

# 干涉条纹带宽与波前斜率分布关系研究

孟晓辰<sup>1</sup> 郝群<sup>2\*</sup> 祝连庆<sup>1</sup>

<sup>1</sup>北京信息科技大学光电测试技术北京市重点实验室, 北京 100101

<sup>2</sup>北京理工大学光电学院, 北京 100081

**摘要** 干涉测量法是测量科学中有效的手段之一,但受到检测带宽的限制,难以增大其动态测量方位或者检测面形的高频误差。结合角谱理论对干涉条纹空间频率及其带宽与波前斜率的关系进行了理论分析和仿真实验,得到了干涉条纹带宽与波前斜率的数值对应关系。结果表明,干涉条纹最大频率对应波前的最大斜率,由波前最大斜率可确定干涉检测的动态范围,即由波前斜率可以估算出干涉条纹带宽;反之,根据电荷耦合器件(CCD)分辨率确定干涉图的总带宽,可以计算出能测的最大波前斜率,对后续研究各种干涉方法的频谱特性以及如何进行频谱带宽的优化分配提供了理论依据。

**关键词** 测量; 条纹带宽; 空间频率; 波前斜率

中图分类号 O436.1; TH741

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP52.031201

## Study on Relationship Between Fringe Bandwidth and Wave-Front Slope in Interferometry

Meng Xiaochen<sup>1</sup> Hao Qun<sup>2</sup> Zhu Lianqing<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Beijing Key Laboratory of Optoelectronic Instrument Technology, Beijing Information Science and Technology University, Beijing 100101, China

<sup>2</sup>School of Optoelectronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

**Abstract** Interferometry is one of effective methods in measurement science. However, due to limited spatial band width of detection, it is difficult to increase the dynamic measurement range or to detect high frequency error of surface. The relationship among the spatial frequency and bandwidth of interference fringes and wave-front slope is analyzed and simulated based on the angular spectrum theory. The results show that the maximum slope of interference fringes corresponds to the maximum frequency, and the maximum dynamic range of interference detection can be determined by the wave-front slope, namely the bandwidth interference fringes can be estimated by wave-front slope. Conversely, according to the charge-coupled device (CCD) resolution, the total bandwidth of interference patterns can be determined, then the maximum wave-front slope can be obtained. That provides a theoretical quantitative basis for the spectrum characteristics of the interference methods and optimal allocation of bandwidth.

**Key words** measurement; fringe bandwidth; spatial frequency; wave-front slope

**OCIS codes** 120.3180; 120.4120; 120.4630; 120.5050

## 1 引言

干涉测量法具有非常高的灵敏度,具有其他技术不可替代的特点,是测量科学中有效的手段之一,被广泛地用于工程和物理学的各个方面。干涉测量法中将待测的物理量最终转化为干涉条纹的特征,如何对干涉条纹进行处理获得图像特征<sup>[1-4]</sup>,成为干涉测量法中重要的一个环节,而无论是要增大干涉测量法的动态测量范围还是检测面形的高频误差<sup>[5-8]</sup>,都受限于检测的空间带宽。理论上讲测量带宽应无限,才能真实反

收稿日期: 2014-08-12; 收到修改稿日期: 2014-09-02; 网络出版日期: 2015-02-06

基金项目: 教育部“长江学者与创新团队”发展计划(IRT1212)、光电信息与仪器北京市工程研究中心开放课题(GD2013007)

作者简介: 孟晓辰(1985—),女,博士,讲师,主要从事光学精密测量方面的研究。E-mail: mengxc316@gmail.com

\* 通信联系人。E-mail: qhao@bit.edu.cn

映波前(面形)的频谱,在实际测量时却很难实现<sup>[9-12]</sup>。但是为了尽可能扩展测量带宽<sup>[13-14]</sup>,干涉条纹带宽与波前斜率分布的关系就成为了关注的重点。本文对干涉条纹空间频率及其带宽与波前斜率的关系进行了理论分析,定量确定了干涉条纹带宽与波前斜率的数学关系,研究结果为不同干涉测量方法的频谱特性研究提供理论依据。

## 2 干涉条纹空间频率与波前斜率关系

传统的干涉测量法是把待测畸变波前信息通过干涉仪反映到微细的干涉条纹上,利用条纹的变形来检测波前,根据干涉条纹求取波前相位分布后,可以得到表征波前畸变特征的指标参数。平面波和球面波是构成复杂波的基元成分,下面从波动光学的角度来分析这两种简单基元光波干涉强度分布与波前斜率的关系。

### 2.1 两个平面波的干涉

用复指数函数来表示各相干光波,设两个相干平面波的波函数为

$$\begin{cases} E_1(\mathbf{r}, t) = E_{10} \exp[j(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varphi_{10})] \\ E_2(\mathbf{r}, t) = E_{20} \exp[j(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varphi_{20})] \end{cases} \quad (1)$$

式中  $\mathbf{r}$  为平面波的位置矢量,  $t$  为平面波传播的时刻,  $E_{10}$  和  $E_{20}$  分别为两个平面波的复振幅分布,  $\mathbf{k}_1$  和  $\mathbf{k}_2$  分别为两个平面波的波矢,  $\omega$  为时间角频率,  $\varphi_{10}$  和  $\varphi_{20}$  分别为两个平面波的初相位。

可得两个平面波干涉的强度公式为

$$I(\mathbf{r}) = \langle (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2) \cdot (\mathbf{E}_1^* + \mathbf{E}_2^*) \rangle = |\mathbf{E}_{10}|^2 + |\mathbf{E}_{20}|^2 + 2\mathbf{E}_{10} \cdot \mathbf{E}_{20} \cos[(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{r} + (\varphi_{20} - \varphi_{10})] = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi), \quad (2)$$

式中  $I_1 = |\mathbf{E}_{10}|^2$ ,  $I_2 = |\mathbf{E}_{20}|^2$ , 分别表示两个平面波单独存在时考察点处的强度,第三项余弦函数项为干涉项。两个平面波干涉,干涉场的强度按余弦函数规律变化,余弦函数的相位为

$$\Delta\varphi = (\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{r} + (\varphi_{20} - \varphi_{10}), \quad (3)$$

表示两相干光波从光源出发到达考察点时的相位差,即干涉条纹的分布情况完全由波前分布唯一确定。

由(2)式可知,干涉条纹的最大强度面满足

$$\Delta\varphi = (\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{r} + (\varphi_{20} - \varphi_{10}) = 2m\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (4)$$

定义  $I(\mathbf{r})$  的空间频率  $f$  为一个矢量,  $f$  的方向即为考察方向,其模值  $|f|$  表示  $I(\mathbf{r})$  在考察方向上单位距离之内变化的周期数。考察沿  $I(\mathbf{r})$  最大强度面法线方向的空间频率,则(4)式可写成如下标量形式:

$$|(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{r}| + (\varphi_{20} - \varphi_{10}) = 2m\pi. \quad (5)$$

对(5)式两边求微分:  $|k_2 - k_1| dr = 2\pi dm$ , 则空间频率可表示为

$$|f| = \frac{dm}{dr} = \frac{|k_2 - k_1|}{2\pi}. \quad (6)$$

同时(5)式可表示某一考察点处对应的波前,则波前相对斜率为

$$\nu = \Delta\varphi' = |k_2 - k_1|. \quad (7)$$

由(6)式和(7)式可知,两束平面波干涉时,干涉条纹空间频率与波前斜率成正比,干涉条纹空间频率越高,对应测量的波前斜率越大,可测的波前空间频率越高。

### 2.2 两个球面波的干涉

两球面波在某一考察点  $P$  的电场扰动可以用光程表示为<sup>[10]</sup>

$$\begin{cases} E_1(P) = \frac{E_{10}}{d_1} \exp[j(k_0 L_1 - \omega t + \varphi_{10})] \\ E_2(P) = \frac{E_{20}}{d_2} \exp[j(k_0 L_2 - \omega t + \varphi_{20})] \end{cases}, \quad (8)$$

式中  $d_1$  和  $d_2$  为球面波点光源到考察点  $P$  的距离,  $k_0$  为光波在真空中的传播数,  $L_1 = nd_1$  和  $L_2 = nd_2$  分别是点光源到考察点  $P$  的光程,  $n$  为传播介质的折射率。  $P$  点的强度可表示为

$$I(P) = \left\langle \frac{E_{10}}{d_1} \exp[j(k_0 L_1 - \omega t + \varphi_{10})] + \frac{E_{20}}{d_2} \exp[j(k_0 L_2 - \omega t + \varphi_{20})] \right\rangle = I_1(P) + I_2(P) + 2\sqrt{I_1(P)I_2(P)} \cos[k_0 \Delta + (\varphi_{20} - \varphi_{10})], \quad (9)$$

式中  $I_1(P) = \left(\frac{E_{10}}{d_1}\right)^2$  和  $I_2(P) = \left(\frac{E_{20}}{d_2}\right)^2$ , 分别是由两个点光源单独照射时  $P$  点的强度,  $\Delta = L_2 - L_1 = n(d_2 - d_1)$ , 表示由两个点光源发出的球面波传到  $P$  点的光程差。在考察点远离光源的情况下,  $I_1(P)$  和  $I_2(P)$  可近似作为常量处理, 于是三维干涉场的等强度面即是等光程差面。其峰值强度面的条件与平面波干涉的情况相同, 即满足

$$\Delta\varphi = k_0\Delta + (\varphi_{20} - \varphi_{10}) = 2m\pi \quad (m=0,1,2,\dots) \quad (10)$$

(9)式说明, 对于两个球面波干涉, 干涉场强度分布不再具有严格的周期性。但是, 干涉强度与光程差  $\Delta$  或者相位差  $\Delta\varphi$  之间仍然存在着周期性, 可以从极限的意义上定义干涉强度分布的局部空间频率为

$$f = \frac{\nabla\Delta}{\lambda_0} = \frac{\nabla(\Delta\varphi)}{2\pi} \quad (11)$$

式中  $\nabla\Delta$  和  $\nabla(\Delta\varphi)$  分别表示光程差和相位差的梯度,  $\lambda_0$  为球面波波长。由(11)式定义的空间频率  $f$  的方向平行于干涉强度梯度方向(即等相面或等强度面的法线方向), 其模值  $|f|$  表示沿该方向考察时, 单位距离干涉强度变化的周期数。沿坐标轴  $x, y, z$  方向的空间频率计算公式为

$$|f_x| = \frac{\partial(\Delta\varphi)}{2\pi\partial x}, \quad |f_y| = \frac{\partial(\Delta\varphi)}{2\pi\partial y}, \quad |f_z| = \frac{\partial(\Delta\varphi)}{2\pi\partial z} \quad (12)$$

计算某一考察点处对应的波前斜率为

$$v_x = (\Delta\varphi)'_x, \quad v_y = (\Delta\varphi)'_y, \quad v_z = (\Delta\varphi)'_z \quad (13)$$

对一元函数而言, 导数和微分没有差别。由(12)式和(13)式可知, 由两个球面波干涉生成的干涉条纹沿某一方向的空间频率模值与波前斜率在数值上仍然成正比, 干涉条纹空间频率越高, 对应测量的波前斜率越大, 可测的波前空间频率越高, 可测的面形误差动态范围越大。

### 3 干涉条纹带宽与波前角谱的关系

对于平面波和球面波这两种简单基元光波, 干涉条纹密度与波前斜率(方向)有关, 干涉条纹带宽与波前最大斜率相对应。对于复杂波前, 可将其分解为沿不同方向传播的平面波, 不同传播方向对应一个不同的干涉条纹空间频率。

#### 3.1 波前角谱及其物理解释

设单色光波沿  $z$  方向传播, 照射到  $xy$  平面上, 在  $xy$  平面上的光场复振幅分布用  $A(x, y, 0) = A(x, y)$  函数表示。根据频谱分析知

$$A(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} a(f_x, f_y) \exp[j2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y \quad (14)$$

根据角谱理论, 有

$$f_x = \cos\alpha/\lambda, \quad f_y = \cos\beta/\lambda \quad (15)$$

式中  $a(f_x, f_y)$  是复杂波  $A(x, y)$  的空间频谱,  $\alpha, \beta$  为波矢  $k$  在  $xy$  平面上与  $x$  轴和  $y$  轴的夹角,  $\lambda$  为单色波波长, 则(14)式可表示为

$$A(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} a\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \frac{\cos\beta}{\lambda}\right) \exp\left[j2\pi\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda} \cdot x + \frac{\cos\beta}{\lambda} \cdot y\right)\right] d\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}\right) d\left(\frac{\cos\beta}{\lambda}\right) \quad (16)$$

(16)式表明, 在  $z=0$  平面上的光场, 即透过  $xy$  平面向  $+z$  方向传播的波前, 可以分解为一系列沿不同方向传播的平面波的线性叠加, 如图1所示。

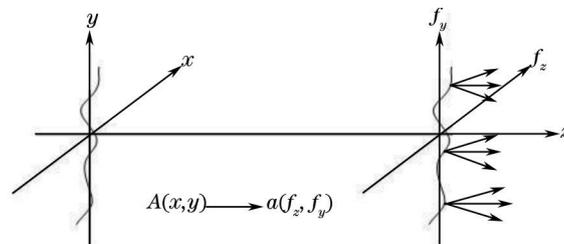


图1 沿  $+z$  轴方向传播的波前角谱分解示意图

Fig.1 Decomposition diagram of wave-front angular spectrum along the  $+z$  axial direction

(16)式还表明,波前分布的空间频率正比于  $\cos \alpha/\lambda$  或  $\cos \beta/\lambda$ ,在波前分布  $A(x,y)$  中的低频分量对应于与  $z$  轴夹角不大的平面波分量,而高频分量则对应于与  $z$  轴夹角较大的平面波分量。

### 3.2 干涉条纹频谱分解

对于一个理想的干涉条纹,其一维光强分布函数为

$$I(x) = a_0(x) + b(x)\cos[\phi(x)], \quad (17)$$

式中  $a_0(x)$  为背景项,  $b(x)$  为调制项,  $\phi(x)$  为被测波面的相位分布。当  $\phi(x)$  是简单的线性分布时,干涉条纹分布是一个理想的余弦函数。而当  $\phi(x)$  不再是简单的线性分布时,按照傅里叶级数定理,可将干涉条纹光强分布分解为一系列具有不同空间频率的余弦光强的线性叠加,即

$$I(x) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} [A_n \cos(2\pi f_n x) + B_n \sin(2\pi f_n x)], \quad (18)$$

式中  $f_0$  为参考波前的空间频率,傅里叶系数  $A_0$ 、 $A_n$ 、 $B_n$  分别为

$$A_0 = \frac{\lambda}{2} \int_0^\lambda I(x) dx, \quad A_n = \frac{\lambda}{2} \int_0^\lambda I(x) \cos(nkx) dx, \quad B_n = \frac{\lambda}{2} \int_0^\lambda I(x) \sin(nkx) dx. \quad (19)$$

图2(a)是被测相位分布  $\varphi(x)$  不再是简单的线性分布时,对应的干涉条纹光强分布曲线。按照上述分析可将其分布为一系列频率为  $f_0, 2f_0, 3f_0, \dots$  的不同振幅的余弦光强分布函数  $I_n(f)$  的线性叠加,如图2(b)所示。干涉条纹的带宽即为最大频率与最小频率之差。

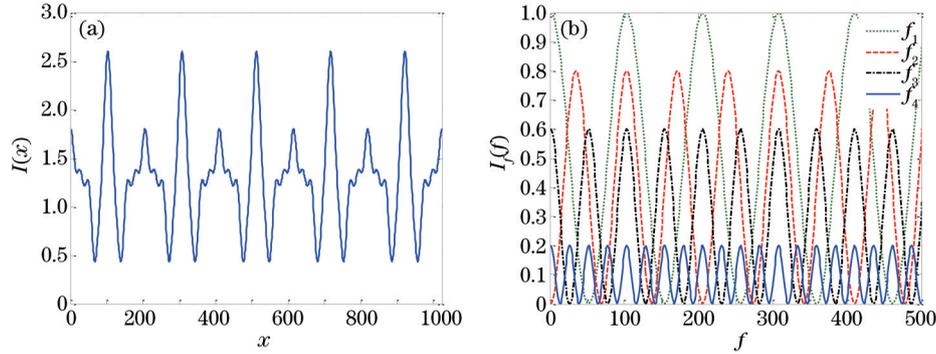


图2 具有复杂相位分布的(a)干涉条纹分布曲线及(b)其频率分解

Fig.2 (a) Curve of interference fringe with complex phase distribution and (b) its frequency decomposition

### 3.3 干涉条纹带宽与波前角谱关系

为分析简便,计算一维情况,复杂波前  $A(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(f_x) \exp(j2\pi f_x x) df_x$ , 假设参考波前  $A_0(x) = \exp(j2\pi f_0 x)$ , 则两个波前干涉的强度为

$$I(x) = [A(x) + A_0(x)] [A^*(x) + A_0^*(x)] = A(x) \cdot A^*(x) + A_0(x) \cdot A_0^*(x) + A_0(x) \cdot A^*(x) + A(x) \cdot A_0^*(x) = |A(x)|^2 + |A_0(x)|^2 + A(x) \cdot A_0^*(x) + A^*(x) \cdot A_0(x), \quad (20)$$

式中  $|A(x)|^2$ 、 $|A_0(x)|^2$  分别表示两个波前单独存在时  $x$  点的光强,  $|A(x)|^2 + |A_0(x)|^2$  构成了干涉图背景的直流光强分布,在频谱中对应一个能量很高的零频,对干涉图频谱中的基频信息没有影响。为避免零频与展宽后的基频产生交叠,通常在处理时会将直流分量去除,第三项和第四项为干涉项,其中包括被测的相位信息。为计算简便,只分析干涉项,对其进行傅里叶变换<sup>[1]</sup>,得到干涉场强度的频谱分布为

$$F_i(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} [A(x) \cdot A_0^*(x) + A^*(x) \cdot A_0(x)] \exp(-j2\pi \xi x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} a(f_x) \exp(j2\pi f_x x) df_x \cdot \exp(-j2\pi f_0 x) + \int_{-\infty}^{+\infty} a(f_x) \exp(-j2\pi f_x x) df_x \cdot \exp(j2\pi f_0 x) \exp(-j2\pi \xi x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \{a(f_x) \exp[j2\pi(f_x - f_0)x] \cdot \exp(-j2\pi \xi x) + a(f_x) \exp[-j2\pi(f_x - f_0)x] \cdot \exp(-j2\pi \xi x)\} dx df_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \{2a(f_x) \cos[2\pi(f_x - f_0)x] \cdot \exp(-j2\pi \xi x)\} dx df_x = \int_{-\infty}^{+\infty} a(f_x) \cdot \{\delta[\xi + (f_x - f_0)] + \delta[\xi - (f_x - f_0)]\} df_x, \quad (21)$$

式中  $\xi$  为干涉条纹强度分布的频率域坐标,  $f_x$  为被测复杂波前的空间频率,  $\delta(\cdot)$  为脉冲函数。可知, 复杂波前对应的干涉条纹的频谱分布是一系列空间频率为  $f_x - f_0$ , 复振幅密度为  $a(f_x)$  的频谱的线性叠加。

对于复杂波前对应的干涉条纹, 利用离散傅里叶变换分析, (21)式可改写为

$$F_x(\xi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{a[\xi + n(f_x - f_0)] + a^*[\xi - n(f_x + f_0)]\}, \quad (22)$$

式中  $a[\xi + (f_x - f_0)]$  为正一级角谱的分布函数,  $a^*[\xi - (f_x - f_0)]$  为负一级角谱的分布函数。同一个周期内, 只有  $a[\xi + (f_x - f_0)]$  和  $a^*[\xi - (f_x - f_0)]$  两个共轭的角谱分量存在, 干涉条纹的频谱分布是这一对共轭波前角谱周期性的重复叠加。

#### 4 干涉条纹带宽与波前斜率分布

若定义干涉条纹第  $n$  级频谱的局部空间频率为

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial [2\pi f_0 x + n\varphi(x, y)]}{\partial x} = f_0 + \frac{n}{2\pi} \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x}, \quad (23)$$

可知, 基频表达式为  $f_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x}$ , 则当波前在沿条纹垂直于  $x$  方向的变化(即波前的斜率)  $\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x}$  取得最大值和最小值时, 频谱相应由基频中心向着两侧延展到最远处。根据这个最值即可以确定干涉条纹图的傅里叶频谱延展的宽度范围。在电荷耦合器件(CCD)窗口无限大时, 干涉条纹最大频率对应波前的最大斜率, 由波前最大斜率可确定干涉检测的动态范围, 即由波前斜率可以估算出干涉条纹带宽; 反之, 根据 CCD 分辨率确定干涉图的总带宽, 可以计算出能测的最大波前斜率。

下面构造带有不同波前斜率的干涉条纹, 对其进行傅里叶变换, 研究干涉条纹频谱宽度与波前斜率的关系。

将仿真条件设为: 像素个数为 256 pixel×256 pixel, 只加入倾斜 ( $25\lambda$ ), 得到的干涉图和横轴中间位置对应的去除零频后的频谱图如图 3 所示。波前斜率为 0.0311, 频谱峰值对应频率为 0.1953, 频谱近似为  $\delta$  函数, 但是由于干涉图窗口宽度限制, 没加像差但频谱有一定的展宽。

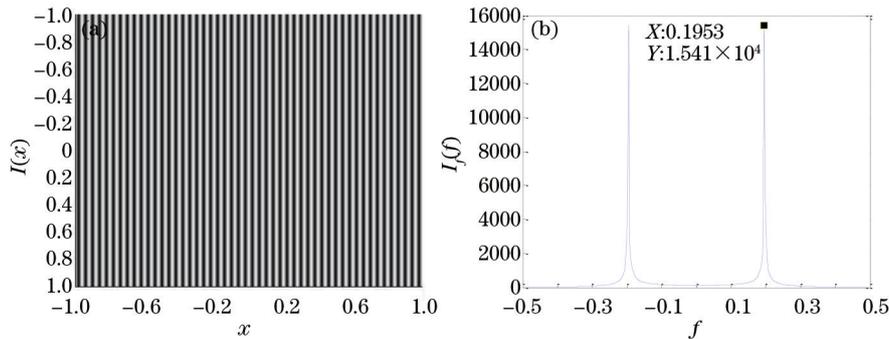


图 3 (a)只加入载波的干涉图和(b)对应的频谱图

Fig.3 (a) Interferogram with carrier and (b) corresponding spectrum

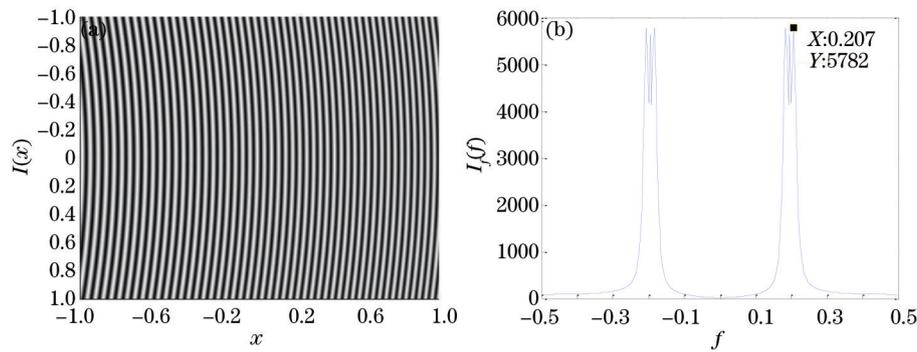
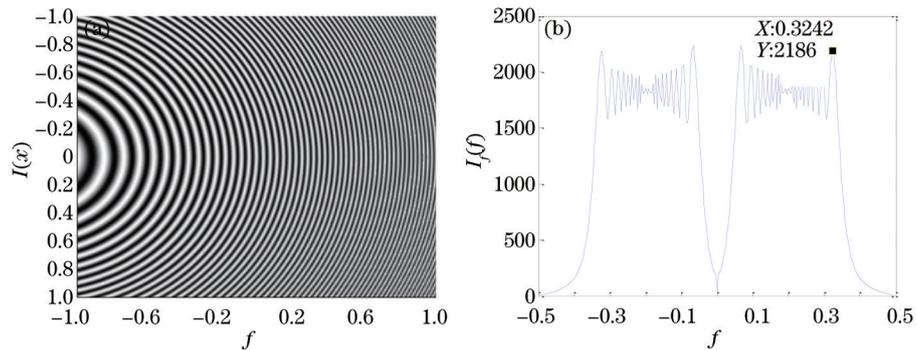
在上述虚拟条纹中加入离焦  $0.7\lambda$ , 得出干涉图和去除零频后的频谱图如图 4 所示。定义频谱带宽  $w$  为其半峰全宽(FWHM), 根据仿真结果可以求出带宽  $w$  约为 0.043, 最大波前斜率  $v_{\max}$  为 0.2180, 最小波前斜率  $v_{\min}$  为 0.1742, 斜率差  $v = v_{\max} - v_{\min} = 0.0438$ 。

图 5 为离焦为  $5\lambda$  干涉图和去除零频后的频谱图。根据仿真结果可以求出带宽  $w$  约为 0.316, 最大波前斜率  $v_{\max}$  为 0.3523, 最小波前斜率  $v_{\min}$  为 0.0398, 斜率差  $v = v_{\max} - v_{\min} = 0.3125$ 。

由上述理论分析和仿真验证可知, 干涉条纹频谱带宽数值上等于最大波前斜率与最小波前斜率之差, 即

$$w = v_{\max} - v_{\min}. \quad (24)$$

由于用 CCD 采集到的信号是离散的, 并且经过了窗口的截断, 故其频谱是原信号的频谱和 CCD 采样窗频谱的卷积。当窗口宽度趋于无穷大时, 其频谱将变为  $\delta$  函数, 而  $\delta$  函数与原信号频谱的卷积仍为原信号

图4 (a)离焦为  $0.7\lambda$  的干涉图和(b)对应的频谱图Fig.4 (a) Interferogram with  $0.7\lambda$  defocus and (b) corresponding spectrum图5 (a)离焦为  $5\lambda$  的干涉图和(b)对应的频谱图Fig.5 (a) Interferogram with  $5\lambda$  defocus and (b) corresponding spectrum

频谱。这说明,如果 CCD 采样窗口无限宽,就不存在泄漏误差。即采样窗口越大,其对干涉条纹带宽的影响就会越小。

为进一步验证上述结论,在保证足够多的干涉条纹数的条件下,增大图像分辨率。将仿真条件设为:像素数为 4096 pixel,加入载波 ( $400\lambda$ ),对应干涉条纹数为 800,则载波频率为 0.1954,此时采样窗口宽度对干涉条纹频谱带宽的影响很小,可以忽略不计,由频谱图可知频谱分布近似为  $\delta$  函数,频谱峰值为 0.1954,频谱峰值对应的频率就是载波频率。

在上述条纹中加入不同的像差,求得条纹的最大波前斜率  $v_{\max}$  和最小波前斜率  $v_{\min}$ ,同样对干涉条纹做傅里叶变换,求得频谱带宽  $w$  如表 1 所示。

表1 不同像差时对应的频谱带宽与最大/最小波前斜率

Table 1 Spectral bandwidth and maximum/minimum wave-front slope corresponding to different aberrations

Aberration / $\lambda$	Defocus	5	10	15	20	25	30	15	20	25
Coma	0	0	0	0	0	0	0	0.5	1.5	0.5
Spectral bandwidth $w$	0.0393	0.0783	0.1179	0.1570	0.1960	0.2348	0.2735	0.3125	0.3513	0.3901
$v_{\max}$	0.2149	0.2344	0.2540	0.2735	0.2930	0.3125	0.3320	0.3513	0.3708	0.3901
$v_{\min}$	0.1758	0.1563	0.1368	0.1172	0.0977	0.0782	0.0587	0.0392	0.0197	0.0002
$v_{\max} - v_{\min}$	0.0391	0.0781	0.1172	0.1563	0.1953	0.2343	0.2733	0.3123	0.3513	0.3901

由表 1 结果可知,干涉条纹带宽与波前斜率的分布均符合上述结论,这对研究不同干涉测量方法的频谱特性以及如何扩展动态测量范围提供了理论依据。

## 5 结 论

从频域角度出发,系统地研究了干涉条纹空间频率以及频谱带宽和波前斜率分布的关系。对于干涉条纹空间频率与波前斜率关系进行了理论分析,干涉检测的波前斜率与干涉条纹密度相关,最密的干涉条纹对应剩余波前最大斜率,即对应干涉检测波前可测的最高频率。用角谱理论分析了复杂波前分布和干涉条纹

带宽的关系。对干涉条纹的带宽与波前斜率分布的关系进行了详细的理论分析和仿真验证,得到了干涉条纹带宽与波前斜率的数值对应关系。研究结果对后续研究各种干涉方法的频谱特性以及如何进行频谱带宽的优化分配提供了理论依据。

### 参 考 文 献

- 1 J K Lawson, D M Aikens, R E English, *et al.*. Surface figure and roughness tolerances for NIF optics and the interpretation of the gradient, P-V wavefront and RMS specification[C]. SPIE, 1999, 3782: 510-517.
- 2 C D Wolfe, J K Lawson. The measurement and analysis of wavefront structure from large aperture ICF optics[J]. Proc of the 1st Annual Solid Laser for Application to ICF, 1995, 2633: 361-385.
- 3 J K Lawson, D M Aikens, R E English, *et al.*. Power spectral density specification for high-power laser systems[C]. SPIE, 1996, 2775: 345-356.
- 4 J K Lawson, C R Wolfe, K R Manes, *et al.*. Specification of optical components using the power spectral density function[C]. SPIE, 1995, 2536: 38-50.
- 5 Xu Qiao, Gu Yuanyuan, Cai Lin, *et al.*. Measurement of wavefront power spectral density of large optical components [J]. Acta Optica Sinica, 2001, 21(3): 343-347.  
许 乔, 顾元元, 柴 林, 等. 大口径光学元件波前功率谱密度检测[J]. 光学学报, 2001, 21(3): 343-347.
- 6 Guo Yuan, Mao Qi, Chen Xiaotian, *et al.*. Study of a fast windowed Fourier filtering method for interference fringes[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(6): 0612008.  
郭 媛, 毛 琦, 陈小天, 等. 干涉条纹快速加窗傅里叶滤波方法的研究[J]. 光学学报, 2014, 34(6): 0612008.
- 7 Li Jie, Wang Yurong, Meng Xiangfeng, *et al.*. Classification and comparison of phase shift extraction algorithms in generalized phase-shifting interferometry[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(12): 1208003.  
李 杰, 王玉荣, 孟祥锋, 等. 广义相移干涉术相移提取算法的分类与评估方法[J]. 中国激光, 2013, 40(12): 1208003.
- 8 Zhang Min, Tang Feng, Wang Xiangzhao, *et al.*. Phase retrieval errors analysis of interferogram using two dimensional fast Fourier transform method[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(3): 0308002.  
张 敏, 唐 锋, 王向朝, 等. 二维快速傅里叶变换干涉图相位提取误差分析[J]. 中国激光, 2013, 40(3): 0308002.
- 9 Zhang Rongzhu, Xu Qiao, Gu Yuanyuan, *et al.*. Testing errors and its influence of the large aperture optical elements[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2001, 13(2): 133-136.  
张蓉竹, 许 乔, 顾元元, 等. 大口径光学元件检测中的主要误差及其影响[J]. 强激光与粒子束, 2001, 13(2): 133-136.
- 10 Michael Bray, André Roussel. Using first principles in the specifying of optics for large high power lasers(I)-application to the MégaJoule laser(LMJ), specification, production and testing of optical components and systems[C]. SPIE, 1996, 2775: 328-344.
- 11 Deng Yan, Wang Xiangfeng, Ji Baojian, *et al.*. Measurement of mid-frequency wavefront for large-aperture optics[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2013, 12(25): 3333-3337.  
邓 燕, 王翔峰, 嵇保健, 等. 大口径光学元件中频波前的检测[J]. 强激光与离子束, 2013, 12(25): 3333-3337.
- 12 Meng Xiaochen, Hao Qun, Zhu Qiudong, *et al.*. Influence of interference fringe's spatial frequency on the phase measurement accuracy in digital Moiré phase-shifting interferometry[J]. Chinese J Lasers, 2011, 10(38): 1008008.  
孟晓辰, 郝 群, 朱秋东, 等. 干涉条纹空间频率对数字叠栅移干涉测量精度的影响[J]. 中国激光, 2011, 10(38): 1008008.
- 13 Xie Jinghui, Zhao Dazun, Yan Jixiang. Physical Optics[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2005.  
谢敬辉, 赵达尊, 阎吉祥. 物理光学教程[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2005.
- 14 Joseph W Goodman. Introduction to Fourier Optics[M]. Qin Kecheng, Liu Peisen, Chen Jabi, *et al.*, Transl. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2006.  
Joseph W Goodman. 傅里叶光学导论[M]. 秦克诚, 刘培森, 陈家璧, 等, 译. 北京: 电子工业出版社, 2006.

栏目编辑: 史 敏