式理论[J]. 光学学报, 1997, 17(1): 45-52.
- 10 Xiang Yang. The roughness wavefront "strehl intensity ratio" criterion[J]. Acta Optica Sinica, 1996, 16(4): 488-493.
向阳. 粗糙波面中心点亮度比像质评价准则[J]. 光学学报, 1996, 16(4): 488-493.
- 11 Born M, Wolf E. Principles of Optics[M]. Yang Jiansun Transl Beijing: Science Press, 2006: 450-458.
波恩, 沃尔夫. 光学原理[M]. 杨葭孙译. 北京: 电子工业出版社, 2006: 450-458.
- 12 Joseph W G. Statistical Optics[M]. New York: John Wiley & Sons Press, 1992: 328-331.

栏目编辑: 张浩佳