

# 应力各向异性对一维镜像光子晶体局域态的影响

彭建坤<sup>1</sup> 王宏<sup>2</sup> 韩艳玲<sup>1</sup> 张晓晖<sup>1</sup> 陈磊<sup>1</sup>

<sup>1</sup>中国地质大学数理学院, 湖北 武汉 430074

<sup>2</sup>中国地质大学信息技术中心, 湖北 武汉 430074

**摘要** 采用4×4传输矩阵法研究了一维镜像结构光子晶体的应力效应,重点研究了应力导致各项异性对缺陷模的影响。模拟结果显示,应力作用导致的晶体厚度的改变,将会导致透射谱中缺陷模的明显移动,缺陷模的移动和晶体厚度呈现线性关系。进一步研究证实,对于不同材料,应力作用导致的介质的各向异性将加强或削弱这一效应。在如今对传感器精度要求越来越高的情况下,光子晶体的这些特性在压力传感器的设计制作中显示出潜在的应用价值。

**关键词** 非线性光学;各向异性;4×4传输矩阵法;镜像光子晶体;弹光效应

中图分类号 O411.3

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP52.041603

## Effect of Stress-Induced Anisotropy on Transmittance of One Dimensional Photonic Heterostructures

Peng Jiankun<sup>1</sup> Wang Hong<sup>2</sup> Han Yanling<sup>1</sup> Zhang Xiaohui<sup>1</sup> Chen Lei<sup>1</sup>

<sup>1</sup>School of Mathematics and Physics, China University of Geosciences, Wuhan, Hubei 430074, China

<sup>2</sup>Center of Information and Laboratory, China University of Geosciences, Wuhan, Hubei 430074, China

**Abstract** The 4×4 transfer matrix method is applied to study the transmission and reflection characteristics of one dimensional photonic heterostructures. The key research is the effect of stress-induced anisotropy. The simulation results show that defect-mode in the photonic band gap move distinctly along with the change of photonic crystal's thickness. A linear relationship is presented with the change of the defect-mode's move and its thickness. The study further explore the stress-induced anisotropy. With different materials, the defect-mode's displacement is either strengthened or weakened depending on the stress-induced anisotropy. Considering the higher requirement for the precision of sensors, these features of photonic crystal show potential values in the designation and production of pressure sensors.

**Key words** nonlinear optics; anisotropy; 4×4 transfer matrix method; heterostructure; elastic-optic effect

**OCIS codes** 160.5298; 160.1190; 040.5150; 120.4640

## 1 引言

光子晶体是一种介电常数周期性变化的人工材料,可分为一维(1D)、二维(2D)和三维(3D)等不同类别。自从1987年,Yablonovitch等<sup>[1-2]</sup>首先明确提出光子晶体的概念后,光子晶体一直是非常活跃的研究热点,其中,基于光子晶体缺陷模的各种应用是最近人们普遍关心的问题。例如,当光子晶体外部受到压力时,将造成光子晶体介质折射率或者单层厚度的变化,这些参数的改变将对缺陷模式造成很大的影响<sup>[3]</sup>。根据光子晶体的这一特性人们提出了一种新型压力传感器<sup>[3-8]</sup>。此外,基于光子晶体的其他类型传感器,例如气体传感器<sup>[9]</sup>、声学传感器<sup>[10]</sup>、pH值传感器<sup>[11]</sup>和电场传感器<sup>[12]</sup>等,也取得了明显进展。

一维光子晶体通常由两种折射率不同的介质交替排列组成,改变晶体中某一层介质的厚度或折射率,

收稿日期: 2014-10-29; 收到修改稿日期: 2014-11-13; 网络出版日期: 2015-03-26

作者简介: 彭建坤(1990—),男,硕士研究生,主要从事光子晶体理论模拟方面的研究。

E-mail: pengjiankun126@126.com

导师简介: 韩艳玲(1965—),女,博士,教授,主要从事光子晶体理论模拟方面的研究。

E-mail: hylcug@163.com(通信联系人)

将打破其空间周期性,从而在光子禁带中得到一个对应的缺陷模式<sup>[13]</sup>。类似的,采用镜像光子晶体<sup>[14]</sup>同样可以得到缺陷模式,不过这种方法制作的光子晶体将获得更宽的光子禁带,在实际中将会有更广的用途,从而受到人们的青睐。

在近年的一些研究中,许震宇等<sup>[4-7]</sup>提出了光子晶体压力传感器的思路,但模拟计算中仅考虑了光子晶体厚度的改变。李乾利等<sup>[3]</sup>弥补了这一不足,在模拟计算中不仅考虑了厚度的改变,也考虑了介质折射率的改变,但仍局限于各向同性介质。在外力的作用下,介质将表现出明显的各项异性,现有的研究一般基于 $2 \times 2$ 传输矩阵法<sup>[15]</sup>,显然不能描述这一特性。鉴于此,采用 $4 \times 4$ 传输矩阵法<sup>[16]</sup>模拟计算了介质各向异性对缺陷模的影响。研究结果弥补了现有理论研究的不足,对实际器件的制作和设计也有指导意义。

## 2 物理模型和 $4 \times 4$ 传输矩阵法

图1为一维镜像光子晶体结构。该光子晶体由介质A和B交替叠加形成一种周期空间结构。结构的左右具有镜像对称,左面的结构表示为 $(AB)^N$ ,右面的结构表示为 $(BA)^N$ ,循环周期数 $N=21$ 。不失一般性,假设左右结构为 $1/4$ 波堆,即: $n_a d_a = n_b d_b = \lambda/4$ 。选定A层是 $\text{TiO}_2$ ,折射率为 $n_a = 2.29$ ,厚度为 $d_a$ ;B层是 $\text{SiO}_2$ ,折射率为 $n_b = 1.45$ ,厚度为 $d_b$ 。

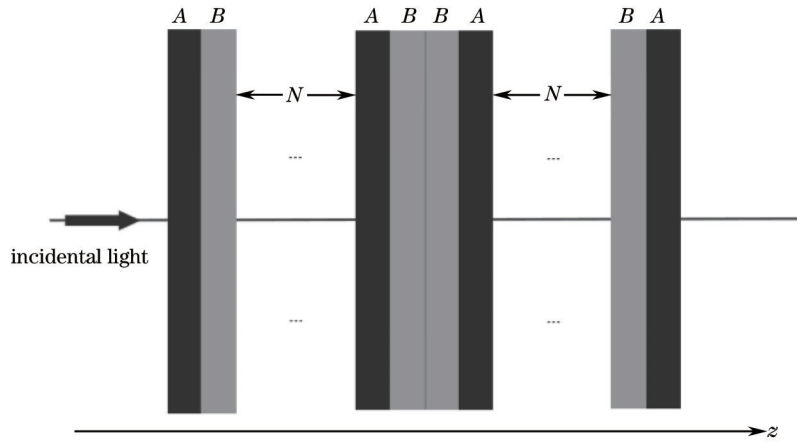


图1 镜像光子晶体结构示意图

Fig.1 Schematic of heterostructural photonic crystal

弹光效应是指弹性体在外力作用下折射率发生改变,呈现出各向异性的这一现象。具体而言,对于介电常数为 $\varepsilon$ 的各向同性晶体,沿 $Z$ 轴方向施加一个外力时,则晶体的介电常数变为

$$\begin{cases} \varepsilon_{11} = \varepsilon - \frac{1}{2} \varepsilon^3 \Pi_{11} \sigma \\ \varepsilon_{22} = \varepsilon - \frac{1}{2} \varepsilon^3 \Pi_{11} \sigma, \\ \varepsilon_{33} = \varepsilon - \frac{1}{2} \varepsilon^3 \Pi_{12} \sigma \end{cases} \quad (1)$$

式中 $\Pi$ 和 $\sigma$ 分别为压光系数和应力。这时晶体由光学各向同性转变成单轴晶体<sup>[17]</sup>,在此情况下,介电常数的张量形式为

$$\bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

对于这样的介质,必须采用 $4 \times 4$ 矩阵方法进行计算。将(2)式代入麦克斯韦方程可得到如下形式的微分方程<sup>[16]</sup>

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ h_x \\ h_y \end{bmatrix} = \frac{i\omega}{c} \begin{bmatrix} 0 & 1 - N_x^2/\varepsilon_{33} & 0 & 0 \\ \varepsilon_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{11} - N_x^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ h_x \\ h_y \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中  $N_x = n \sin \theta$ ,  $n$ 、 $\theta$  分别是入射光所在介质的折射率和入射角。(3)式可以简写成

$$\frac{d}{dz} V = \bar{H} V, \quad (4)$$

因为  $\bar{H}$  是  $4 \times 4$  矩阵, 有 4 个本征值和 4 个本征矢量。方程的通解可以写为如下形式:

$$V(z) = A_1 a_1 \exp(\lambda_1 z) + A_2 a_2 \exp(\lambda_2 z) + A_3 a_3 \exp(\lambda_3 z) + A_4 a_4 \exp(\lambda_4 z), \quad (5)$$

式中  $a_i$  是第  $i$  个本征值  $\lambda_i$  的本征矢量。方程(5)可以写成如下简洁形式

$$V(z) = \bar{a} \exp(i\bar{\lambda}z) A, \quad (6)$$

式中  $\bar{a}$  为包含 4 个本征矢量  $4 \times 4$  矩阵, 即  $\bar{a} = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ , 而  $A$  是包含  $A_i$  的列矢量,  $\exp(i\bar{\lambda}z)$  是一个对角矩阵, 其中第  $i$  个对角线元素对应第  $i$  个本征值。根据幂矩阵的定义

$$\exp(i\bar{\lambda}z) = \begin{bmatrix} \exp(\lambda_1 z) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \exp(\lambda_2 z) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \exp(\lambda_3 z) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \exp(\lambda_4 z) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

(6)式可以写为

$$V(z) = \bar{a} \exp[\bar{\lambda}(z-z')] \bar{a}^{-1} \bar{a} \exp(i\bar{\lambda}z') A = \bar{P}(z, z') V(z'), \quad (8)$$

式中  $\bar{P}(z, z') = \bar{a} \exp[i\bar{\lambda}(z-z')] \bar{a}^{-1}$  是连接  $z'$  和  $z$  的传输矩阵。

采用这种方法, 可以计算包括各向异性、电光效应、磁光效应和弹光效应等各种情况的透射谱, 而各向同性可归为  $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33}$  的各向异性介质。最终, 透射率  $T$  采用如下形式计算<sup>[18]</sup>:

$$T = \frac{|E_{xt}|^2 + \cos^2 \theta_{\text{air}} |E_{yt}|^2}{|E_{xi}|^2 + \cos^2 \theta_{\text{air}} |E_{yi}|^2}, \quad (9)$$

入射光为正入射, (9)式中  $\theta_{\text{air}} = 0$ 。

### 3 模拟结果和分析

在没有外界压力时模拟计算光子晶体的透射谱, 得到图2的结果, 容易看出在 1300~1700 nm 范围内存在一个明显的光子禁带, 在 1510 nm 处产生了一个透射率几乎为 1 的缺陷峰。

假定介质的折射率保持不变, 且为各向同性, 研究缺陷模波长与介质厚度的关系。当晶体外部受到压力时, 晶体将会被压缩, 即晶体内部每层的厚度都会减小。假定  $AB$  两层厚度减小的比率是一样的<sup>[3]</sup>, 并使用系数  $s$  来描述厚度的变化, 即  $d'_x = (1-s)d_x, x = a$  或  $b$ 。图3中显示了  $s$  为 0.0、0.005 和 0.01 时的透射谱。从图3容易看出随着厚度的减小, 缺陷峰会向短波长方向移动。模拟结果与袁等<sup>[6-7]</sup>的相关研究一致。

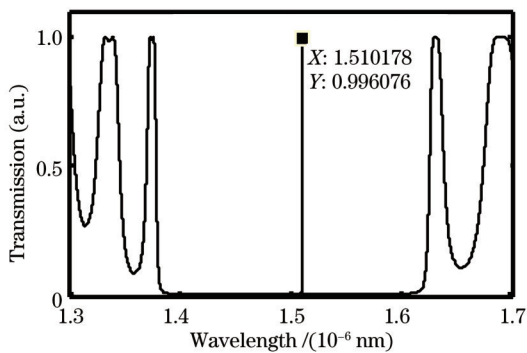


图2 光子禁带及其中的缺陷模

Fig.2 Defect-mode and photonic crystal band gap

进一步研究缺陷模波长和厚度的依赖关系。连续改变  $s$  值从 0.0001 到 0.01, 分别计算不同  $s$  值时的透射谱, 图4显示了模拟结果。从图中可以看出, 随着厚度减小, 缺陷峰的波长向短波长方向移动, 呈现线性关系。

假定晶体厚度不变, 研究介质的各向异性对缺陷模波长的影响。在外力的作用下, 晶体中的  $A$ 、 $B$  两层介质将呈现各向异性, 变成单轴或双轴晶体。为了简化计算, 仅考虑单轴晶体, 假定  $A$ 、 $B$  两层介质受压后变

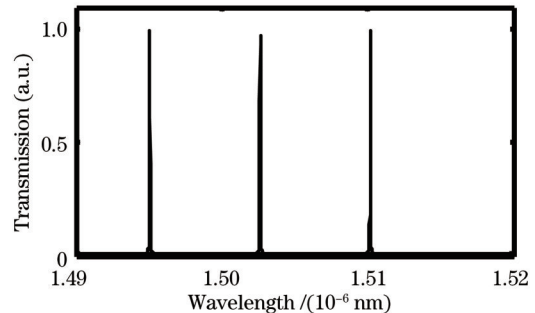


图3 不同厚度下的缺陷模(从右到左依次对应于  $s=0, 0.005, 0.01$ )

Fig.3 Defect-modes under different layer's thickness (corresponding to  $s=0, 0.005$  or  $0.01$  from right to left)

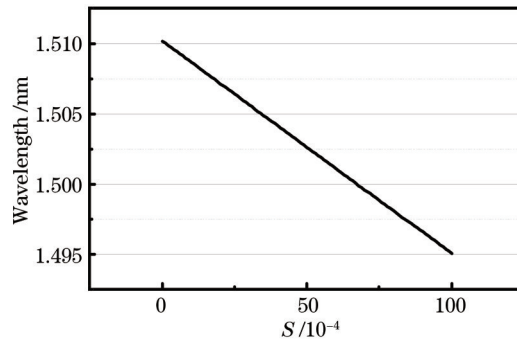


图4 缺陷模式和厚度的依赖关系

Fig.4 Coefficient between defect-mode and layer's thickness

为单轴晶体,即  $\epsilon_{11} = \epsilon_{22} \neq \epsilon_{33}$ 。根据弹光效应理论,采用各向异性系数<sup>[17]</sup>:  $\Delta = (\epsilon_{11} - \epsilon_{33}) / \epsilon_{33}$  描述介质的各项异性,  $\Delta$  可以取负值或正值。图5显示  $\Delta$  为 0.0、0.005 和 0.01 时的透射谱,容易看出,缺陷模式随着各向异性系数  $\Delta$  增大而向长波方向移动,即缺陷模式由 1510 nm 移动到 1514 nm 和 1518 nm。进一步研究这个问题,令  $\Delta$  从 -0.01 到 0.01 连续变化,得到图6的模拟结果。图6显示了缺陷峰波长与介质折射率之间呈明显线性增长的关系。

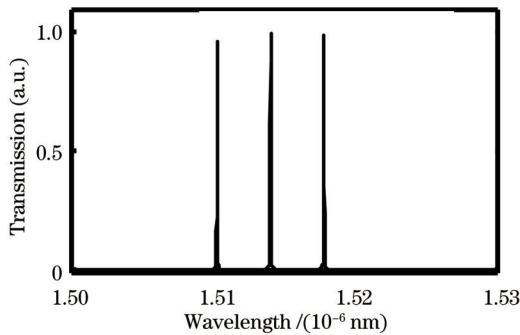


图5 各向异性对缺陷模的影响(从左到右依次对应于  $\Delta = 0, 0.005, 0.01$ )

Fig.5 Defect-modes under anisotropy (corresponding to  $\Delta = 0, 0.005$  or  $0.01$  from left to right)

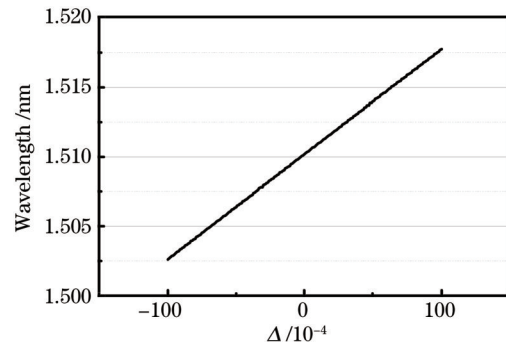


图6 缺陷模和各项异性的依赖关系

Fig.6 Coefficient between defect-mode and anisotropy

讨论厚度和折射率同时改变对缺陷模的影响。将(1)式代入  $\Delta$  的表达式并取  $\epsilon_{33} = \epsilon$  可以得到:  $\Delta = -0.5 \times \epsilon^2 \prod_{11} \sigma$ , 而对于理想弹性力学模型有  $\sigma = E s d$  ( $E$  为弹性模量), 则  $\Delta = (-0.5 \times \epsilon^2 \prod_{11} E d) \times s$ , 令  $k = -0.5 \times \epsilon^2 \prod_{11} E d$  得到  $\Delta = k \times s$ , 其中  $k$  为常数, 其值的大小决定于材料的压光系数和弹性模量, 由于  $A, B$

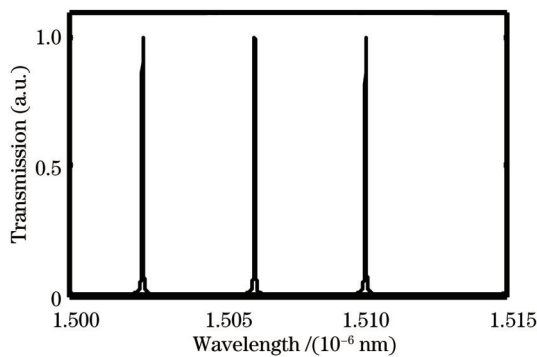


图7 厚度和各项异性同时改变时的缺陷模(从右到左  $s = 0, 0.005, 0.01$ )

Fig.7 Defect-modes under different layer's thicknesses and anisotropy (corresponding to  $s = 0, 0.005$  or  $0.01$  from right to left)

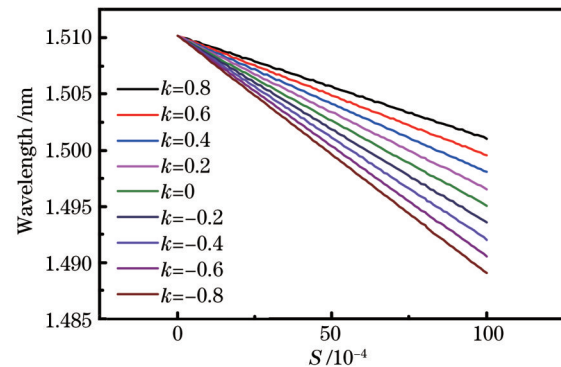


图8 不同  $k$  值下, 缺陷模和  $s$  的依赖关系(图中最下端直线对应  $k = -0.8$ )

Fig.8 Coefficient between defect-mode and  $s$  under different  $k$  values. (the lower most line corresponds to  $k = -0.8$ )

两种介质的压光系数和弹性模量并不相等,因此  $\Delta_a \neq \Delta_b$ ,但两者数量级是一样的,为了便于模拟计算,取  $\Delta_a \approx \Delta_b = \Delta$ 。图7显示  $k=1$  时的模拟结果,模拟结果类似于图3,即缺陷模式向短波长方向移动,但缺陷模式的移动明显受到了各项异性的调制,即缺陷模式移动的幅度变小,缺陷模式只从 1510 nm 处移动到 1506 nm 和 1502 nm。计算了不同  $k$  值时,缺陷模式和  $s$  的依赖关系,图8显示了模拟的结果。对比图8中的不同曲线,容易看出各项异性对模式移动的调制作用。

发现了两类不同的调制作用。当  $k$  为负值时,  $\Delta < 0$ ,此时各向异性对缺陷模式的移动有加强作用,对于相同外力,缺陷模式的移动范围增大。与之相反,当  $k$  为正值时,  $\Delta > 0$ ,各向异性对缺陷模式的移动有削弱作用,对于相同外力,缺陷模式的移动范围减小。

在以上模拟计算中缺陷模式随着厚度和折射率的变化而移动,缺陷模式移动的根本原因是光子晶体微腔结构产生了变化。光波在光子晶体微腔中产生谐振的条件是  $L = n_{ae}d_a + n_{be}d_b = q\lambda/2$ ,  $n_{xe} = (\epsilon_{x11} + \epsilon_{x22})/2$ ,  $x = a$  或  $b$ ,  $L$  为腔长,  $n_{ae}$  和  $n_{be}$  是等效折射率,  $q$  值决定纵模频率。由谐振条件可知仅考虑单一变化时:当光子晶体受外应力导致厚度  $d_a$  和  $d_b$  变小,此时腔长减小,导致腔内缺陷模式向短波方向移动;当光子晶体受外应力导致折射率  $n_a$  和  $n_b$  变大(变小),此时腔长增大(减小),导致腔内缺陷模式向长波(短波)方向移动。当考虑折射率随着厚度协变时,协变系数  $k$  为正(负)对缺陷模式移动有削弱(加强)作用,因此若能找到折射率和厚度协变而腔长不变的材料,该材料制成的光子晶体将会有抗外应力干扰的特性。

## 4 结 论

用  $4 \times 4$  传输矩阵法计算了一维镜像光子晶体在受压时的透射谱。模拟结果显示当镜像结构光子晶体在受外力干扰下,厚度的微小变化,将导致禁带中缺陷峰的显著移动。各向异性将对缺陷模式的移动具有调制作用,明显的加强或抑制这种作用,导致缺陷模式的移动范围增大或变小。研究表明,应力导致的各项异性是不可忽略因素,研究结果对于深入理解光子晶体中弹光效应,以及高灵敏度压力传感器的制备都是有意义的。

## 参 考 文 献

- 1 E Yablonovitch. Inhabited spontaneous emission in solid-state physics and electronics [J]. Phys Rev Lett, 1987,58(20): 2059-2062.
- 2 S Jonh. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices [J]. Phys Rev Lett, 1987, 58(23): 2486-2489.
- 3 Li Qianli, Wen Tingdun, Xu Liping, *et al.*. Effect of uniaxial stress on photon localization of one-dimensional photonic crystal with a mirror symmetry [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(18): 184212.  
李乾利, 温廷敦, 许丽萍, 等. 单轴应力对一维镜像光子晶体光子局域态透射峰的影响[J]. 物理学报, 2013, 62(18): 184212.
- 4 Xu Zhenyu, Zhang Ruoqing, Gong Yiling. The principles of pressure sensors based on photonic crystal [J]. Acta Physica Sinica, 2004 53(3): 724-727.  
许震宇, 张若京, 龚益玲. 光子晶体压力传感器的基本原理[J]. 物理学报, 2004, 53(3): 724-727.
- 5 Xu Zhenyu, Zhang Ruoqing, Gong Yiling. Improved pressure sensors made based on photonic crystal [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2005, 33(1): 134-137.  
许震宇, 张若京, 龚益玲. 一种新型的光子晶体压力传感器[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2005, 33(1): 134-137.
- 6 Yuan Zongheng. Study on pressure sensor based on photonic crystal [J]. Journal of Transducer Technology, 2005, 24(11): 27-29.  
袁纵横. 光子晶体压力传感器研究[J]. 传感器技术, 2005, 24(11): 27-29.
- 7 Wang Ming, Yuan Zongheng. Study and simulation of a photonic crystal pressure sensor [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2007, 28(8): 171-174.  
王 明, 袁纵横. 一种光子晶体压力传感器的理论与仿真[J]. 仪器仪表学报, 2007, 28(8): 171-174.
- 8 C X Yan, E Ferraris, D Reynaerts. A pressure sensing sheet based on optical fibre technology [J]. Procedia Engineering, 2011, 25: 495-498.
- 9 Y N Zhang, Y Zhao, Q Wang. Multi-component gas sensing based on slotted photonic crystal waveguide with liquid

- infiltration [J]. *Sensors and Actuators B*, 2013, 184: 179–188.
- 10 W Jo, O C Akkaya, O Solgaard, *et al.*. Miniature fiber acoustic sensors using a photonic-crystal membrane [J]. *Optical Fiber Technology*, 2013, 19(6): 785–792.
- 11 J Shin, P V Braun, W Lee. Fast response photonic crystal pH sensor based on templated photo-polymerized hydrogel inverse opal [J]. *Sensors and Actuators B*, 2010, 150: 183–190.
- 12 S Mathews, G Farrell, Y Semenova. All-fiber polarimetric electric field sensing using liquid crystal infiltrated photonic crystal fibers [J]. *Sensors and Actuators A*, 2011, 167(1): 54–59.
- 13 A Bananej, S M Hamidi, W Li, *et al.*. A flexible design for one-dimensional photonic crystals with controllable photonic bandgap width [J]. *Optical Materials*, 2008, 30(12): 1822–1827.
- 14 H F Zhang, S B Liu, X K Kong, *et al.*. Enlarged omnidirectional photonic band gap in heterostructure of plasma and dielectric photonic crystals [J]. *Optik*, 2013, 124(8): 751–756.
- 15 Zhang Huiyun, Zhang Yuping, Su Xiyu, *et al.*. A transfer matrix method for analyzing the character of reflectivity in finite period, 1D photonic crystals [J]. *Acta Sinica Quantum Optica*, 2004, 10(1): 38–41.  
张会云, 张玉萍, 苏希玉, 等. 传输矩阵法分析有限周期光子晶体的反射谱特征[J]. *量子光学学报*, 2004, 10(1): 38–41.
- 16 D W Berreman. Optics in stratified and anisotropic media: 4×4-matrix formulation [J]. *J Opt Soc Am*, 1972, 62(4): 502–510.
- 17 H S Yang, X P S Su, B Z Bai. Analysis of diametral strain in uniaxial tensile and compression testing of round specimens of anisotropic materials [J]. *International Journal of Mechanical Science*, 2000, 42(12): 2395–2415.
- 18 C J Chen, A Lien, M I Nathan. 4×4 and 2×2 matrix formulation for the optics in stratified and biaxial media [J]. *Opt Soc Am A*, 1997, 14(11): 3125–3134.

栏目编辑: 张浩佳