

非 Kolmogorov 湍流对部分相干环状光束瑞利区间的影响

汤明玥¹ 李晓庆² 陈晓文^{3*} 李宾中¹

¹川北医学院基础医学院, 四川 南充 637000

²四川师范大学物理学院, 四川 成都 610068

³川北医学院影像系, 四川 南充 637000

摘要 求解出了部分相干环状光束在非 Kolmogorov 湍流中的瑞利区间解析表达式, 并研究了湍流参量(广义指数 α 、内尺度 l_0 、外尺度 L_0)和光束参数对光束瑞利区间的影响。研究表明, 湍流中瑞利区间 $z_{R|turb}$ 随湍流增强而减小, 且始终小于自由空间中瑞利区间 $z_{R|free}$; $z_{R|turb}$ 随 L_0 (当 $3.6 < \alpha < 4$ 时)的增大而减小, 随 l_0 的增大而增大; $z_{R|turb}$ 随 α 的增大先减小后增大, 且在 $\alpha = 3.11$ 处时存在极小值。此外, 湍流对于光束瑞利区间的影响随相干参数 β 、束腰 w_0 增大和遮拦比 ε 、光束阶数 $M(N)$ 的减小而增大。

关键词 大气光学; 部分相干环状光束; 非 Kolmogorov 湍流; 广义指数; 瑞利区间; 遮拦比

中图分类号 O436; TN012

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP52.020101

Influence of Non-Kolmogorov Turbulence on the Rayleigh Range of Partially Coherent Annular Beams

Tang Mingyue¹ Li Xiaoqing² Chen Xiaowen³ Li Binzhong¹

¹Department of Basic Medicine, North Sichuan Medical College, Nanchong, Sichuan 637000, China

²Department of Physics, Sichuan Normal University, Chengdu, Sichuan 610068, China

³Imaging Department, North Sichuan Medical College, Nanchong, Sichuan 637000, China

Abstract The expression for the Rayleigh range of partially coherent annular beams propagating through non-Kolmogorov turbulence is derived, and the influence of turbulence parameters (generalized exponent parameter α , inner scale l_0 , outer scale L_0) and the beam parameters on the Rayleigh range is studied. It is shown that Rayleigh range $z_{R|turb}$ in turbulence decreases with increasing intensity of turbulence, and is always smaller than Rayleigh range $z_{R|free}$ in free space; $z_{R|turb}$ decreases with increasing L_0 (just for $3.6 < \alpha < 4$) and increases with increasing l_0 ; $z_{R|turb}$ does not monotonically vary with the increase of α , namely, it decreases firstly and then increases due to increasing α . When $\alpha = 3.11$, $z_{R|turb}$ reaches its minima. Additionally, the influence of turbulence on the Rayleigh range increases with increasing coherence parameter β , beam width w_0 and decreasing obscure ratio ε , beam orders $M(N)$.

Key words atmospheric optics; partially coherent annular beams; non-Kolmogorov turbulence; generalized exponent parameter; Rayleigh range; obscure ratio

OCIS codes 010.1330; 010.1300; 010.3310

收稿日期: 2014-08-01; 收到修改稿日期: 2014-08-31; 网络出版日期: 2015-01-09

基金项目: 教育部留学回国人员科研启动基金资助项目(第39批, 教外司[2010]1174号)、四川省教育厅资助项目(12ZB048, 13ZB0244)

作者简介: 汤明玥(1982—), 女, 硕士, 讲师, 主要从事激光传输与控制等方面的研究。E-mail: mingyue82777@163.com

* 通信联系人。E-mail: xw-c@163.com

1 引言

长期以来,国内外许多科研工作者都利用 Kolmogorov 湍流模型来描述复杂的大气环境,并针对各类激光束在此模型中的传输特性做了大量研究^[1-8]。然而,当光束沿着垂直方向传输时,湍流会展现出很强的非 Kolmogorov 特性^[9-10]。因而,Kolmogorov 功率谱描述的湍流与实验数据存在一定的偏差。近期,Toselli 等^[11]提出的非 Kolmogorov 湍流模型较适合于复杂的大气环境,与实验结果也更为接近。非 Kolmogorov 湍流对激光束传输特性影响方面的研究正是国际同行们正在努力研究的前沿课题,近年来已有科研工作者对激光束在该湍流模型中的传输展开了一些相关研究^[12-15]。

另一方面,在激光理论中,瑞利区间定义为光束横截面积扩展为源场处两倍时的传输距离,可用来描述光束无明显扩展的传输距离^[16]。2009年,季小玲等^[17]研究了完全相干和部分相干列阵光束的瑞利区间,并发现列阵光束的瑞利区间随子光束数目的增加而增加。2011年,季小玲等^[18]研究了湍流对余弦高斯光束瑞利区间的影响。此外,环状光束目前在现代光学及原子光学中得到了广泛的应用^[19-20]。

基于以上原因,研究非 Kolmogorov 湍流对部分相干环状光束瑞利区间的影响是非常重要的。本文推导出了部分相干环状光束在非 Kolmogorov 湍流中的瑞利区间解析表达式,并研究了湍流参量(广义指数 α 、内尺度 l_0 、外尺度 L_0)和光束参数对光束瑞利区间的影响,得到了一些对实际激光远程大气传输有意义的理论结果。

2 理论模型

环状光束的数学-物理模型可由两个束宽不同的平顶光束之差构成,束宽分别为 w_0 和 w'_0 ,且 $\varepsilon = w'_0/w_0$, $\varepsilon < 1$ 。因而,环状光束的复振幅表达式可写为^[8]

$$U_0(\mathbf{r}', 0) = \sum_{m=1}^M \alpha_m \exp\left[-\left(m p_m \frac{x'^2}{w_0^2}\right)\right] \sum_{n=1}^N \alpha_n \exp\left[-\left(n p_n \frac{y'^2}{w_0^2}\right)\right] - \sum_{m=1}^M \alpha_m \exp\left[-\left(m p_m \frac{x'^2}{w_0^2}\right)\right] \sum_{n=1}^N \alpha_n \exp\left[-\left(n p_n \frac{y'^2}{w_0^2}\right)\right], \quad (1)$$

式中 M 、 N 为平顶光束的光束阶数,且

$$\alpha_t = (-1)^{t+1} \frac{M!}{t!(M-t)!}, \quad p_t = \sum_{i=1}^M \frac{\alpha_i}{t}, \quad t = m, m'; \quad (2)$$

$$\alpha_{t'} = (-1)^{t'+1} \frac{N!}{t'!(N-t')!}, \quad p_{t'} = \sum_{i'=1}^N \frac{\alpha_{i'}}{t'}, \quad t' = n, n'. \quad (3)$$

另一方面,完全相干光通过随机相位板或液状晶体可产生部分相干光。而在解析式中,完全相干光拓展为部分相干光则需引入一个高斯型的谱相干度函数^[21]。因而,部分相干环状光束在 Cartesian 坐标系中 $z=0$ 处的交叉谱密度为^[21]

$$W^{(0)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, 0) = U_0^*(\mathbf{r}'_1, 0) U_0(\mathbf{r}'_2, 0) \mu^{(0)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, 0) = W_{011}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, 0) + W_{022}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, 0) - W_{012}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, 0) - W_{021}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, 0), \quad (4)$$

式中

$$W_{011}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, 0) = \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \alpha_m \alpha_{m'} \exp\left[-\left(m p_m \frac{x_1'^2}{w_0^2} + m' p_{m'} \frac{x_2'^2}{w_0^2}\right)\right] \exp\left[-\frac{(x'_1 - x'_2)^2}{2\sigma_0^2}\right] \times \sum_{n=1}^N \sum_{n'=1}^N \alpha_n \alpha_{n'} \exp\left[-\left(n p_n \frac{y_1'^2}{w_0^2} + n' p_{n'} \frac{y_2'^2}{w_0^2}\right)\right] \exp\left[-\frac{(y'_1 - y'_2)^2}{2\sigma_0^2}\right], \quad (5)$$

$$W_{012}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, 0) = \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \alpha_m \alpha_{m'} \exp\left[-\left(m p_m \frac{x_1'^2}{w_0^2} + m' p_{m'} \frac{x_2'^2}{w_0^2}\right)\right] \exp\left[-\frac{(x'_1 - x'_2)^2}{2\sigma_0^2}\right] \times \sum_{n=1}^N \sum_{n'=1}^N \alpha_n \alpha_{n'} \exp\left[-\left(n p_n \frac{y_1'^2}{w_0^2} + n' p_{n'} \frac{y_2'^2}{w_0^2}\right)\right] \exp\left[-\frac{(y'_1 - y'_2)^2}{2\sigma_0^2}\right], \quad (6)$$

其中 σ_0 为光束的相干长度。将(5)式中的 w_0 换为 w'_0 , 得 $W_{022}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, 0)$; 将(6)式中的 w_0 与 w'_0 互换, 即得 $W_{021}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, 0)$ 。

令(4)式中 $\mathbf{r}'_1 = \mathbf{r}'_2$, 并取光束参数 $w_0 = 0.09$ m、 $\varepsilon = 0.3$ 、 $M = N = 8$, 可得环状光束在源场处的光强分布,其三维图像见图1。

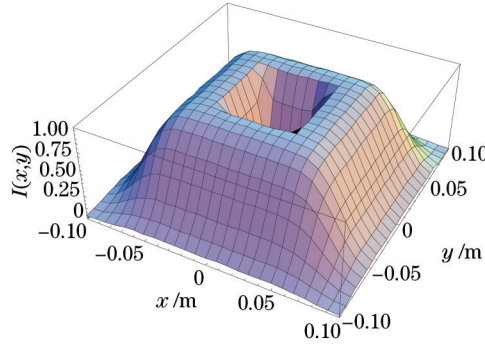


图1 源场处环状光束光强分布图

Fig.1 Intensity distribution of annular beams in source field

3 瑞利区间

根据广义惠更斯-菲涅耳原理,部分相干环状光束在远场 ($z > 0$) 处的光强表示为^[1]

$$I(\mathbf{r}, z) = \left(\frac{k}{2\pi z} \right)^2 \iint d^2 \mathbf{r}'_1 \iint d^2 \mathbf{r}'_2 W^{(0)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, 0) \times \exp \left\{ \left(\frac{ik}{2z} \right) [(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2)^2 - 2(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'_1 - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'_2)] \right\} \langle \exp[\psi^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}'_1, z) + \psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'_2, z)] \rangle_m, \quad (7)$$

式中 $\mathbf{r} \equiv (x, y)$ 为 z 平面处的二维矢量坐标。 $k = 2\pi/\lambda$, $\langle \rangle_m$ 表示湍流介质的系综平均, $\psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}', z)$ 表示湍流对球面波影响的随机相位因子。且

$$\langle \exp[\psi^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}'_1, z) + \psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'_2, z)] \rangle_m = \exp \left\{ -4\pi^2 k^2 z \int_0^\infty k \Phi_n(\kappa, \alpha) [1 - J_0(\kappa \xi |\mathbf{r}'_2 - \mathbf{r}'_1|)] d\kappa d\xi \right\}, \quad (8)$$

式中 $\Phi_n(\kappa, \alpha)$ 为湍流介质的折射率起伏空间谱密度函数, $J_0(\cdot)$ 为零阶贝塞尔函数^[1]。

若湍流用非 Kolmogorov 统计, 则 $\Phi_n(\kappa, \alpha) = H(\alpha) \tilde{C}_n \exp \left[- \left(\frac{\kappa^2}{\kappa_m^2} \right) \right] / (\kappa^2 + \kappa_0^2)^{\alpha/2}$, $0 \leq \kappa < \infty, 3 < \alpha < 4$ ^[11], 式中 $\kappa_0 = 2\pi/L_0$ (L_0 是湍流的外尺度), $\kappa_m = c(\alpha)/l_0$ (l_0 为湍流的内尺度), \tilde{C}_n 为广义折射率结构函数, 单位为 $m^{3-\alpha}$ 。此外, $H(\alpha) = \Gamma(\alpha - 1) \cos(\alpha\pi/2) / 4\pi^2$, $c(\alpha) = [\Gamma(5 - \alpha/2) \cdot H(\alpha) \cdot 2/3\pi]^{1/(\alpha-5)}$, 其中, $\Gamma(\cdot)$ 为伽玛函数, α 为湍流广义指数。

二阶矩宽度可定义为^[22]

$$w^2(z) = \frac{2 \iint \mathbf{r}^2 I(\mathbf{r}, z) d^2 \mathbf{r}}{\iint I(\mathbf{r}, z) d^2 \mathbf{r}}, \quad (9)$$

将(7)式代入(9)式, 并令

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{r}'_2 + \mathbf{r}'_1}{2}, \quad \mathbf{v} = \mathbf{r}'_2 - \mathbf{r}'_1, \quad (10)$$

经过复杂的积分运算, 可得部分相干环状光束在湍流中的二阶矩宽度解析表达式为

$$w^2(z) = A + Bz^2 + Fz^3, \quad (11)$$

式中,

$$A = w_0^2 \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{n=1}^N \left[\frac{P}{\sqrt{Q_1 Q_2}} \left(\frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_2} \right) (1 + \varepsilon^4) - \frac{P\varepsilon^4}{\sqrt{Q_3 Q_4}} \left(\frac{1}{Q_3} + \frac{1}{Q_4} \right) - \frac{P\varepsilon^4}{\sqrt{Q_5 Q_6}} \left(\frac{1}{Q_5} + \frac{1}{Q_6} \right) \right] / D, \quad (12)$$

$$B = 4 \left\{ \sum_{m=1}^M \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{n=1}^N \left[\left(\frac{P(1 + \varepsilon^2)}{\sqrt{Q_1 Q_2}} - \frac{P\varepsilon^2}{\sqrt{Q_3 Q_4}} - \frac{P\varepsilon^2}{\sqrt{Q_5 Q_6}} \right) \frac{1}{\beta^2} + \left[\frac{2P}{\sqrt{Q_1 Q_2}} \left(\frac{R_1}{Q_1} + \frac{R_2}{Q_2} \right) - \frac{P\varepsilon^2}{\sqrt{Q_3 Q_4}} \left(\frac{R_1}{Q_3} + \frac{R_2}{Q_4} \right) - \frac{P\varepsilon^2}{\sqrt{Q_5 Q_6}} \left(\frac{R_1}{Q_5} + \frac{R_2}{Q_6} \right) \right] \right\} / w_0^2 \cdot k^2 \cdot D, \quad (13)$$

$$D = \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{n'=1}^N \left[\frac{P}{\sqrt{Q_1 Q_2}} (1 + \varepsilon^2) - \left(\frac{P}{\sqrt{Q_3 Q_4}} + \frac{P}{\sqrt{Q_5 Q_6}} \right) \varepsilon^2 \right], \quad (14)$$

$$F = \frac{8}{3} \pi^2 \int_0^{\infty} \kappa^3 H(\alpha) \tilde{C}_n^2 \exp \left[- \left(\frac{\kappa^2}{\kappa_m^2} \right) \right] / (\kappa^2 + \kappa_0^2)^{\alpha/2} d\kappa, \quad (15)$$

$$P = \alpha_m \alpha_{m'} \alpha_n \alpha_{n'}, \quad (16)$$

$$Q_1 = m p_m + m' p_{m'}, \quad (17)$$

$$Q_3 = \varepsilon m p_m + m' p_{m'}, \quad (18)$$

$$Q_5 = m p_m + \varepsilon m' p_{m'}, \quad (19)$$

$$R_1 = (m p_m)(m' p_{m'}). \quad (20)$$

若将(17)~(20)式中的 m 及 m' 分别改为 n 和 n' , 即得 Q_2, Q_4, Q_6 和 R_2 。另外, (13)式中光束相干参数 $\beta = \sigma_0/w_0$ 。

(11)式中第三项为湍流项 F , 它与湍流参量(广义指数 α 、内尺度 l_0 及外尺度 L_0)相关, 即 α 、 l_0 和 L_0 对光束在湍流中的扩展构成一定影响。若 $\alpha = 11/3$, $H(11/3) = 0.033$, $\tilde{C}_n^2 = C_n^2$, 则(11)式简化为 Kolmogorov 功率谱下的二阶矩宽度^[11]。

若光束在自由空间中传输, 则(11)简化为

$$w^2(z) = A + Bz^2, \quad (21)$$

此时, 光束的扩展仅与光束参数 w_0 、 σ_0 、 $M(N)$ 、 λ 、 ε 相关。

在自由空间中, 瑞利区间 $z_{R|free}$ 定义为光束横截面积扩展到源场($z=0$)处两倍时光束所传输的距离^[16], 因而由(21)式可得

$$w^2(z_{R|free}) = A + Bz_{R|free}^2 = 2A. \quad (22)$$

求解(22)式可得到部分相干环状光束在自由空间中传输的瑞利区间表达式为

$$z_{R|free} = \sqrt{A/B}. \quad (23)$$

另一方面, 在湍流中, 瑞利区间的定义与自由空间中的定义相似, 为湍流中光束横截面积扩展至源场处两倍的传输距离, 因而根据(11)式可得

$$w^2(z_{R|turb}) = A + Bz_{R|turb}^2 + Fz_{R|turb}^3 = 2A. \quad (24)$$

求解(24)式可得光束通过湍流传输的瑞利区间

$$z_{R|turb} = \frac{1}{3F} \left(T + \frac{B^2}{T} - B \right), \quad (25)$$

其中

$$T = \left[\frac{27}{2} AF^2 - B^3 + \frac{3}{2} F(81A^2 F^2 - 12AB^3)^{1/2} \right]^{1/3}. \quad (26)$$

(23)式及(25)式分别为部分相干环状光束在自由空间和非 Kolmogorov 湍流中瑞利区间的解析式。在非 Kolmogorov 湍流中, $z_{R|turb}$ 除了与光束参数有关, 还与湍流参量(广义指数 α 、外尺度 L_0 及内尺度 l_0)有关。

4 数值计算与分析

图2给出了 Kolmogorov 湍流中部分相干环状光束的瑞利区间随折射率结构常数 C_n^2 的变化, 并与自由空间中瑞利区间进行比较。其中计算参数 $\alpha = 11/3$ 、 $\lambda = 1.06 \times 10^{-6}$ m、 $w_0 = 0.03$ m、 $\beta = 0.8$ 、 $\varepsilon = 0.6$ 、 $L_0 = 20$ m、 $l_0 = 0.01$ m。图2显示, 在自由空间中的瑞利区间 $z_{R|free}$ 随 C_n^2 变化而保持不变, 等于 1066 m; 而湍流中的 $z_{R|turb}$ 值始终小于 $z_{R|free}$, 并随 C_n^2 的增大而单调递减; 且 $z_{R|turb}$ 与 $z_{R|free}$ 差值 Δz_R 随 C_n^2 的增大而增大。这是由于湍流使得光束扩展, 因而瑞利区间缩短; 湍流强度越大, 光束扩展越厉害, 瑞利区间则越短, Δz_R 则越大。

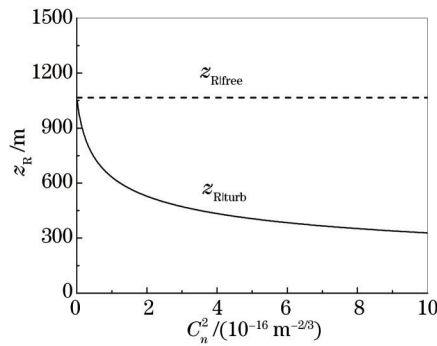


图2 瑞利区间随 C_n^2 的变化

Fig.2 Rayleigh range versus C_n^2

图3和图4分别为部分相干环状光束在非Kolmogorov湍流中的瑞利区间对不同外尺度 L_0 及内尺度 l_0 随广义指数 α 的变化图,其中 $\tilde{C}_n^2 = 2 \times 10^{-15} \text{ m}^{3-\alpha}$ 、 $l_0 = 0.01 \text{ m}$ (图3中)、 $L_0 = 20 \text{ m}$ (图4中),其余参数与图2一致。由图3可以看出, $3 < \alpha < 3.6$ 时,不同 L_0 下的 $z_{R|turb}$ 几乎没有差别;而当 $3.6 < \alpha < 4$ 时, $z_{R|turb}$ 随 L_0 的增大而减小。图4显示, $z_{R|turb}$ 随 l_0 的增大而增大;且当 $\alpha > 3.11$ 时,各条曲线之间的差别随着 α 的增大而逐渐缩小,即广义指数 α 越大,内尺度 l_0 对于瑞利区间的影响越小。此外,图3和图4还表明, z_R 随 α 的变化不是单调变化的,而是先减小后增大,且在 $\alpha = 3.11$ 处时存在极小值。造成该现象的原因是湍流参量 (L_0 、 l_0 、 α) 对湍流大小有一定影响,而湍流的大小对瑞利区间也将造成相应的影响。

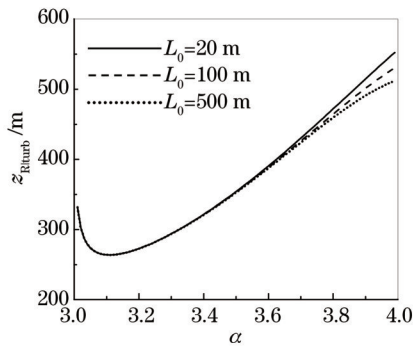


图3 不同 L_0 下,瑞利区间随 α 的变化

Fig.3 Rayleigh range versus α for different values of L_0

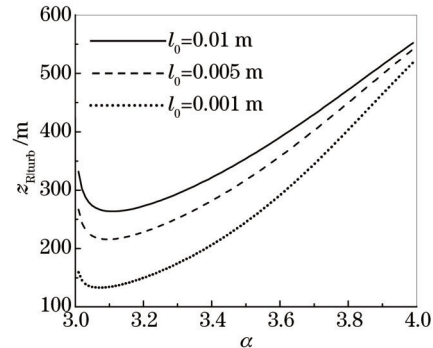


图4 不同 l_0 下,瑞利区间随 α 的变化

Fig.4 Rayleigh range versus α for different values of l_0

图5~8为自由空间和非Kolmogorov湍流中瑞利区间随光束参数的变化,计算参数 $\alpha = 3.6$ 、 $\tilde{C}_n^2 = 2 \times 10^{-15} \text{ m}^{3-\alpha}$,其余非变量参数与图2一致。由图可知,在自由空间中, $z_{R|free}$ 随相干参数 β 、束腰 w_0 的增大而增大;随遮拦比 ε 、光束 $M(N)$ 的增大而减小。而 β 、 w_0 越大, ε 和 $M(N)$ 越小, Δz_R 则越大,即湍流对于其瑞利区间的影响将越大。此外,通过比较可发现 ε 和 $M(N)$ 对 Δz_R 的影响比 β 和 w_0 小得多,即湍流对瑞利区间影响的程度随 ε 和 $M(N)$ 的变化比其随 β 和 w_0 的变化小得多。

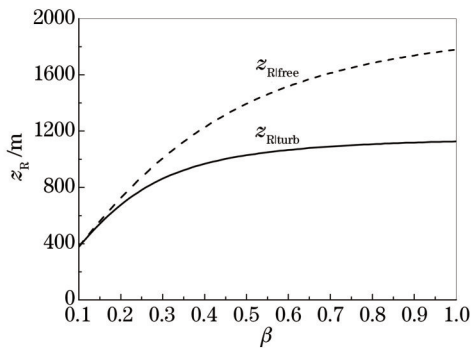


图5 瑞利区间随 β 的变化

Fig.5 Rayleigh range versus β

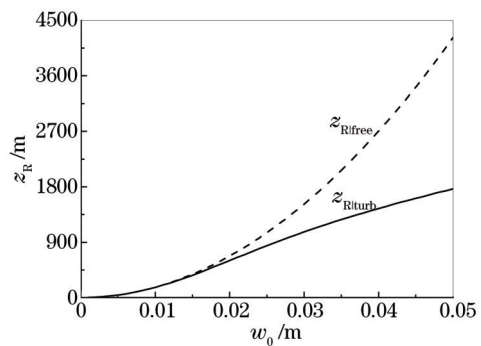


图6 瑞利区间随 w_0 的变化

Fig.6 Rayleigh range versus w_0

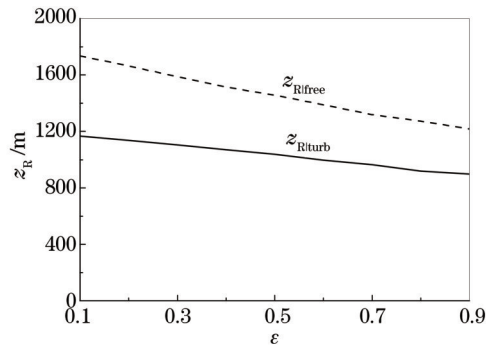


图7 瑞利区间随 ε 的变化
Fig.7 Rayleigh range versus ε

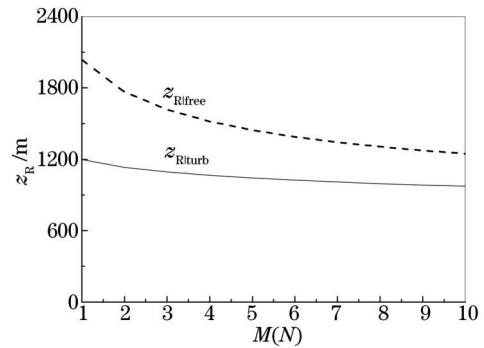


图8 瑞利区间随 $M(N)$ 的变化
Fig. 8 Rayleigh range versus $M(N)$

5 结 论

给出了部分相干环状光束通过自由空间和非 Kolmogorov 湍流传输的瑞利区间解析表达式,并研究了非 Kolmogorov 湍流的湍流参量(广义指数 α 、内尺度 l_0 及外尺度 L_0)对光束瑞利区间影响。研究表明,在 Kolmogorov 湍流中, $z_{R|turb}$ 始终小于自由空间中 $z_{R|free}$, 且 $z_{R|turb}$ 随 C_n^2 的增大而单调递减;差值 Δz_R 随 C_n^2 的增大而增大。而在非 Kolmogorov 湍流中, $z_{R|turb}$ 随 α 的增大而先减小后增大,且在 $\alpha = 3.11$ 处时存在极小值。另外, $z_{R|turb}$ 随 L_0 变化不明显,只有在 $3.6 < \alpha < 4$ 时, $z_{R|turb}$ 随 L_0 的增大而减小。 $z_{R|turb}$ 随 l_0 的增大而增大;当 $\alpha > 3.11$ 时,广义指数 α 越大,内尺度 l_0 对于瑞利区间 $z_{R|turb}$ 的影响越小。

另一方面,在自由空间中, $z_{R|free}$ 随相干参数 β 、束腰 w_0 的增大而增大;随遮拦比 ε 、光束 $M(N)$ 的增大而减小。而湍流对于其瑞利区间的影响随 β 、 w_0 增大和 ε 、 $M(N)$ 的减小而增大。此外,湍流对瑞利区间影响的程度随 ε 和 $M(N)$ 的变化比其随 β 和 w_0 的变化小得多。

参 考 文 献

- 1 L C Andrews, R L Phillips. Laser Beam Propagation through Random Media[M]. Washington: SPIE Press, 1998.
- 2 S C H Wang, M A Plonus. Optical beam propagation for a partially coherent source in the turbulent atmosphere[J]. J Opt Soc Am, 1979, 69(9): 1297-1304.
- 3 Chen Xiaowen, Ji Xiaoling. Influence of turbulence on spatial correlation properties of partially coherent annular beams[J]. Chinese J Lasers, 2009, 36(9): 2319-2325.
陈晓文, 季小玲. 湍流对部分相干环状光束空间相干性的影响[J]. 中国激光, 2009, 36(9): 2319-2325.
- 4 Tang Mingyue, Chen Xiaowen, Ji Xiaoling. Influence of turbulence on propagation and far-field beam quality of $M \times N$ cosh-Gaussian beams[J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(3): 713-718.
汤明玥, 陈晓文, 季小玲. 湍流对 $M \times N$ 列阵双曲余弦高斯光束传输和远场光束质量的影响[J]. 光子学报, 2009, 38(3): 713-718.
- 5 Han Kai, Zhang Xiaoxin, Fu Fuxing, *et al.*. Effect of turbulence strength on phase characteristics and physical limit of phase correction of laser beams in turbulence[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 50(1): 010101.
韩开, 张晓欣, 付福兴, 等. 湍流强度对大气传输光束的相位特性及其相位校正物理极限的影响[J]. 激光与光电子学进展, 2014, 50(1): 010101.
- 6 H T Eyyuboğlu, Y B Baykal. Analysis of reciprocity of cos-Gaussian and cosh-Gaussian laser beams in a turbulent atmosphere[J]. Opt Express, 2004, 12(20): 4659-4674.
- 7 Wu Wuming, Ni Yu, Ren Yajie, *et al.*. Research progress of scintillations for laser array beams in atmospheric turbulence[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(7): 070008.
吴武明, 宁禹, 任亚杰, 等. 阵列光束在湍流大气中传输的光强闪烁研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(7): 070008.
- 8 Chen Xiaowen, Ji Xiaoling. Directionality of partially coherent annular flat-topped beams propagating through atmospheric turbulence[J]. Opt Commun, 2008, 281(18): 4765-4770.

- 9 Rao Changhui, Jiang Wenhan, Ling Ning. Spatial and temporal characterization of phase fluctuations in non-Kolmogorov atmospheric turbulence[J]. *J Mod Opt*, 2000, 47(6): 1111-1126.
- 10 A Zilberman, E Golbraikh, N S Kopeika, *et al.*. Lidar study of aerosol turbulence characteristics in the troposphere: Kolmogorov and non-Kolmogorov turbulence[J]. *Atmospheric Research*, 2008, 88(1): 66-67.
- 11 I Toselli, L C Andrews, R L Phillips, *et al.*. Free space optical system performance for laser beam propagation through non Kolmogorov turbulence for uplink and downlink paths[C]. *SPIE*, 2007, 6708: 670803.
- 12 Peng Yanyan, Li Jinhong, Wei Jilin, *et al.*. Influence of non-Kolmogorov atmospheric turbulence on the spectral changes of Gaussian-Schell model beams[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2014, 51(1): 010102.
彭艳艳, 李晋红, 魏计林, 等. 非 Kolmogorov 大气湍流对高斯谢尔模型光束光谱变化的影响[J]. *激光与光电子学进展*, 2014, 51(1): 010102.
- 13 Tao Rumao, Si Lei, Ma Yanxing, *et al.*. Propagation of truncated partially coherent cosh-Gaussian beam in non-Kolmogorov turbulence[J]. *Chinese J Lasers*, 2013, 40(5): 0502008.
陶汝茂, 司磊, 马阎星, 等. 截断部分相干双曲余弦高斯光束在非 Kolmogorov 湍流中的传输[J]. *中国激光*, 2013, 40(5): 0502008.
- 14 Tang Mingyue, Li Binzhong, Wang Yufeng, *et al.*. Influence of non-Kolmogorov turbulence on the Rayleigh range and turbulence distance of Gaussian-Shell beams[J]. *Chinese J Lasers*, 2014, 41(10): 1013002.
汤明玥, 李宾中, 王宇峰, 等. 非 Kolmogorov 湍流对高斯尔光束的瑞利区间和湍流距离的影响[J]. *中国激光*, 2014, 41(10): 1013002.
- 15 Wu Guohua, GuoHong, Yu Song, *et al.*. Spreading and direction of Gaussian-Schell model beam through a non-Kolmogorov turbulence[J]. *Opt Lett*, 2010, 35(5): 715-717.
- 16 A E Siegman. *Laser [M]*. California: University Science Press, 1986.
- 17 Ji Xiaoling. Rayleigh range of Hermite-Gaussian array beams[J]. *Chin Phys Lett*, 2009, 26(12): 1242010.
- 18 Ji Xiaoling. Influence of turbulence on the Rayleigh range of partially coherent cosh-Gaussian beams[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, 60(6): 064207.
季小玲. 湍流对部分相干双曲余弦高斯光束的瑞利区间的影响[J]. *物理学报*, 2011, 60(6): 064207.
- 19 J Yin, W Gao, Y Zhu. *Progress in Optics[M]*. Amsterdam: North-Holland Press, 2003.
- 20 M Born, E Wolf. *Principles of Optics[M]*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- 21 Qiu Yunli, Guo Hong, Chen Zhaoxi. Paraxial propagation of partially coherent Hermite-Gaussian beams[J]. *Opt Commun*, 2005, 245(1-6): 21-26.
- 22 G Gbur, E Wolf. Spreading of partially coherent beams in random media[J]. *J Opt Soc Am A*, 2002, 19(8): 1592-1598.

栏目编辑: 王晓球