

高精度星敏传感器星像能量分布模型研究

王凡¹ 常军¹ 郝云彩² 牛亚军¹

¹北京理工大学光电学院, 北京 100081

²北京控制工程研究所空间智能控制技术国家重点实验室, 北京 100190

摘要 为了得到一种有效的高精度星点提取算法, 直接将高斯分布作为星敏传感器星像能量分布的做法已经不能满足实现甚高精度星敏传感器的要求, 因此必须研究实际星敏传感器星像能量分布模型。使用了偏正态分布来描述高精度星敏传感器星像能量分布, 设计了仿真实验和测量实验来对比两种模型的拟合效果。仿真实验和测量实验结果均证明, 偏正态分布更加接近星敏传感器星像分布, 研究成果可以应用于星敏传感器精密视场校正算法的研究。

关键词 测量; 星敏传感器; 星像能量分布; 偏正态分布; 拟合

中图分类号 TP394.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP52.051203

Mathematical Model Research of Star Image Energy Distribution of Star Tracker

Wang Fan¹ Chang Jun¹ Hao Yuncai² Niu Yajun¹

¹School of Optoelectronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

²National Laboratory of Space Intelligence Control, Beijing Institute of Control Technology, Beijing 100190, China

Abstract In order to obtain an accurate centroiding algorithm, it is inappropriate to directly regard star image energy distribution as the Gaussian distribution because of the upgrading demand of ultra-high precision star tracker. It is urgent to study the actual star image energy distribution. This paper studies the theory of mathematical statistics about discrete data model deviating from the normal distribution. The skew Gaussian distribution is proposed to describe star image energy distribution of high precision star tracker. Both simulation and measuring experiments prove that the actual distribution of the star image get closer to the skew Gaussian distribution. The results can be used to guide the research of the precise correction algorithm of the star tracker which can correct the coordinates of the centroid.

Key words measurement; star tracker; star image energy distribution; skew Gaussian distribution; fitting

OCIS codes 120.1880; 120.4820; 120.6085

1 引言

星敏传感器是广泛应用于导弹和航天器上的姿态测量设备, 星点提取是星敏传感器工作过程中的一个环节, 主要完成从星图中提取星点像位置坐标的任务, 星点提取的精度直接影响到星敏传感器姿态测量精度。

恒星在星敏传感器像面上成像后采集到的光电数字图像称为星像, 目前星敏传感器研究者在后期星点提取位置校正算法上已经做了很多工作, 但是在星像分布模型上一直都没有深入研究。研究人员在研究星点提取算法时通常都采用高斯函数表示理想情况下星像能量分布, 已有研究者论证了该假设的合理性, 但是为了提高和验证星点提取算法的精度, 这种模型相对较为简单^[1], 不适合反映实际情况下星像能量分布。因此, 需要建立贴近实际星像能量分布的模型, 目前, 很少有文献报道按照实际采样特点建立光电转换后的星像能量分布模型, 大多是直接采用高斯能量分布, 但是模型建立的准确性直接关系到星点提取的精度, 因此有必要使用一

收稿日期: 2014-11-24; 收到修改稿日期: 2014-12-19; 网络出版日期: 2015-03-24

基金项目: 国家自然科学基金(61174004)

作者简介: 王凡(1989—), 男, 硕士研究生, 主要从事光学设计和光电检测等方面的研究。E-mail: 372602395@qq.com

导师简介: 常军(1973—), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事光电系统总体设计和光电检测技术等方面的研究。

E-mail: bitchang@bit.edu.cn(通信联系人)

种新的星敏感器星像能量分布数学模型,并且运用检测装置测量星像能量分布来验证这种数学模型。

本文介绍了数理统计中偏离正态分布的离散数据处理理论,使用了偏正态分布来描述星敏感器星像能量分布。为了验证模型的合理性,设计了仿真实验,然后进行了星像能量分布测量实验,对存在像差的星敏感器镜头的星像分布进行拟合,目标函数分别为理想的高斯分布函数和偏正态分布函数,通过对比分析发现,偏正态分布能够更好地描述星敏感器星像能量分布。

2 偏正态分布理论模型

由于分布是对样本数据的一个完全描述,因此分布在统计理论和实际的应用中起着重要的作用,偏正态分布是偏斜分布中的一种,偏斜分布主要用于偏态或重尾数据的研究应用,一直受到国内外众多学者的广泛关注。最早的偏正态分布是由 Azzalini^[2]提出,随后又有学者对它的统计性质进行了大量的研究。

定义:若随机变量 X 的密度函数为

$$2\phi(x;\mu,\sigma^2)\Phi[\alpha(x-\mu)], \quad (1)$$

式中 $\phi(x;\mu,\sigma^2)$ 是均值为 μ 、方差为 σ^2 的正态随机变量的密度函数, α 是用来控制偏度的形状参数,则称随机变量 X 服从参数为 (μ,σ,α) 的一元偏正态分布,记为 $X \sim SN(\mu,\sigma,\alpha)$ ^[2]。

如图1所示为偏度因子不同的偏正态分布密度曲线^[3],当 $\alpha=0$ 时,(1)式就简化为高斯分布函数,函数表达式为

$$I(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (2)$$

当 $\alpha > 0$ 或者 $\alpha < 0$ 时密度函数出现偏斜,相对于描述对称性数据的高斯分布而言,偏正态分布指的是在单峰的情况下,以平均数为中轴两边不对称的分布,特将高斯分布函数修正后,一般表达式为

$$I(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^-} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^{-2}}\right], & x \leq \mu, \text{ single increasing function} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^+} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^{+2}}\right], & x > \mu, \text{ single decreasing function} \end{cases}, \quad (3)$$

式中 μ 为平均数, σ^- 为左标准差, σ^+ 为右标准差。

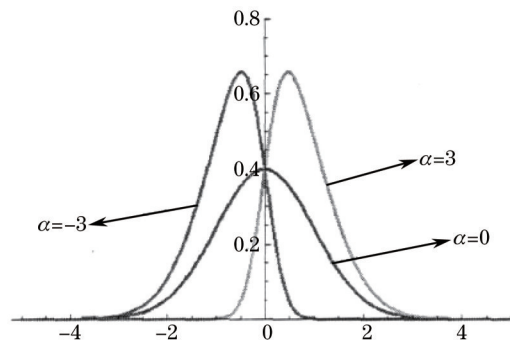


图1 偏度因子不同的偏正态分布密度曲线

Fig.1 Skew Gaussian distribution with different skew factors

从图1中可以看出,偏正态分布可以较好地描述有偏数据模型的分布。在光学设计的像差校正阶段,虽然光学设计软件优化技术越来越强大,但是在优化设计星敏感器光学系统的过程中,各种影响星像分布对称性的像差还是无法全部校正为零,例如彗差使轴外点成像为彗星形状的弥散斑,倍率色差使轴外点不同色光的像点分开^[4-7],这些残存的像差会导致原本对称的星像分布变成非对称分布,因此这里提出使用偏正态分布来描述受到像差影响的星敏感器星像分布。

3 星敏感器星像分布仿真实验

这里分析的镜头样例采用了一个高精度星敏感器上的镜头,图2是样例镜头三维(3D)图,该镜头光焦度

分配合理,每个面上的高级像差合理。这个镜头在星敏感器光学系统中是大视场大相对孔径的设计结果,但即使经过精心的设计和多次优化,光学系统还是会残存一部分像差,这些残存的像差会导致星像弥散(离焦是人为引入的一种像差),如图3所示为镜头的点列图,图4是离焦后弥散斑的包围圆能量,纵坐标为包围圆中能量的百分数,横坐标为包围圆的直径,单位为 mm。

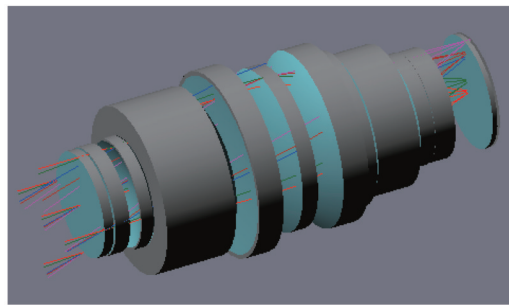


图2 样例镜头三维图

Fig.2 3D layout of sample lens

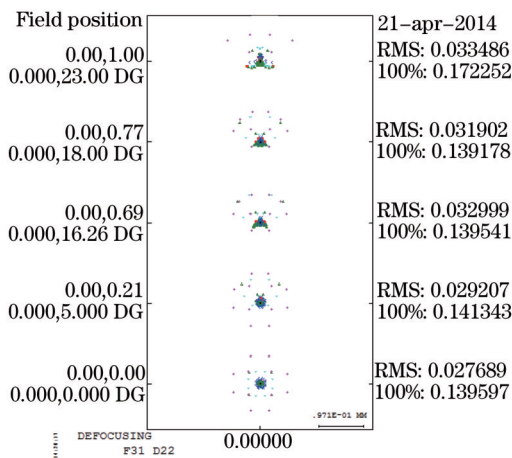


图3 样例镜头的点列图

Fig.3 Spot diagram of sample lens

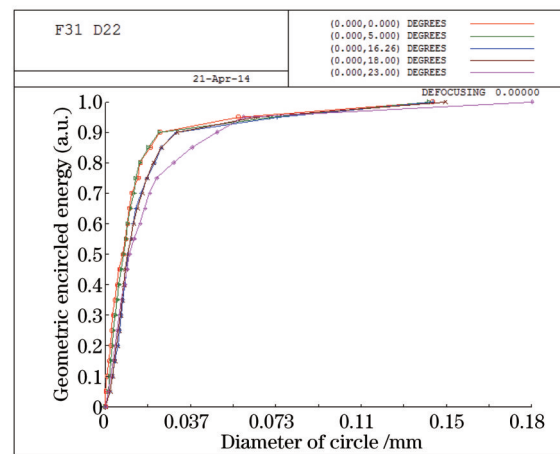


图4 样例镜头的包围圆能量

Fig.4 Diffraction encircled energy of sample lens

首先利用光学设计软件里面自带的能量点扩展函数功能计算出镜头像面上的星像分布,计算时,光谱取 800、700、650、600、500 nm,权重分别取 10、30、60、15、5(像差校正和平衡时设定的数值),取 0.707ω 这个最有代表性的视场。图5所示为星敏感器镜头在 0.707ω 时的能量点扩展函数,这些数据是在出瞳上抽样计算得到的离散数据。

然后分别使用高斯分布函数和偏正态分布函数作为目标函数^[8],去拟合这一系列离散数据,图6即为高

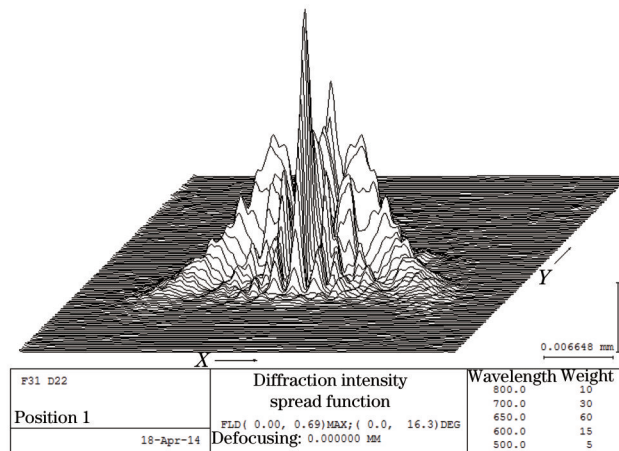


图5 样例镜头在 0.707ω 时的星像分布

Fig.5 Star image energy distribution of sample lens in 0.707ω

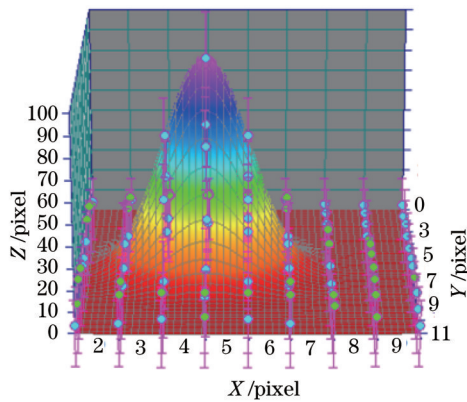


图6 采用高斯分布拟合后的三维曲面图

Fig.6 3D surface diagram for Gaussian fitting

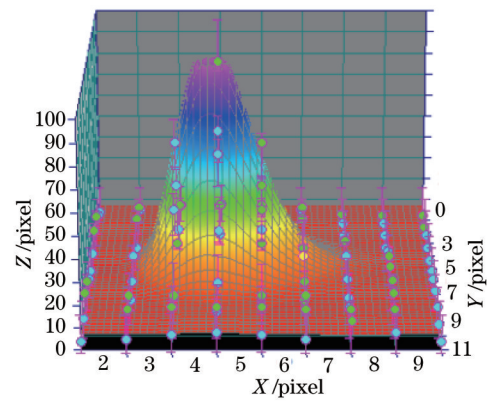


图7 采用偏正态分布拟合后的三维曲面图

Fig.7 3D surface diagram for skew Gaussian fitting

斯分布拟合的结果,图7即为偏正态分布拟合的结果,图中 XY 轴组成的平面为像素坐标平面, Z 轴为相应像素上的灰度值。

4 仿真结果分析

建立拟合评价函数,分别为 r^2 (拟合优度)、 r_a^2 (调整后拟合优度)、 E_t (拟合标准误差),将两种拟合的结果代入拟合评价函数计算,得到两种拟合结果的评价函数值,如表1表示。

表1 星敏传感器星像分布拟合评价函数表

Table 1 Merit function values of star image distribution fitting

Merit function	Gaussian	Skew
r^2	0.75966946	0.93343934
r_a^2	0.74674846	0.92752284
E_t	7.8449713	4.1960331

Gaussian 和 **Skew** 分别代表高斯分布和偏正态分布,从表1可知,三项指标均可以看出采用偏正态分布来描述星敏传感器星像分布是更加符合其光学系统特性的。因此,在研究高精度星敏传感器提取算法时已经不能将实际星像分布理想地默认为高斯分布,对于精度高出一个数量级的甚高精度星敏传感器必须将这种理论模型的前提错误剔除才能获得精度的提高。

另外,光学设计人员根据图3、4可知,系统像面上的光斑大小经过离焦后已经满足了点列图和包围圆能量的技术指标,此时利用计算机进行的光学像差校正工作已经完成。但是根据图5、7可知,目前系统的光斑具有一定的非对称性,这种非对称性必然导致星像质心的偏移,因此在镜头的设计阶段也必须考虑校正这种偏移,将其控制在精度范围内。

5 星敏传感器星像分布测量实验

数值仿真的计算结果没有包含实际的加工装调误差,为了更全面验证这里的结论,有必要开展星敏传感器星像能量分布测量实验。如图8(a)所示,实验装置主要包括光源、平行光管、精密气浮转台、探测器组件、位移台、工装和待测星敏传感器镜头^[9-10]。如图8(b)所示,将待测星敏传感器镜头装到镜头夹持工装上,使用经纬仪确定星敏传感器的中心视场,然后打开位移台控制器的操作界面程序,点击调焦按钮,电动位移台开始轴向移动探测器光敏面,找到离焦面后,开始图像采集,最后将采集到的星像图片输入到拟合程序中,目标函数分别为高斯函数和偏正态函数,从而得到中心视场的星像分布拟合结果。移动精密气浮转台,依次按照类似“田”字型的目标视场采用同样的方法进行光电采样,采样视场分别为视场 $a(0^\circ, 0^\circ)$ 、视场 $b(0.5^\circ, 0^\circ)$ 、视场 $c(0.5^\circ, 0.4^\circ)$ 、视场 $d(0^\circ, 0.4^\circ)$ 、视场 $e(-0.5^\circ, 0.4^\circ)$ 、视场 $f(-0.5^\circ, 0^\circ)$ 、视场 $g(-0.5^\circ, -0.4^\circ)$ 、视场 $h(0^\circ, -0.4^\circ)$ 、视场 $i(-0.5^\circ, 0.4^\circ)$,最后得出每个视场的星像分布拟合结果。

对两种拟合后的结果进行比较,拟合算法均采用最小二乘法,表2为不同采样视场的拟合评价函数值。

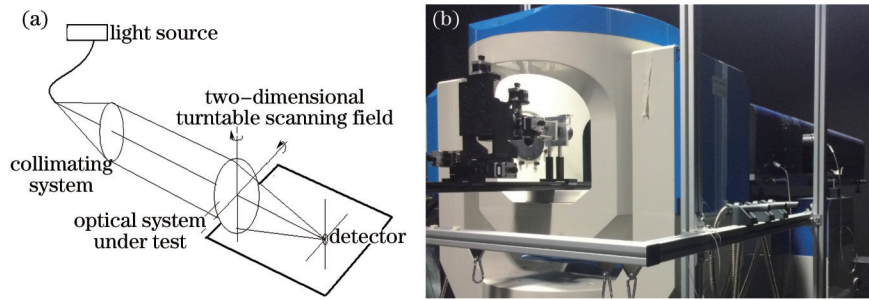


图8 (a) 实验装置图; (b) 实际测量实验装置

Fig.8 (a) Schematic diagram of experimental setup; (b) actual equipment for experiment

表2 不同采样视场的拟合评价函数值

Table 2 Merit function values of both fitting with different fields

Field	χ^2		r_a^2		E_t	
	Gaussian	Skew	Gaussian	Skew	Gaussian	Skew
a	0.8389270	0.9375063	0.8235867	0.9319513	6.1849867	4.0658197
b	0.8722979	0.9415913	0.8624764	0.9363994	6.8362031	4.6486622
c	0.8695475	0.9391554	0.8595127	0.9337470	6.8104064	4.6766111
d	0.9009637	0.9578767	0.8933456	0.9541324	6.7711058	4.4401418
e	0.8814380	0.9448616	0.8723178	0.9399605	7.3567126	5.0444186
f	0.8854956	0.9468735	0.8766876	0.9421512	7.0396916	4.8213790
g	0.8943648	0.9516103	0.8862390	0.9473090	7.1911256	4.8937532
h	0.9024642	0.9542138	0.8949614	0.9501439	7.3350785	5.0531615
i	0.8956262	0.9451737	0.8875974	0.9403002	7.4447555	5.4252831

由以上实验结果可知,与高斯分布相比,用偏正态分布来描述星敏感器星像分布是更加符合其光学系统特性的。

6 结 论

通过对一个实际的高精度镜头星像能量分布的拟合,比较了偏正态分布与高斯分布的差异,得到了更加接近星敏感器星像能量模型的分布。因此,采用高斯分布来描述实际星像能量分布是有误差的,本文成果可以应用于探讨星点提取位置校正的精密视场校正算法。

参 考 文 献

- Zhang Xinyu, Hao Yuncai. Analysis of the star image energy distribution mathematical model and its effect on the accuracy for a star tracker[J]. Aerospace Control and Application, 2013, 39(3): 14-18.
张新宇, 郝云彩. 星敏感器星点能量分布数学模型及其对精度的影响分析[J]. 空间控制技术与应用, 2013, 39(3): 14-18.
- Azzalini A. A class of distributions which includes the normal ones[J]. Scand J Statist, 1985, 12(2): 171-178.
- Azzalini A, Capitanio A. Statical applications of the multivariate skewed normal distribution[J]. J Roy Statist Soc, 1999, 61(3): 579-602.
- Jun Chang, Yuncai Hao, Jian Liu. Research on aberration theory of star track systems[C]. SPIE, 2009, 7156: 715632.
- Gong Dun, Tian Tiejun, Wang Hong. Optical design of wide spectrum and large relative aperture star sensor optical system with asphere[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(8): 0822001.
巩 盾, 田铁印, 王 红. 含有非球面的宽波段大相对孔径星敏感器光学系统设计[J]. 光学学报, 2013, 33(8): 0822001.
- Li Jing, Yang Baoxi, Hu Zhonghua, et al.. Development and performance testing of optical system for star sensor[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(5): 0522005.
李 璟, 杨宝喜, 胡中华, 等. 星敏感器光学系统的研制与性能测试[J]. 光学学报, 2013, 33(5): 0522005.
- Lü Bo, Liu Weiqi, Zhang Daliang, et al.. Optical system design of large entrance pupil catadioptric star sensor[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(7): 0716002.
吕 博, 刘伟奇, 张大亮, 等. 折反射式大入瞳星敏感器光学系统设计[J]. 中国激光, 2014, 41(7): 0716002.

- 8 Wang Haiyong, Zhou Wenrui, Lin Haoyu, *et al.*. Parameter estimation of Gaussian gray diffusion model of static image spot[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(3): 0323004.
王海涌, 周文睿, 林浩宇, 等. 静态像点高斯灰度扩散模型参数估计方法[J]. *光学学报*, 2012, 32(3): 0323004.
- 9 Chen Qimeng, Zhang Guoyu, Wang Zhe, *et al.*. Optical system design of high-precision static star simulator with large field of view[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2014, 51(5): 052202.
陈启梦, 张国玉, 王 哲, 等. 大视场高精度静态星模拟器的光学系统设计[J]. *激光与光电子学进展*, 2014, 51(5): 052202.
- 10 Yan Peipei, Fan Xuewu. Design of optical syetem of very high precision star sensor with small F-number[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2011, 48(9): 092202.
闫佩佩, 樊学武. 大相对孔径甚高精度星敏感器光学系统设计[J]. *激光与光电子学进展*, 2011, 48(9): 092202.

栏目编辑: 何卓铭