

离散傅里叶级数在五棱镜扫描检测中的应用

周子云

吉林建筑大学土木工程学院, 吉林 长春 130118

摘要 为了更好地检测与评价大口径平面镜,引入了离散傅里叶级数作为处理五棱镜扫描结果的数学工具。从基本理论出发,分析了离散傅里叶方法本身性质以及在处理斜率信息上的优势;之后借助功率谱以及 Zernike 多项式,分析了经过傅里叶方法处理得到结果的空间域以及频域的特性。针对米级口径的反射镜面形数据,进行模拟数据采集,之后对于该数据进行处理,得到可以用于检测装调的低阶面形。

关键词 测量;大口径平面反射镜;波像差;离散傅里叶级数;五棱镜

中图分类号 TH751

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP52.071203

Algorithm for Pentaprism Scanning Testing Based on the Discrete Fourier Transform

Zhou Ziyun

School of Civil Engineering, Jilin Jianzhu University, Changchun, Jilin 130118, China

Abstract To specify the large aperture flat mirror, the discrete Fourier transform (DFT) is discussed in the processing for the slope data achieved from the pentaprism. The basic mathematic principle is processed to analysis the advance of DFT in processing the slope data. Then, the Zernike polynomials and power spectral density method are involved to evaluate the spatial domain and spatial frequency domain property of the method involved in this paper. For the large reflecting mirror, the algorithm is verified to make sure that it is enough to specify the low order mirror figure.

Key words measurement; large aperture reflecting mirror; wave front error; discrete Fourier transform; pentaprism

OSIC codes 120.4640; 120.4610; 120.4800; 120.5050

1 引言

随着大口径光学的发展,大口径平面反射镜的应用越来越广泛^[1-6]。五棱镜扫描技术是近几年来提出的大口径平面镜检测装调的方法,通过自准直的方法得到斜率信息,并结合 Zernike 多项式可以得到镜面的低阶起伏^[7-8]。传统的五棱镜扫描方法需要测量角度,从而影响了整体的精度^[9],另一方面,对于非圆口径的平面镜来说,变形后的 Zernike 项的表达式将会变得十分复杂^[10]。

离散傅里叶级数是一种在数字信号处理中使用较为广泛的方法,后来被引入光学分析之中^[2,11-13]。一般情况下,如果没有发生破坏,利用光学仪器测得反射镜表面的波像差的序列绝对可和,故由反射镜表面波像差组成的随机序列满足傅里叶变换的条件。离散傅里叶级数是基于笛卡尔坐标系^[14],同时可以拟合任意形状的口径,故可以更好地对于面形进行检测。

本文通过基本推导,利用五棱镜所得数据,得到系统不同分辨层次的面形;之后利用数值仿真与实测数据,验证了本文理论的正确性以及方法的可行性。

2 基本推导

与使用 Zernike 多项式来表达波前类似,波前可以被离散指数基底表示为

收稿日期: 2015-03-02; 收到修改稿日期: 2015-03-25; 网络出版日期: 2015-06-12

基金项目: 国家 863 计划(2014AA7031010B)

作者简介: 周子云(1987—),女,博士,讲师,主要从事光机结构设计及光电设备检测技术方面的研究。

E-mail: zhouziyun719@163.com

$$\Phi(m,n) = \sum a_{uv} W_{uv}(m,n), \quad (1)$$

式中 a_{uv} 为基底拟合系数, $W_{uv}(m,n)$ 为离散指数基底。

对于 $N \times N$ 的采样孔径, $W_{uv}(m,n)$ 具体的表达式为

$$W_{uv}(m,n) = \frac{1}{N \times N} \exp\left[\frac{2\pi j}{N}(um + vn)\right]. \quad (2)$$

对于正交基,其具有以下的特征:

$$\sum W_{uv}(m,n) W_{rk}^*(m,n) = \sum_{m,n} \sum_{u,v,r,k} \frac{1}{N^2 \times N^2} \exp\left\{\frac{2\pi j}{N}[(u-r)m + (v-k)n]\right\} = \begin{cases} 1, & (u=r, v=k) \\ 0, & (\text{others}) \end{cases}. \quad (3)$$

利用该特征,进而可以得到基底拟合系数:

$$a_{uv} = \sum_{m,n} \Phi(m,n) W_{uv}^*(m,n). \quad (4)$$

对比拟合的过程与二维傅里叶级数:

$$\tilde{\phi}(u,v) = \sum_{m,n} \tilde{\Phi}(m,n) \exp\left[-\frac{2\pi j}{N}(um + vn)\right]. \quad (5)$$

可以发现,如果对于二维傅里叶级数取主区间就可以建立起系数 a_{uv} 与傅里叶级数的关系:

$$a_{uv} = N^2 \phi_2(\Phi). \quad (6)$$

对于五棱镜得到的斜率信息(以 X 方向为例):

$$\begin{cases} F\left[\frac{\partial W(x,y)}{\partial x}\right] = i2\pi f_x F[W(x,y)] \\ W(x,y) = -\frac{i}{2\pi} F^{-1}\left\{\frac{F\{[\partial W(x,y)]/\partial x\}}{f_x}\right\} \end{cases}. \quad (7)$$

在实际的工程应用中,由于其本身的离散特性,不会产生 Zernike 多项式计算时遇到的离散化精度问题,对于不同的孔径可以直接将孔径外元素设为 0 即可;理论上说,最高的拟合阶数为 $N \times N$,但是可以根据具体的要求,选择拟合阶数;另一方面,由于傅里叶分析可以借助快速算法完成,其效率也可以大幅提高。

3 数值仿真

之后利用之前的方法针对波前进行分析,如图 1 所示。图 1 中的两个结果分别使用的是 $N=8$ 与 $N=25$ 的采样率。

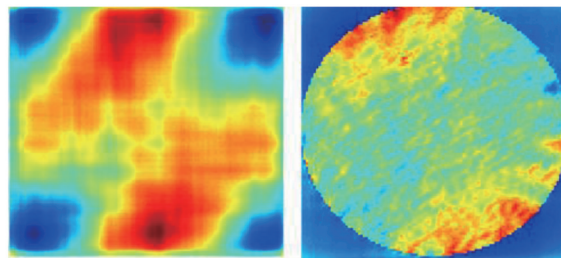


图 1 不同采样率下的重建面形

Fig.1 Figures with different sampling frequencies

为了分析拟合结果,在此引入功率谱进行分析。功率谱分析实际指的是功率谱密度(PSD)分析,简称谱。PSD 分析作为反射镜面形在频域中的评价方法是 20 世纪由美国利弗莫尔国家实验室提出的。在此引入二维功率谱的环域平均方法,这样既可以利用尽量多的波前信息,也可以保留一维功率谱简单明了的特点。

利用此方法不仅可以由二维功率谱简单地得到其一维坍塌形式,并可以通过设置环带数量控制功率谱的分辨率。对于实际的实验分析与工程应用都是十分有利的。对图 1 中的两个反演结果进行 PSD 分析,如图 2 所示。

由图 2 可知,当拟合的阶数比较低的时候,和原始波前相比,其中高频分量基本上被去除,导致谱线下降很快。对于高阶拟合的情况,系统的中高频分量被很好地体现出来。

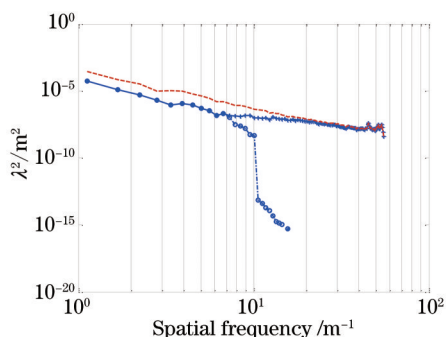


图2 不同拟合的阶数的功率谱

Fig.2 PSD with different fitting orders

Zernike 多项式是单位圆上的正交基,对于不同拟合项阶数得到面形进行 Zernike 系数计算。在此仅考虑 Zernike 多项式中的离焦与两个方向的像散(Z_4 、 Z_5 、 Z_6)。对于原始波前信息在两个方向上对拟合的方程进行求解,其中省略了内积符号:

$$\begin{pmatrix} 2Z_4Z_4^x & Z_4^xZ_5 + Z_4Z_5^x & Z_4^xZ_6 + Z_4Z_6^x \\ 2Z_4Z_4^y & Z_4^yZ_5 + Z_4Z_5^y & Z_4^yZ_6 + Z_4Z_6^y \\ Z_4^xZ_5 + Z_4Z_5^x & 2Z_5Z_5^x & Z_5^xZ_6 + Z_5Z_6^x \\ Z_4^yZ_5 + Z_4Z_5^y & 2Z_5Z_5^y & Z_5^yZ_6 + Z_5Z_6^y \\ Z_4^xZ_6 + Z_4Z_6^x & Z_5^xZ_6 + Z_5Z_6^x & 2Z_6Z_6^x \\ Z_4^yZ_6 + Z_4Z_6^y & Z_5^yZ_6 + Z_5Z_6^y & 2Z_6Z_6^y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi^xZ_4 + \phi Z_4^x \\ \phi^yZ_4 + \phi Z_4^y \\ \phi^xZ_5 + \phi Z_5^x \\ \phi^yZ_5 + \phi Z_5^y \\ \phi^xZ_6 + \phi Z_6^x \\ \phi^yZ_6 + \phi Z_6^y \end{pmatrix} \quad (8)$$

利用(8)式,可以直接利用波前斜率测量的结果拟合系统低阶波像差,如图3、4所示。由图可以得到,当拟合阶数在25阶之后,可以看出系数基本稳定,当只考虑前6阶 Zernike 项的情况下,选取 $N=25$ 即可。

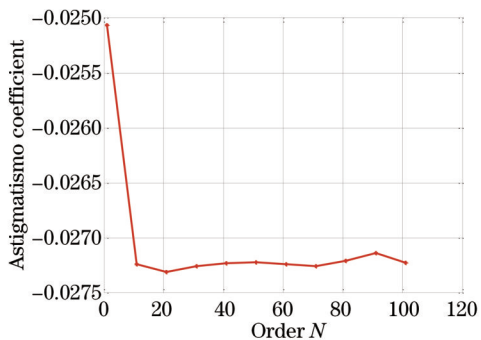


图3 像散项的 Zernike 系数 a_5

Fig.3 Coefficient of the astigmatism a_5

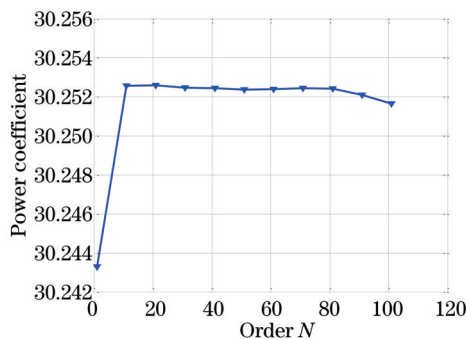


图4 离焦项的 Zernike 系数 a_4

Fig.4 Coefficient of the power a_4

4 实验验证

米级口径的反射镜面形数据如图5所示,选取25点采样,即两个方向都使用25点来实验拟合,拟合的结果如图6所示,可以看出,其基本的起伏都被表现出来了。对于大部分大口径平面镜,由于径厚比都比较大(30 m 望远镜三镜长轴径厚比为36),故受支撑影响比较大,在进行装调时,需要一边调节支撑,一边对于结

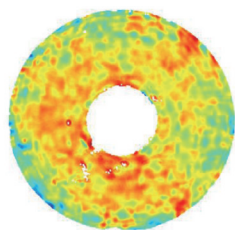


图5 米级口径波前数据

Fig.5 Meter scale aperture mirror figure

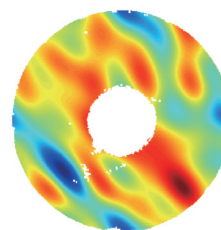


图6 面形低阶分量

Fig.6 Low order component of the mirror figure

果进行检测,对于这样的检测任务,使用传统上的检测方法几乎是不可能的,而基于本文的方法,可以很简便地搭建起两根正交导轨,并进行测量。

5 结 论

将离散傅里叶级数的方法引入了五棱镜测量数据的处理之中,利用傅里叶级数本身处理斜率信号的优势,可以得到任意阶次的系统面形。相对于转动测量,距离测量更容易获得较高的精度,同时,由于傅里叶级数拟合孔径的任意性,得到更加准确与简便的表征是可以实现的。主要是对基本理论进行了研究与仿真,如何将该方法应用于实际,是下一步工作的重点。

参 考 文 献

- 1 Xue Donglin. Manufacture and application of large aperture standard transmission spheres[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(6): 0616001.
薛栋林. 大口径标准球面镜组研制与应用[J]. 中国激光, 2014, 41(6): 0616001.
- 2 Wang Xiaokun. Fabrication and testing of large aperture off-axis SiC aspheric mirror[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2011, 49(1): 011201.
王孝坤. 大口径离轴碳化硅非球面反射镜加工与检测技术研究[J]. 激光与光电子学进展, 2011, 49(1): 011201.
- 3 Liu Xiaomei, Xiang Yang. Research and design of telecentric off-axis three-mirror system with real entrance pupil[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(11): 1122002.
刘晓梅, 向阳. 具有实入瞳的远心离轴三反系统研究与设计[J]. 光学学报, 2011, 31(11): 1122002.
- 4 Zhang Xiaofei, Chen Lizi, Du Shaojun. Optical system design of off-axis three-mirror camera with resolution of 1 m[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2013, 50(6): 062204.
张晓飞, 陈力子, 杜少军. 1 m分辨率离轴三反相机光学系统设计[J]. 激光与光电子学进展, 2013, 50(6): 062204.
- 5 Zhang Wei, Liu Jianfeng, Long Funian, *et al.*. Study on wavefront fitting using Zernike polynomials[J]. Optical Technique, 2005, 31(5): 675-678.
张伟, 刘剑峰, 龙夫年, 等. 基于Zernike多项式进行波面拟合研究[J]. 光学技术, 2005, 31(5): 675-678.
- 6 Bi Yong, Zhai Jia, Wu Jinhu, *et al.*. One method for mirror surface figure treatment in optical instrument[J]. Optical Technique, 2009, 35(1): 10-17.
毕勇, 翟嘉, 吴金虎, 等. 一种光学仪器镜面面形的处理方法[J]. 光学技术, 2009, 35(1): 10-17.
- 7 Wang Dong, Yang Hongbo, Chen Changzheng. Computer simulation of the optical surface[J]. Computer Simulation, 2007, 24(2): 298-301.
王栋, 杨洪波, 陈长征. 光学表面面形的计算机仿真[J]. 计算机仿真, 2007, 24(2): 298-301.
- 8 Lin Xudong, Liu Xinyue, Wang Jianli, *et al.*. Performance test and experiment of correction capability of 137-element deformable mirror[J]. Optics and Precision Engineering, 2013, 21(2): 267-273.
林旭东, 刘欣悦, 王建立, 等. 137单元变形镜的性能测试及校正能力实验[J]. 光学精密工程, 2013, 21(2): 267-273.
- 9 L A Poyneer, M van Dam, J P Véran. Experimental verification of the frozen flow atmospheric turbulence assumption with use of astronomical adaptive optics telemetry[J]. J Opt Soc Am A, 2009, 26(4): 833 - 846.
- 10 Mallik P, Zhao C, Buerge J H. Measurement of a 2 m-flat using a pentaprism scanning system[J]. Opt Eng, 2007, 46(2): 023602.
- 11 Zhu Shuo, Zhang Xiaohui. Application of error detaching to Ritchey-Common test for flat mirrors[J]. Optics and Precision Engineering, 2014, 22(1): 7-12.
朱硕, 张晓辉. 误差分离技术在平面镜瑞奇-康芒法检测中的应用[J]. 光学精密工程, 2014, 22(1): 7-12.
- 12 Xu Yang, Tang Feng, Wang Xiangzhao, *et al.*. Measurement error analysis of absolute flatness test[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(10): 1008009.
徐洋, 唐锋, 王向朝, 等. 平面面形绝对检验技术测量误差分析[J]. 中国激光, 2011, 38(10): 1008009.
- 13 Wang Fuguo, Yang Fei, Zhao Hongchao, *et al.*. Progress in TMT M3 system[J]. Chinese Optics, 2013, 10(6): 643-651.
王富国, 杨飞, 赵宏超, 等. TMT望远镜三镜系统的研究进展[J]. 中国光学, 2013, 10(6): 643-651.
- 14 Geckeler R D. Optimal use of pentaprisms in highly accurate deflectometric scanning[J]. Meas Sci & Technol, 2007, 18(1): 115-125.