

应力光纤双折射的应力微元分析方法

余盼^{1,2} 季敏宁^{1,2}

¹上海大学光纤研究所, 上海 201800

²上海大学特种光纤与光接入网省部共建重点实验室, 上海 200072

摘要 提出了一种计算任意形状应力区的光纤在纤芯处的应力场分布和双折射大小的应力微元积分计算方法。采用 COMSOL Multiphysics 软件中的固体力学模块, 研究了矩形、方形、三角形、圆等不同形状微元应力区光纤在纤芯处应力场和双折射的大小。结果表明, 应力微元面积相同时, 其在纤芯处引起的应力大小及其双折射与应力微元的形状、放置方向无关, 只与应力微元到纤芯的距离有关。当应力微元与纤芯距离较近时, 应力大小和双折射与距离近似呈平方反比关系。该结果验证了应力微元分析方法的正确性和可行性。因此对应力微元进行积分, 即可得到任意形状应力区光纤在纤芯处的应力场分布与双折射。

关键词 光纤光学; 应力型光纤; 应力微元; 应力双折射

中图分类号 TN253

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP52.020604

Stress Element Analysis Method of the Birefringence in Stress-Induced Fiber

Yu Pan^{1,2} Ji Minning^{1,2}

¹Institute of Fiber Optics, Shanghai University, Shanghai 201800, China

²Key Laboratory of Specialty Fiber Optics and Optical Access Networks, Shanghai University, Shanghai 200072, China

Abstract A stress element analysis method is proposed for calculating the stress field and birefringence at the center of fiber core with any shape of fiber stress region. With the help of solid mechanics module in COMSOL Multiphysics software, stress field distribution and birefringence at the center of optical fiber core with the different shapes such as rectangle, square, triangle, circular stress element are studied. The results show that the stress field and birefringence at stress-induced optical fiber core are independent of the shape and direction of stress elements if the area of stress elements is the same and the stress element is small enough. They are only related with the distance between the fiber core and the center of the stress element. When the stress element is close to the core, this relationship between birefringence and distance approaches inverse square. The correctness and effectiveness of stress element analysis method can be verified from the results. So with integration of the stress element, stress distribution and birefringence at fiber core with any shape of stress region can be obtained.

Key words fiber optics; stress-induced fiber; stress element; stress birefringence

OCIS code 060.2310; 060.2420; 160.2120; 260.1440

1 引言

保偏光纤是 20 世纪 80 年代发展起来的一种特种光纤, 它在通信、传感等领域有着广泛的应用^[1-3]。保偏光纤的种类很多, 按产生双折射的原因大致可以划分成三类: 应力致偏型、几何形状致偏型和波导结构致偏型^[4]。本文主要研究应力致偏型, 在制作光纤时, 当温度达到光纤可以被拉制的温度时, 光纤处于无应力状

收稿日期: 2014-10-09; 收到修改稿日期: 2014-10-16; 网络出版日期: 2015-01-09

基金项目: 上海市教委创新基金项目(09YZ31)

作者简介: 余盼(1990—), 女, 硕士研究生, 主要从事应力型光纤的应力场分布和双折射等方面的研究。

E-mail: 1054211018@qq.com

导师简介: 季敏宁(1964—), 男, 博士, 教授, 主要从事特种光纤理论与技术等方面的研究。E-mail: jmn2001@shu.edu.cn

态;随着光纤冷却,由于纤芯、包层、应力区的膨胀系数不同,产生热应力,引起双折射。

对于应力场分布和双折射的求解,1984年Chu等^[5]运用热弹性位移势能函数得到了几种常见应力型光纤双折射的解析解,如熊猫、领结和椭圆包层光纤。这几种光纤是形状较为规则的应力型保偏光纤。此外由于各种有限元软件的出现,应力光纤的分析已经多样化^[6-7],但是对于应力区形状不规则的其他应力型光纤,其解析解并不符合文献[5]中的公式。因此本文的目的是提出一种不需要利用软件模拟而是直接计算任意形状应力区的光纤在纤芯处的应力场分布和双折射大小的解析方法。1991年Tsai等^[8]提出了一种叠加的思想,对于由规则形状的应力区组成的多应力区光纤,总的应力场分布可由各应力区的应力场叠加而得^[8]。基于这种叠加的思想,本文提出了应力微元的分析方法,并通过COMSOL Multiphysics软件的仿真分析验证了这一分析方法的正确性与可行性。

2 基本原理

2.1 应力场分析理论

当弹性体的温度有所改变时,它的每一个部分都将由温度的升高或降低而趋于膨胀或收缩。但由于弹性体所受的外在约束,以及各个部分之间的相互约束,这种膨胀或收缩不能自由地发生,于是就产生了应力。

在弹性体内某点 P 的邻域内作一个小六面体元,它的6个表面分别与坐标面平行,将每一个面上的应力分解为一个正应力和两个剪应力,分别与3个坐标轴平行,如图1所示,其中图1(a)3个表面的外法向分别与坐标方向相同,图1(b)中其余3个表面的外法向则分别与坐标方向相反。

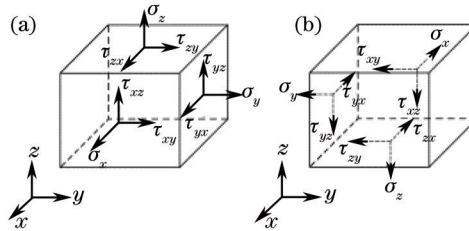


图1 应力张量示意图

Fig.1 Illustration of the stress tensor

图1中的9个分量可以组成一个矩阵:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 为正应力, $\tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{xz}, \tau_{zx}, \tau_{yz}, \tau_{zy}$ 为剪应力,且 $\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{xz} = \tau_{zx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}$ 。

对于光纤中的应力满足平衡微分方程和应力协调方程。平衡微分方程为

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 \end{cases}, \quad (2)$$

应力协调方程为

$$\begin{cases} \nabla^2 \sigma_x - \frac{1}{1+\nu} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} = 0 \\ \nabla^2 \sigma_y - \frac{1}{1+\nu} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} = 0 \end{cases}, \quad (3)$$

式中 $\Theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$ 。

光纤可近似看成两端无限延伸的线,由对称性可知,应变只会发生在横截面内,它属于平面应变的问题,因此由弹性体的物理方程可得:

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) - E\alpha\Delta T, \quad (4)$$

式中 ν 为泊松比, E 为杨氏模量, α 为应力膨胀系数, T 为温度。(4)式是研究应力型光纤中应力场分布的基本

方程,加上光纤的自由边界条件和不同区域的衔接条件,即可求解其完整的应力场。

2.2 光弹效应

双折射是光束入射到各向异性的晶体后分解为两束光并沿不同方向折射的现象,这两束光是振动方向互相垂直的线偏振光。当热应力作用于光纤纤芯时,纤芯就如同晶体一样,表现出各向异性的折射率,呈现双折射性质, x 方向传播和 y 方向传播的两束光的折射率不相等,它们与应力分布有关,这种现象即为光纤中的光弹性效应。

在三维应力状态下,任意材料的应力可用应力椭球表示,椭球的3个主轴即为该点的应力主轴,应力椭球的方程为

$$\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} + \frac{z^2}{\sigma_z^2} = 1. \quad (6)$$

光纤中任一点的光学性质在几何上也可以用一个折射率椭球来表示。椭球的3个主轴即为该点的光学主轴,折射率椭球的方程为

$$\frac{x^2}{N_x^2} + \frac{y^2}{N_y^2} + \frac{z^2}{N_z^2} = 1. \quad (7)$$

理论分析和实验证明:光纤由应力引起的双折射效应,其主折射率与对应的主应力方向相同;在数值上,折射率的变化与主应力呈线性变化关系:

$$\begin{cases} N_x = N_0 - C_1\sigma_x - C_2(\sigma_y + \sigma_z) \\ N_y = N_0 - C_1\sigma_y - C_2(\sigma_x + \sigma_z) \\ N_z = N_0 - C_1\sigma_z - C_2(\sigma_x + \sigma_y) \end{cases}, \quad (8)$$

式中 N_x, N_y, N_z 分别为沿 x 轴、 y 轴、 z 轴方向上的折射率, $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 为主应力, N_0 为当应力为零时材料的折射率, C_1, C_2 为材料的应力光弹系数^[9]。将(8)式中两式两两相减得:

$$\begin{cases} N_x - N_y = C(\sigma_x - \sigma_y) \\ N_x - N_z = C(\sigma_x - \sigma_z) \\ N_y - N_z = C(\sigma_y - \sigma_z) \end{cases}, \quad (9)$$

式中 $C = C_2 - C_1$ 称为材料的相对应力光弹系数。对于应力型光纤,考虑横截面内的应力在纤芯处引起的双折射,可表达为 $B = N_x - N_y = (C_2 - C_1)(\sigma_x - \sigma_y)$ 。

3 微元应力场的仿真分析

利用COMSOL Multiphysics软件中的固体力学模块,数值模拟微元应力区光纤在纤芯处的应力场分布和双折射大小。在保持光纤材料、结构不变的情况下,改变应力微元的形状、放置方向及其到纤芯的距离,研究光纤在纤芯处应力场分布和双折射大小的变化。表1是仿真中所使用的光纤材料参数^[10]。表1中 $\alpha_{\text{core}}, \alpha_{\text{clad}}, \alpha_{\text{sap}}$ 分别对应纤芯、包层、应力区的膨胀系数; $N_{\text{core}}, N_{\text{clad}}, N_{\text{sap}}$ 分别为初始温度 T_0 、应力为0时纤芯、包层、应力区的折射率; T_0 是拉制光纤时的初始温度, T_1 是冷却后的室温。

表1 光纤的材料参数

Table 1 Fiber material parameters for modeling and simulation

Parameter	$\alpha_{\text{core}} / [10^{-6} (\text{C}^{-1})]$	$\alpha_{\text{clad}} / [10^{-6} (\text{C}^{-1})]$	$\alpha_{\text{sap}} / [10^{-6} (\text{C}^{-1})]$	N_{core}	N_{clad}	N_{sap}
Value	2.215	0.54	1.45	1.4558	1.4478	1.4418
Parameter	$E / (10^{10} \text{ m}^2/\text{N})$	ν	T_0 / C	T_1 / C	$C_1 / (10^{-12} \text{ m}^2/\text{N})$	$C_2 / (10^{-12} \text{ m}^2/\text{N})$
Value	7.8	0.186	1000	20	0.7572448	4.18775

3.1 应力分布与应力微元形状的关系

图2、图3为仿真的光纤结构横截面主应力 σ_1 和 σ_2 的分布图。计算中光纤参数如下:纤芯半径 $c = 3.5 \mu\text{m}$,光纤外包层半径 $R = 62.5 \mu\text{m}$,波长 $\lambda = 1550 \mu\text{m}$ 时为单模光纤(SMF);应力微元是一个半径 r 为 $1 \mu\text{m}$ 的圆,微元中心到纤芯的距离 $d = 15 \mu\text{m}$ 。在纤芯中心,也就是几何模型原点处,切应力 τ 为0, $\sigma_1 = \sigma_x, \sigma_2 = \sigma_y$ 。

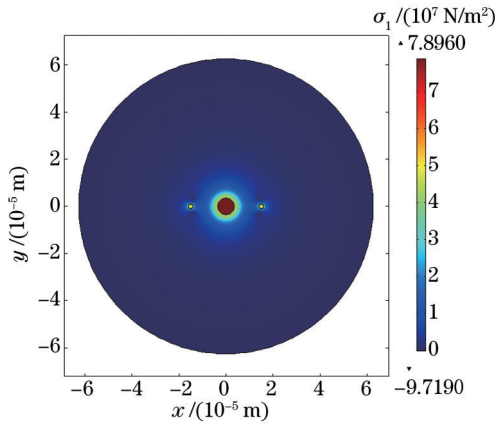


图2 光纤横截面的主应力 σ_1 分布

Fig.2 Stress σ_1 distribution on fiber cross section

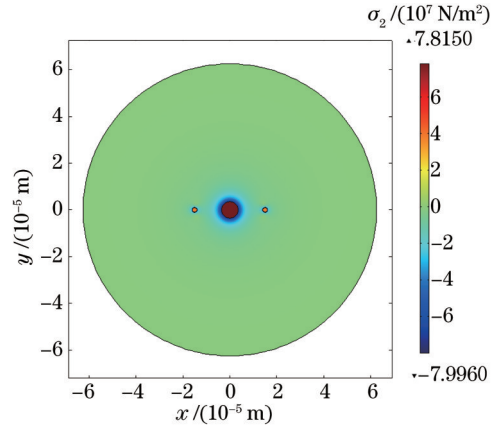


图3 光纤横截面的主应力 σ_2 分布

Fig.3 Stress σ_2 distribution on fiber cross section

对于上述建立的光纤模型中,其在纤芯处的主应力为 $\sigma_1 = 7.8763 \times 10^7 \text{ N/m}^2$, $\sigma_2 = 7.8011 \times 10^7 \text{ N/m}^2$, 应力双折射 $B = (C_2 - C_1)(\sigma_x - \sigma_y) = 2.58056 \times 10^{-6}$ 。

保持应力微元的面积不变,改变微元形状,使其分别为圆●(标号为1)、矩形(长宽比为2:1)■(标号为2)、正方形■(标号为3)、菱形◆(标号为4)、三角形不同放置▲(标号为5)、►(标号为6)、◄(标号为7),研究其应力分布情况。图4为微元中心到纤芯的距离 d 同为 $15 \mu\text{m}$ 时,几种不同形状应力微元在纤芯中心处的双折射大小的比较,其中图4(a)中应力微元的面积为 π ,图4(b)中应力微元的面积为 2.25π ,图4(c)中应力微元的面积为 4π ,表2是这几种情况所对应的仿真值。

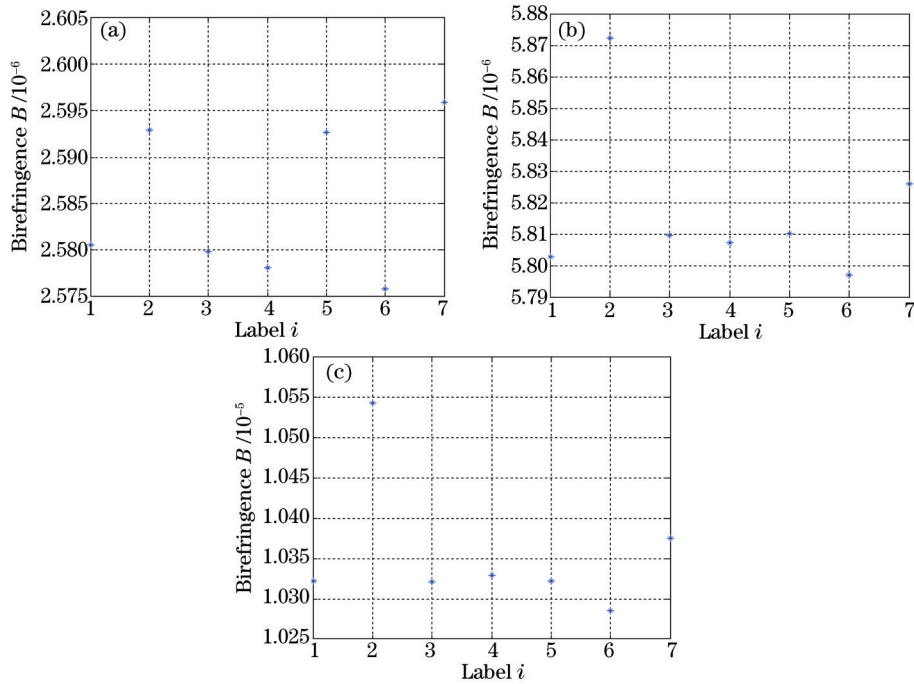


图4 不同形状应力微元在纤芯中心处的双折射。应力元面积分别为(a) π , (b) 2.25π , (c) 4π

Fig.4 Birefringence B at the center of the fiber core with different shape stress elements. The areas of stress element are

(a) π ; (b) 2.25π and (c) 4π

图4(a)中 $B = (2.58585 \pm 0.01005) \times 10^{-6}$, 相对误差小于 0.3887%;图4(b)中 $B = (5.8346 \pm 0.0377) \times 10^{-6}$, 相对误差小于 0.6461%;图4(c)中 $B = (1.04145 \pm 0.01295) \times 10^{-5}$, 相对误差小于 1.2435%。由此可以看出,应力微元形状不同,但纤芯中心处双折射大小相差很小,且应力微元面积越小,相对误差越小,因此当应力微元足够小的情况下,应力场及其双折射大小与应力微元的形状无关。当微元中心到纤芯的距离 d 取其他值时,结论相同。

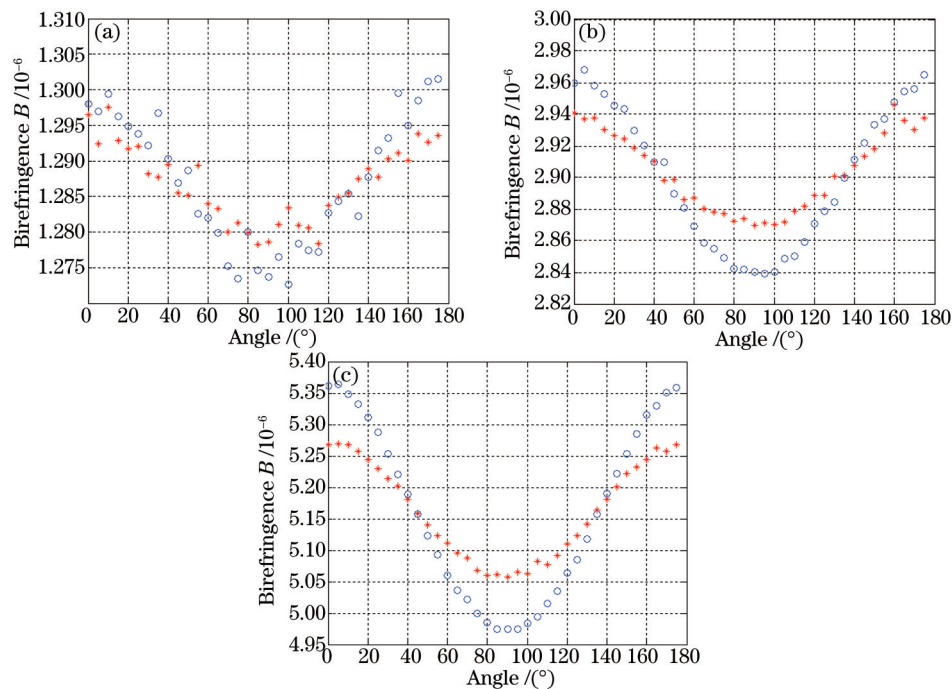
表2 不同形状应力微元在纤芯中心处的双折射

Table 2 Birefringence B at the center of the fiber core with different shape stress elements

	Area of the stress element		
	π	2.25π	4π
●	2.5806×10^{-6}	5.8027×10^{-6}	1.0322×10^{-5}
■	2.5929×10^{-6}	5.8723×10^{-6}	1.0544×10^{-5}
■	2.5798×10^{-6}	5.8096×10^{-6}	1.0321×10^{-5}
◆	2.5781×10^{-6}	5.8072×10^{-6}	1.0329×10^{-5}
▲	2.5927×10^{-6}	5.8102×10^{-6}	1.0322×10^{-5}
▶	2.5758×10^{-6}	5.7969×10^{-6}	1.0285×10^{-5}
◀	2.5959×10^{-6}	5.8260×10^{-6}	1.0375×10^{-5}

3.2 应力分布与应力微元放置方向的关系

保持应力微元面积不变,微元中心到纤芯的距离 d 同为 $15\ \mu\text{m}$, 改变应力微元的放置方向, 将应力微元旋转 0° 到 180° , 研究单应力区光纤纤芯中心处的双折射是否发生变化。以具有代表性的各向异性较高的矩形 ■ (长宽比分别为 2:1 和 3:1) 为例进行说明, 结果如图 5 所示, 其中图 5(a) 中应力微元的面积为 π , 图 5(b) 中应力微元的面积为 2.25π , 图 5(c) 中应力微元的面积为 4π 。图中星号代表长宽比为 2:1 的矩形, 圆形标号代表长宽比为 3:1 的矩形。由图 5 可以看出: 图 5(a) 中 $B = (1.2871 \pm 0.0144) \times 10^{-6}$, 相对误差小于 1.1188%, 图 5(b) 中 $B = (2.90345 \pm 0.06455) \times 10^{-6}$, 相对误差小于 2.2232%, 图 5(c) 中 $B = (5.1691 \pm 0.1952) \times 10^{-6}$, 相对误差小于 3.7763%。由此可以看出: 矩形的旋转角从 0° 到 180° 变化时, 纤芯中心处的双折射 B 变化不大, 且应力微元面积越小, 相对误差越小, 说明对充分小的应力微元来说, 应力场的大小和双折射与应力微元的放置方向无关。

图5 不同放置方向应力微元在纤芯中心处的双折射。应力元面积分别为(a) π , (b) 2.25π , (c) 4π Fig.5 Birefringence B at the center of the fiber core with various directions of the stress element. The areas of stress element are (a) π , (b) 2.25π and (c) 4π

3.3 应力分布与应力微元到纤芯距离的关系

对比图 4 和图 5 的结果可以发现: 应力大小和纤芯中心处的双折射 B 与应力微元的形状和放置方向无关。为了研究应力大小及其双折射与距离的关系, 为方便起见, 下面就以圆形应力微元为例加以仿真分析。保持应力光纤的材料和结构参数不变, 应力区为 $r = 1\ \mu\text{m}$ 的圆, 改变应力微元中心到纤芯中心的距离

d ,从离纤芯较远处到包层边界,用 COMSOL Multiphysics 仿真可得到纤芯中心处的双折射如图 6 中星号所示。可以看出,应力微元靠近纤芯时,应力场大小和双折射与距离近似呈平方反比关系。

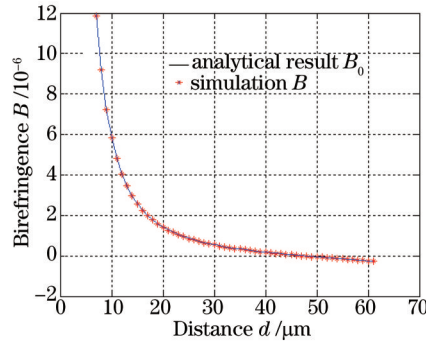


图6 应力双折射与距离关系的仿真结果图

Fig.6 Relationship between stress birefringence and distance

事实上,根据热应力理论,Chu等^[6]得到了圆形应力区熊猫光纤在纤芯中心处双折射的解析解。

$$B_0 = \frac{CE\Delta\alpha\Delta T}{2(1-\nu)} \left[4\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2 - 3\left(\frac{a^2-b^2}{R^2}\right)^2 \right] = \frac{2CE\Delta\alpha\Delta T}{1-\nu} \left(\frac{r^2}{R^2}\right) \left[\left(\frac{R}{d}\right)^2 - 3\left(\frac{d}{R}\right)^2 \right], \quad (10)$$

式中几何参数 a, b, r, R 如图 7 熊猫光纤的横截面所示。 $\Delta\alpha = \alpha_{\text{clad}} - \alpha_{\text{sap}}$ 为包层非应力区与应力区的热膨胀系数差, $\Delta T = T_1 - T_0$ 为冷却成型时的室温与应力区材料的软化温度差。

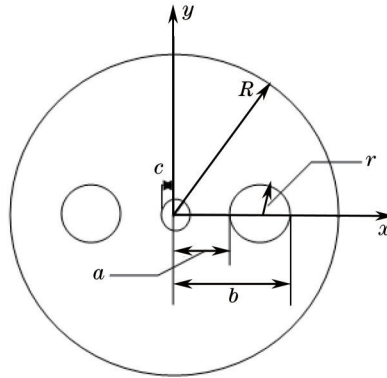


图7 熊猫光纤的横截面

Fig.7 Cross section of panda fiber

当应力区半径很小,即为本文讨论的应力微元时,同样符合(10)式。将 COMSOL Multiphysics 的仿真结果与理论解析解比较,结果如图 6 所示。可以看出,圆形应力微元纤芯中心处的双折射仿真值与理论值吻合很好。当应力微元与纤芯距离较近时 ($d \ll R$), 双折射与距离的关系可近似表达为

$$B = \frac{2CE\Delta\alpha\Delta T}{1-\nu} \left(\frac{r^2}{d^2}\right) = \frac{2CE\Delta\alpha\Delta T}{\pi(1-\nu)} \left(\frac{\pi r^2}{d^2}\right) = \frac{2CE\Delta\alpha\Delta T}{\pi(1-\nu)} \left(\frac{\Delta s}{d^2}\right), \quad (11)$$

式中 Δs 是应力微元的面积。可知,双折射与距离呈平方反比关系。

因此,任意应力微元的应力场与应力微元的形状和放置方向无关,对任意应力微元,其在纤芯中心处引起的双折射均可由(10)式或(11)式表达。

对任意形状的较大应力区,由于各向同性材料是线弹性的,应力区在纤芯处的应力场可通过应力微元的线性叠加而得,因此,其在纤芯中心处的应力双折射可运用(10)式或(11)式通过应力微元的积分求得。

4 结 论

提出了一种基于应力微元求解任意形状应力区光纤的应力场分布及其双折射的方法,并在基于 COMSOL Multiphysics 软件中的固体力学模块上,验证了该应力微元分析方法的正确性和可行性。在保持光纤材料、结构不变的情况下,改变应力微元的形状,得到纤芯中心处应力大小和双折射与应力微元形状无关的结论。若改变应力微元的放置方向,其纤芯中心处的应力大小和双折射也与应力微元的放置方向无

关。通过改变应力微元到纤芯的距离,得到了应力大小和双折射与距离的关系,它与理论分析结果完全一致;在应力微元与纤芯距离较近时,其应力大小和双折射与距离呈近似平方反比关系。通过以上3个方面的分析,可以验证应力微元分析方法的正确性和可行性。因此,对任意形状应力区光纤在纤芯处的应力大小及其双折射,可先将应力区划分为应力微元,然后运用(10)式在应力区上进行积分即可,这对于应力型光纤的双折射大小分析及其光纤结构的优化设计具有重要的意义。

参考文献

- 1 Wang Zhenbao, Yang Pengling, Shao Bibo, *et al.*. Fiber Bragg grating for simultaneous measurement of strain and temperature[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2013, 50(10): 100602.
王振宝, 杨鹏翎, 邵碧波, 等. 应力和温度同时测量的光纤布拉格光栅双参数传感器[J]. *激光与光电子学进展*, 2013, 50(10): 100602.
- 2 Ji Zhengji, Wu Xiangnong, Yin Ye, *et al.*. Sagnac loop cascaded filter based on highly birefringent photonic crystal fiber [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2014, 51(4): 040603.
吉正继, 武向农, 殷 业, 等. 基于高双折射光子晶体光纤的 Sagnac 环级联滤波器[J]. *激光与光电子学进展*, 2014, 51(4): 040603.
- 3 Sun Tingting, Wang Zhi, Zhao Lilong. Performance studies on Er^{3+} doped amplifier based on Bragg fiber with high index core[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2010, 47(12): 120603.
孙婷婷, 王 志, 赵立龙. 高折射率纤芯掺铒布拉格光纤放大器研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2010, 47(12): 120603.
- 4 Liu Deming, Xian Qing, Huang Dexiu. *Optical Fiber Optics*[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1995. 258-259.
刘德明, 向 清, 黄德修. *光纤光学*[M]. 北京: 国防工业出版社, 1995. 258-259.
- 5 P Chu, R Sammut. Analytical method for calculation of stresses and material birefringence in polarization-maintaining optical fiber[J]. *J Lightwave Technol*, 1984, 2(5): 650-662.
- 6 D Lu, T Ge, J Wu, *et al.*. Theoretical analysis on thermal stress induced birefringence in rectangular and D-shaped double cladding fiber[C]. *SPIE*, 2008, 7278: 72780M.
- 7 Y Meng, M Wu. Stress and modal birefringence of single-mode specialty optical fibers with three-stress regions[J]. *Journal of Shanghai University (English Edition)*, 2011, 15(2): 137-142.
- 8 Kun-Hsieh Tsai, Kyung-Suk Kim, T F Morse. General solutions for stress-induced polarization in optical fibers[J]. *J Lightwave Technol*, 1991, 9(1): 7-17.
- 9 Y Liu, B M A Rahman, K T V Grattan. Analysis of the birefringence properties of optical fibers made by a preform deformation technique[J]. *J Lightwave Technol*, 1995, 13(2): 142-147.
- 10 R Guan, F Zhu, Z Gan, *et al.*. Stress birefringence analysis of polarization maintaining optical fibers[J]. *Optical Fiber Technology*, 2005, 11(3): 240-254.

栏目编辑: 王晓球