

利用 Hilbert 变换提高傅里叶变换轮廓术的 测量范围和精度

骆 凤 陈文静 苏显渝

四川大学电子信息学院光电科学技术系, 四川 成都 610064

摘要 采用傅里叶变换轮廓术(FTP)进行三维面形测量时,变形条纹图零频分量的扩展对FTP的测量范围和精度存在影响。消除变形条纹图的零频分量后,FTP的测量范围可以提高3倍。根据希尔伯特(Hilbert)变换具有 90° 相移和使直流量为零的性质,提出通过两次分段 Hilbert 变换抑制条纹零频分量的新方法。由于条纹背景分布是一个慢变函数,每半个周期内的局部背景分布可以看做常数,所以两次分段 Hilbert 变换可以很好抑制条纹中零频分量对基频分量的影响,有利于减小测量误差。给出的理论分析、计算机模拟以及实验证明了所提方法的有效性。

关键词 傅里叶光学; 傅里叶变换轮廓术; 三维面形重建; 频谱分析; 希尔伯特变换

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP52.110701

Improve Measurement Range and Accuracy of Fourier Transform Profilometry by Hilbert Transform

Luo Feng Chen Wenjing Su Xianyu

*Opto-Electronic Department, College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University,
Chengdu, Sichuan 610064, China*

Abstract In the Fourier transform profilometry (FTP), the existence and expanding of zero frequency component of the deformed fringe pattern has an influence on the measurement range and accuracy of Fourier transform profilometry. After eliminating the zero frequency component of the deformed fringe, the measurement range of FTP will be three times of that of the traditional FTP. According to Hilbert transform having the nature of 90° phase shift and the direct current (DC) component becoming zero, a new method based on piecewise Hilbert transform is proposed to suppress zero frequency component of the fringe pattern. The zero frequency component of the fringe can be suppressed well because the background of the fringe is a slowly varying function and background distribution in each half period of the fringe should be regarded as constant. So, the proposed method can suppress the zero frequency component of the fringe well. The proposed method enlarges the measurement range of FTP and reduces its measurement error. In the paper, the theoretical analysis is given. Computer simulations and experimental results demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words Fourier optics; Fourier transform profilometry; 3D shape reconstruction; spectral analysis; Hilbert transform

OCIS codes 070.2590; 070.4790; 120.2650; 120.6650

1 引言

傅里叶变换轮廓术(FTP)通过对采集的变形条纹进行傅里叶变换、频域滤波和逆傅里叶变换等操作来解调条纹图中的相位信息,恢复出被测物体的形貌。它具有全场快速分析、无损、分辨率高、测量系统简单等特点,自1983年Takeda等^[1]提出后,在机器视觉、实物仿形、工业检测、生物医学检测、影视特技、虚拟现实等领域,具有重要意义和广阔的应用前景^[2-12]。FTP方法滤出携带被测对象有用信息的条纹基频分量进行处理,必

收稿日期: 2015-06-12; 收到修改稿日期: 2015-06-18; 网络出版日期: 2015-09-24

基金项目: 国家重大仪器专项(2013YQ49087901)

作者简介: 骆 凤(1990—),女,硕士研究生,主要从事光学三维传感方面的研究。E-mail:2501849225@qq.com

导师简介: 陈文静(1968—),女,教授,博士生导师,主要从事光学三维传感和光学信息处理方面的研究。

E-mail: chenwj0409@scu.edu.cn

须保证基频分量不受零频和其他高次谐波分量的干扰,所以 FTP 的测量范围受到一定限制,因此人们提出了多种改进的方法以提高 FTP 的测量范围和精度^[6-12]。例如:采用准正弦投影和 π 相移技术抑制零频和高次频谱^[8-10],利用采集的被测物体的背景强度图来抑制零频^[11];用复合条纹消除零频^[12]等。

但是采用 π 相移技术和获取额外的背景强度图来消除零频影响,需要采集两帧具有 π 相位差的图像,影响了 FTP 的实时性;而采用复合条纹,条纹的空间分辨率降低,对成像设备 CCD 的分辨率带来更高的要求,增加了系统成本。

由于希尔伯特(Hilbert)变换具有 90° 移相器的特性,近年来被引入到三维相貌测量中^[13-16]。基本原理是利用 Hilbert 变换构造解析函数,相位信息用解析函数的虚部和实部之比的反正切函数来计算^[13-14],该方法在零频分量无扩展时,可以得到较好的结果;此外经验模式分解方法和 Hilbert 变换相结合也用于条纹分析^[16],该方法将多分量信号进行经验模式分解,得到一组单分量信号,再用 Hilbert 变换方法提取相位信息。它提取的相位精度高于直接采用 Hilbert 变换获得的相位精度,但分解过程较为繁琐。

本文根据变形条纹图的背景分布是一个慢变函数,每半个周期内的局部背景分布可以看做常数^[17-18],利用 Hilbert 变换能实现 90° 相移以及常量的 Hilbert 变换为 0 的特点,提出对条纹图进行两次分段 Hilbert 变换处理以抑制条纹图中的背景分量。这样可以仅利用单帧条纹图就能很好抑制零频分量,减小其对基频分量的影响,提高 FTP 的测量精度。

2 基本原理

2.1 傅里叶变换基本原理

傅里叶变换轮廓术的测量光路如图 1 所示^[1,9]。

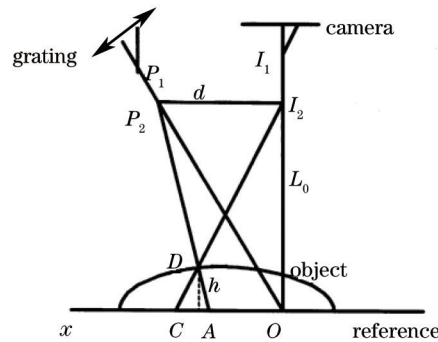


图 1 FTP 测量系统光路图

Fig.1 Scheme of the FTP measuring geometry

图中,成像系统光轴 I_1I_2 垂直于参考平面,投影系统光轴 P_1P_2 与之相交于参考平面上的 O 点。 d 为 P_2 与 I_2 之间的距离, L_0 是 I_2 到参考平面之间的距离, h 是物面上 D 点到参考平面之间的距离。当正弦光栅被投影系统投影在待测物体表面上时,受到物体面形的调制,成像 CCD 采集到的变形的光栅图像为

$$f(x,y) = a(x,y) + b(x,y)\cos[2\pi f_0 x + \varphi_0(x,y) + \varphi(x,y)], \quad (1)$$

式中 f_0 是投影光栅的基频, $a(x,y)$ 是条纹背景光强, $b(x,y)$ 是条纹对比度分布, $\varphi_0(x,y)$ 是非远心光路带来的初始相位, $\varphi(x,y)$ 是由待测物体高度分布引起的调制相位。对(1)式进行傅里叶变换得到它的频谱分布 $F(u,v)$ 为

$$F(u,v) = A(u,v) + C(u - f_0, v) + C^*(u + f_0, v), \quad (2)$$

式中符号“*”表示共轭, $A(u,v)$ 是 $a(x,y)$ 的傅里叶变换谱,代表背景频谱, $C(u - f_0, v)$ 是基频分量,包含待测量物体的形貌信息, $C^*(u + f_0, v)$ 是 $C(u - f_0, v)$ 的共轭项,滤出基频分量并对其进行逆傅里叶变换处理,得到下面的复指数函数:

$$g(x,y) = \frac{1}{2}b(x,y)\exp\{j[2\pi f_0 x + \varphi_0(x,y) + \varphi(x,y)]\}. \quad (3)$$

从而得到相位信息 $2\pi f_0 x + \varphi_0(x,y) + \varphi(x,y)$ 。利用参考条纹可以消除载频分量和非远心光路带来的初始相位,得到由物体高度分布对应的连续的相位分布 $\varphi(x,y)$ 。结合实际测量系统,可以建立三维面形高度分布

和相位分布之间的关系,表示为^[11]

$$\varphi(x, y) \approx \frac{2\pi f_0 d}{L_0} h(x, y). \quad (4)$$

2.2 Hilbert 变换基本原理

信号的 Hilbert 变换定义为(以一维为例)^[13]

$$H[f(x)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(\tau)}{x - \tau} d\tau, \quad (5)$$

式中 $f(x)$ 为待分析信号。(5)式可以看作 $f(x)$ 与 $\frac{1}{\pi x}$ 的卷积,写成如下形式:

$$H[f(x)] = \frac{1}{\pi x} * f(x), \quad (6)$$

式中符号“*”表示卷积运算。(6)式的傅里叶变换表示为

$$\mathfrak{F}\{H[f(x)]\} = -j \operatorname{sgn}(w) F(w), \quad (7)$$

式中 w 为角频率, $\mathfrak{F}\{H[f(x)]\}$ 为 $H[f(x)]$ 的傅里叶变换, $F(w)$ 为 $f(x)$ 的傅里叶变换, $-j \operatorname{sgn}(w)$ 为 $\frac{1}{\pi x}$ 的傅里叶变换, $\operatorname{sgn}(w)$ 是一个符号函数,可以写成下面的形式:

$$\operatorname{sgn}(w) = \begin{cases} -1, & w < 0 \\ 1, & w > 0 \end{cases}. \quad (8)$$

因此, $-j \operatorname{sgn}(w)$ 表示为下面的形式:

$$-j \operatorname{sgn}(w) = \begin{cases} \exp\left(j\frac{\pi}{2}\right), & w < 0 \\ \exp\left(j\frac{\pi}{2}\right), & w > 0 \end{cases}, \quad (9)$$

即信号的 Hilbert 变换等效于对信号作了 $\pm\frac{\pi}{2}$ 相移,对正频率产生 $-\frac{\pi}{2}$ 相移,对负频率产生 $\frac{\pi}{2}$ 相移,并将零频分量变为 0。对信号进行两次 Hilbert 变换后,正负频率均产生 π 相移。图 2 画出了 $f(x) = a + b \cos(w_0 x)$ 的分布和进行两次 Hilbert 变换后的分布,其中 x 的取值范围为 0~255 pixel, $a = 0.5$, $b = 0.5$ 和 $w_0 = \frac{2\pi}{64 \text{ pixel}}$, 图中红色的线代表原始信号,蓝色的线代表其经过两次 Hilbert 变换后信号,可见两次 Hilbert 变换后消除了直流分量。

但在实际 FTP 测量中,变形条纹的背景光场通常是不均匀的,对整幅图进行两次 Hilbert 变换后,可以实现 π 相移,但是不能很好地把背景光场消除。所以,提出对条纹图进行分段处理。在(1)式中, $a(x, y)$ 和 $b(x, y)$ 是慢变函数,局部分布具有相似性,所以条纹中每一行在半个条纹周期内它们可以看作常数^[17-18]。不考虑 y 变量时, $f(x, y)$ 中的任意行可以表示为 $f(x)$,而该行中的每一段可以写为

$$f_i(x) = a_i + b_i \cos[2\pi f_0 x + \varphi_0(x) + \varphi_i(x)], \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

在(10)式中, $f_i(x)$ 表示该行的第 i 段条纹, n 表示该行条纹的半周期个数。常数 a_i 和 b_i 分别表示第 i 个半周

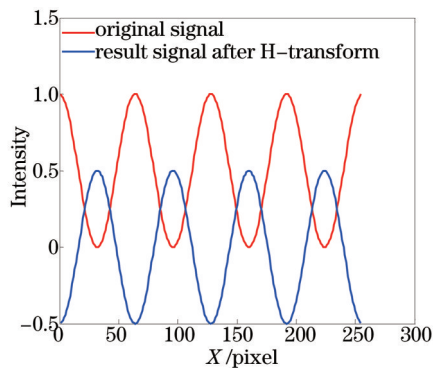


图2 信号进行 Hilbert 变换前后的图形

Fig.2 Original signal and result signal after twice Hilbert transform

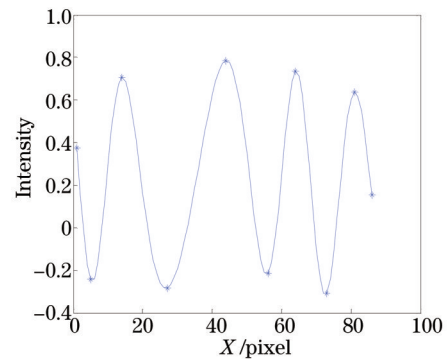


图3 一个条纹片段

Fig.3 Segment of a fringe pattern

期条纹的背景光强和条纹对比度, $\varphi_i(x)$ 表示该段由待测物体高度分布引起的调制相位。对于变形条纹而言, 每段的长度等于条纹相邻的极大值点与极小值点的位置之差的绝对值。图3中用“*”号标出了极值点, 这个条纹的分段长度就由相邻“*”位置之差的绝对值确定, 因此变形条纹的分段长度通常是不相等的。条纹 $f(x)$ 可以写成向量形式 $[f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_n(x)]$ 。

根据 Hilbert 变换的性质, 对每半个周期的条纹进行两次 Hilbert 变换, 就可以消除各段局部条纹的背景, 实现 π 相移。合并所有经过两次分段 Hilbert 变换后的局部条纹, 就得到一个消除背景, 实现 π 相移的条纹图。然后采用 FTP 方法对这个消除零频的条纹图进行相位解调。所提方法的基本流程如图4所示。

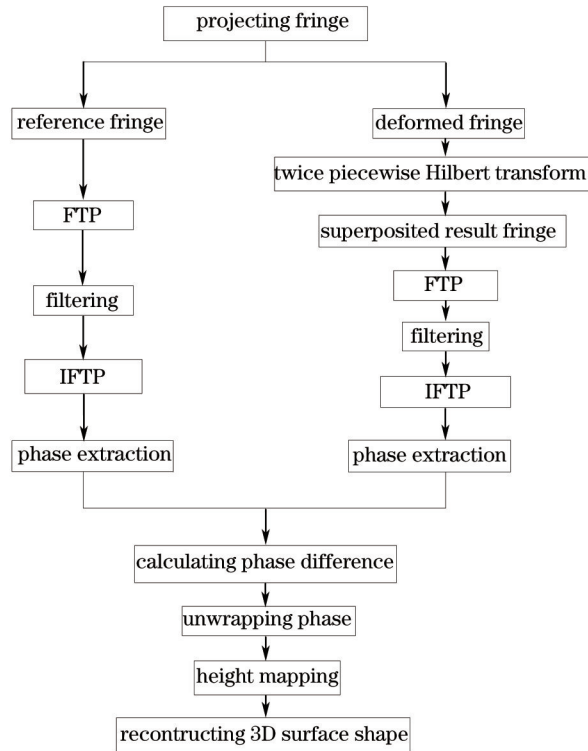


图4 原理流程图

Fig.4 Flowchart of principle

3 计算机模拟

模拟的物体为 $l_{\text{shape}} = 0.95 \text{peaks}(x, y)$, $\text{peaks}(x, y)$ 是 Matlab 平台提供的一个多峰函数, 其具体表达式为

$$\text{peaks}(x, y) = 3 \times (1 - x)^2 \times \exp[-(x^2) - (y + 1)^2] - 10 \times (x/5 - x^3 - y^5) \times \exp(-x^2 - y^2) - 1/3 \times \exp[-(x + 1)^2 - y^2]. \quad (11)$$

模拟的参考条纹 $f(x, y)$ 和变形条纹 $f_s(x, y)$ 分别为

$$f(x, y) = 0.5 + 0.5 \times \cos(2\pi f_0 x), \quad (12)$$

$$f_s(x, y) = -0.4 \times \frac{\text{peaks}(x, y)}{\text{Max}_{\text{peaks}}(x, y)} + 0.3 + 0.5 \times \cos(2\pi f_0 x + l_{\text{shape}}), \quad (13)$$

式中 $\text{Max}_{\text{peaks}}$ 是 peaks 函数的最大值, 模拟物体和条纹图尺寸均为 $264 \text{ pixel} \times 264 \text{ pixel}$, $f_0 = \frac{1}{24} \text{ pixel}^{-1}$ 。设(4)式中的 $2\pi f_0 d/L_0 = 1$, 则高度变化引起的相位变化直接由“shape”表示。在模拟的变形条纹图中添加了 $-0.4 \times \frac{\text{peaks}(x, y)}{\text{Max}_{\text{peaks}}(x, y)}$ 项来表示条纹图的不均匀性背景分布, 模拟的物体和变形条纹图分别如图5(a)和图5(b)所示。

图6(a)表示变形条纹图经过两次分段 Hilbert 变换后合成的条纹图。为了表示清楚, 图6(b)~(d)分别画出了变形条纹, 两次全场 Hilbert 变换后的条纹以及经过两次分段 Hilbert 变换后合成的条纹的第130行[图5(b)红线所示]的强度分布。与6(b)对比, 图6(c)、(d)的相位均改变 180° , 但图6(d)的背景分布更趋于0。图6(e)~(g)分别是图6(b)~(d)对应的傅里叶谱。从图6(f)可以看出零频变为0, 但由慢变化的背景对应

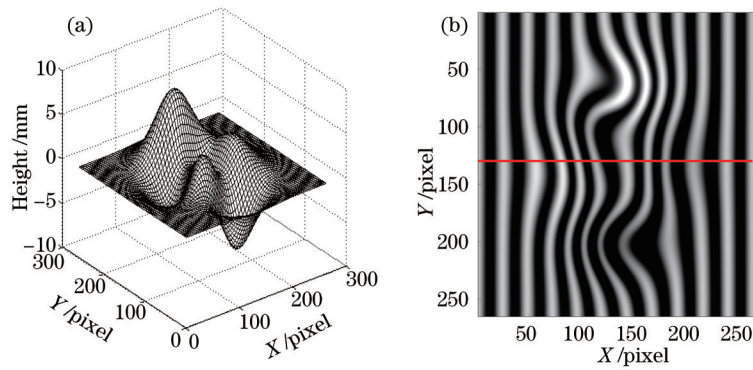


图5 (a) 模拟的物体; (b) 变形条纹图

Fig.5 (a) Simulated object; (b) deformed fringe pattern

的零频扩展依然存在,而图6(g)显示条纹背景对应的零频分量基本上消除了。在图6(b)中“*”符号表明了变形条纹图的第130行的强度分布的极大值点与极小值点的位置,用以确定该行条纹的分段长度。

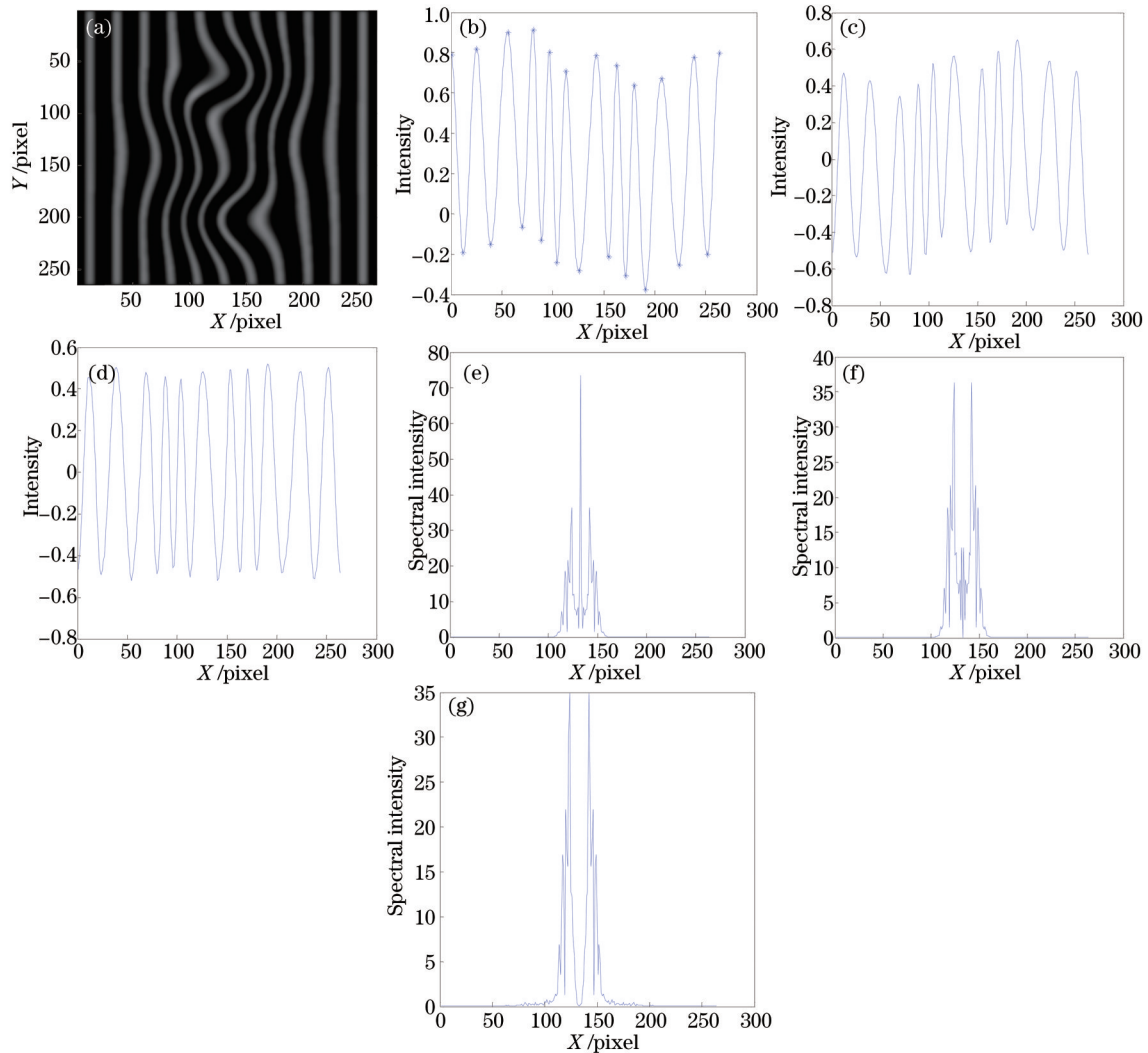


图6 (a) 两次分段 Hilbert 变换后合成的图形; (b) 变形条纹图的第130行; (c) 两次全场 Hilbert 变换得到的条纹的第130行; (d) 两次分段 Hilbert 变换后合成条纹的第130行; (e) 表示图6(b)的傅里叶谱; (f) 表示图6(c)的傅里叶谱;

(g) 表示图6(d)的傅里叶谱

Fig.6 (a) Result fringe by superposition of the piecwise fringe after twice Hilbert transform; (b) the 130th line of Fig.5 (b); (c) the 130th line of deformed fringe after twice full field Hilbert transform; (d) the 130th line of Fig.6 (a); (e) the spectrum of Fig.6 (b); (f) the spectrum of Fig.6 (c); (g) the spectrum of Fig.6(d)

图7(a)~(c)分别表示采用传统的傅里叶变换轮廓术方法,两次全场 Hilbert 变换结合 FTP 方法,两次分段 Hilbert 变换结合 FTP 方法处理得到的重建物体的面形,图7(c)中物体的重建面形最好。图7(d)~(f)分别画出了它们的误差分布图,各自误差的最大值分别为 1.752、1.4324、0.6976 mm,均方误差分别为 0.1049、0.0931、0.0859 mm。可见采用提出的方法得到的均方误差最小,重建的面形更精确。

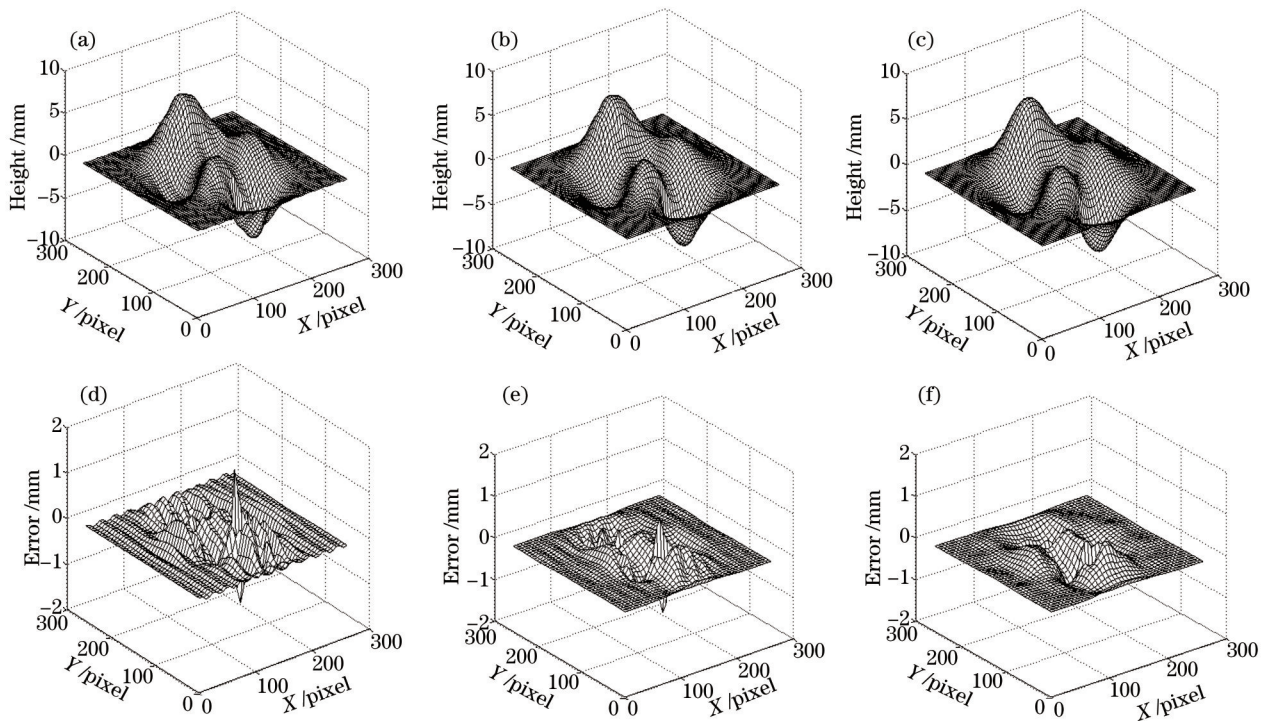


图7 (a) 传统的 FTP 方法重建的面形; (b) FTP 结合两次全场 Hilbert 变换消除零频后重建面形; (c) FTP 结合两次分段 Hilbert 变换消除零频后重建的面形; (d) 传统的 FTP 方法的重建面形误差; (e) FTP 结合两次全场 Hilbert 变换的重建误差; (f) FTP 结合两次分段 Hilbert 变换的重建误差

Fig.7 (a) Reconstructed surface by FTP; (b) the reconstructed surface by FTP after eliminating zero frequency component by twice full field Hilbert transform; (c) the reconstructed surface by FTP after eliminating zero frequency component by twice piecewise Hilbert transform; (d) the error corresponding to Fig.7 (a); (e) the error corresponding to Fig.7 (b); (f) the error corresponding to Fig.7 (c)

4 实验验证

通过实验进一步验证所提出的理论,测量对象为一个类似“米奇”的头像。实验装置的原理图如图8所示。系统的结构参数为 $L_0 = 1150$ mm, $d = 500$ mm。

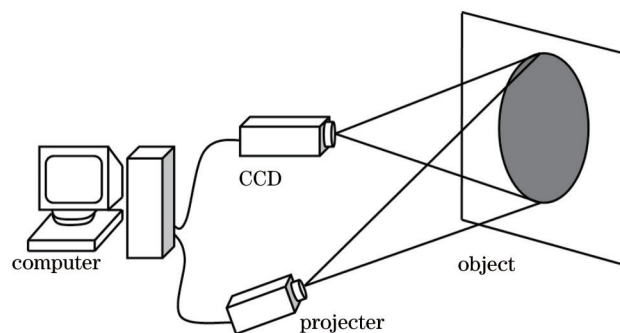


图8 实验装置原理图

Fig.8 Diagrammatic sketch of experimental setup

测量系统中采用 EPSON(CB-X25)液晶投影仪投影标准正弦条纹到参考面和被测物体上, BASLER (A504k) CCD 采集条纹图像, CCD 的分辨率为 $1024 \text{ pixel} \times 1280 \text{ pixel}$ 。裁剪后用于处理的条纹尺寸均为

300 pixel \times 300 pixel, 变形条纹图如图 9(a)所示, 该条纹背景分布不均匀, 在左耳附近存在低强度区域。图中红色的直线表示变形条纹图的第 150 行。

由于采集的条纹图在峰谷处存在毛刺, 这些区域会存在多个极值点, 影响正确的分段长度的计算, 从而影响分段 Hilbert 变换的处理结果。因此对采集的条纹图进行 Hilbert 变换前, 为了避免噪声对条纹极值点查找的影响, 对采集的条纹图先进行去噪预处理(高斯平滑)后再确定分段的长度, 最后再对采集的原始条纹图进行分段 Hilbert 变换。由于分段 Hilbert 变换时, 每次参与计算的条纹样点数较少, 局部边缘存在泄漏的误差, 导致变换后有些相邻段的起始点和终止点强度值存在微小跳变, 可以通过对条纹峰谷区域进行局部平滑消除。对变形条纹图进行两次分段 Hilbert 变换后合成的条纹如图 9(b)所示。

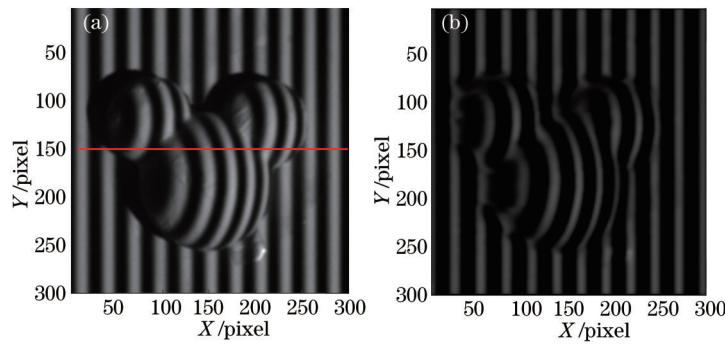


图 9 (a) 变形条纹图; (b) 两次分段 Hilbert 变换后合成的图形

Fig.9 (a) Deformed fringe pattern; (b) result fringe pattern after two piecewise Hilbert transform

图 10(a)表示经高斯平滑后得到的变形条纹图的第 150 行的强度分布, 该图中“*”表明极值点。图 10(b)表示对变形条纹图分段进行两次 Hilbert 变换后合成的条纹图第 150 行的强度分布, 图 10(c)和图 10(d)分别是图 9(a)的第 150 行的傅里叶频谱在强度 1~3000 的分布和图 10(b)的傅里叶谱, 可以看到图 10(d)中零频分量得到了很好的抑制, 减小了其对基频分量的影响。图 10(e)和图 10(f)分别表示采用传统的傅里叶变换轮廓术和两次分段 Hilbert 变换结合 FTP 方法处理得到的重建物体的面形。

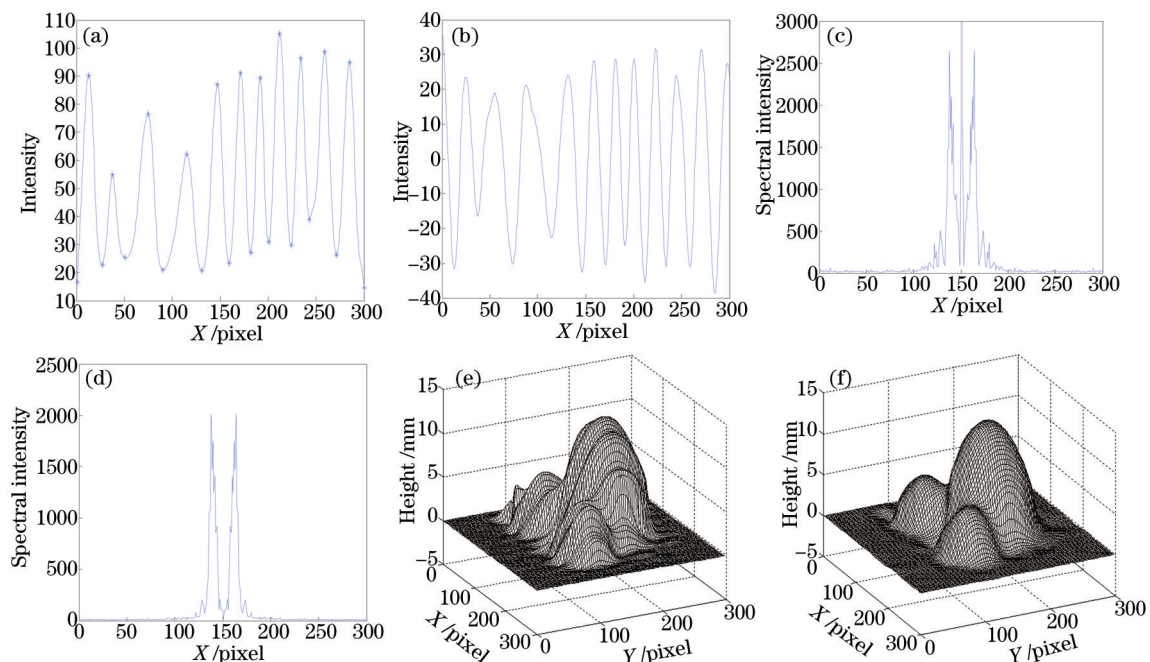


图 10 (a) 平滑后的变形条纹第 150 行; (b) 两次分段 Hilbert 变换后的条纹第 150 行; (c) 图 9(a)中第 150 行的傅里叶谱; (d) 图 10(b)的傅里叶谱; (e) 传统 FTP 的重建面形; (f) FTP 结合两次分段 Hilbert 变换后的重建面形

Fig.10 (a) The 150th line of the result fringe after Fig.9 (a) smoothed by Gaussian filtering; (b) the 150th line of Fig.9 (b); (c) the spectrum of the 150th line of Fig.9 (a); (d) the spectrum of Fig.10 (b); (e) the reconstructed surface by FTP; (f) the reconstructed surface by FTP combining with twice piecewise Hilbert transform

5 结 论

本文提出了通过 Hilbert 变换实现仅用单帧条纹来抑制零频分量的新方法。针对实际采集的条纹图的背景分布存在不均匀性,提出了对条纹图分段进行两次 Hilbert 处理,再组合处理后的分段条纹,从而得到背景被抑制的条纹图,消除零频分量对条纹基频分量的影响。将提出的方法同传统的 FTP 方法进行了对比,结果表明了:相比较传统傅里叶变换的方法,先对条纹图分段进行两次 Hilbert 变换,再对变换后合成的条纹采用傅里叶变换轮廓术处理,能避免由背景引入的频谱而造成的测量误差,提高了 FTP 的测量范围和精度。

参 考 文 献

- 1 M Takeda, K Mutoh. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes[J]. Appl Opt, 1983, 22(24): 3977-3982.
- 2 Su Xianyu, Li Jitao. Information Optical[M]. Beijing: Science Press, 1999: 306-338.
苏显渝,李继陶.信息光学[M].北京:科学出版社,1999:306-338.
- 3 C Guan, L G Hassebrook, D L Lau. Composite structured light pattern for three-dimensional video[J]. Opt Express, 2003, 11(5): 406-407.
- 4 Zhu Ronggang, Zhu Rihong, Song Qian, *et al.* Applied research on fiber-optic interferometer projection of Fourier transform profilometry[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(7): 0708003.
朱荣刚,朱日宏,宋倩,等.基于光纤干涉投影的傅里叶变换轮廓术应用研究[J].中国激光,2013,40(7):0708003.
- 5 Zhang Min, Tang Feng, Wang Xiangzhao, *et al.* Phase retrieval errors analysis of interferogram using two dimensional fast Fourier transform method[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(3): 0308002.
张敏,唐锋,王向朝,等.二维快速傅里叶变换干涉图相位提取误差分析[J].中国激光,2013,40(3):0308002.
- 6 Liu Dahai, Lin Bin. Fourier transform profilometry using zero frequency elimination based on gray modulation[J]. Acta Photonica Sinica, 2011, 40(11): 1697-1701.
刘大海,林斌.利用强度调制消除零频的傅里叶变换轮廓测量[J].光子学报,2011,40(11):1697-1701.
- 7 Da Fei-peng, Huang Hao. A novel color fringe projection based Fourier transform 3D shape measurement method[J]. Optik, 2012, 123(24): 2233-2237.
- 8 Li Mingmei, Sun Jie, Xiao Jian, *et al.* Effect of π phase shifting and filtering in accuracy of Fourier transform profilometry[J]. Journal of Tianjin University of Technology, 2009, 25(2): 33-36.
李明媚,孙杰,肖健,等. π 相移及频域滤波对傅里叶变换轮廓术精度的影响[J].天津理工大学学报,2009,25(2):33-36.
- 9 Su Xianyu, Chen Wenjing. Fourier transform profilometry: A review[J]. Opt & Lasers in Eng, 2001, 35(5): 263-284.
- 10 Tian Miao, Zhang Chunlin, Quan Weilong. Correction of height measurement error arised from coordinate confusion in FTP[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2013, 50(6): 061202.
田苗,张春林,权伟龙.傅里叶变换轮廓术中由于坐标混淆而产生的高度测量误差的修正[J].激光与光电子学进展,2013,50(6):061202.
- 11 Wu Yingchun, Cao Yiping, Li Yang, *et al.* Composite Fourier transform profilometry based on flat image modulation[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2013, 25(1): 7-11.
武迎春,曹益平,李洋,等.基于背景光调制的复合光傅里叶变换轮廓术[J].强激光与粒子束,2013,25(1):7-11.
- 12 Zhou Canlin, Yang Yunxin, Si Shuchun, *et al.* An improved Fourier transform profilometry for zero frequency elimination[J]. Journal of Optoelectronics·Laser, 2014, 25(6): 1140-1145.
周灿林,杨允鑫,司书春,等.一种改进的消零频傅里叶变换轮廓术[J].光电子·激光,2014,25(6):1140-1145.
- 13 Lü Jie, Wang Ming, Huan Hai, *et al.* Fringe analysis with Hilbert transform and its application in the measurement of aspheric mirror[J]. Acta Optica Sinica, 2005, 25(6): 781-785.
吕捷,王鸣,宦海,等.希尔伯特变换条纹分析法及其在非球面镜测量上的应用[J].光学学报,2005,25(6):781-785.
- 14 Z Sarac, H G Birkök, H Taskin, *et al.* Evaluation of thermal lens fringes using Hilbert and Fourier transform methods [J]. Sci Meas & Technol, 2011, 5(3): 81-87.
- 15 S Li, X Su, W Chen. Hilbert assisted wavelet transform method of optical fringe pattern phase reconstruction for optical profilometry and interferometry[J]. Optik, 2012, 123(1): 6-10.
- 16 Chenxing Wang, Feipeng Da. Phase demodulation using adaptive windowed Fourier transform based on Hilbert-Huang [J]. Opt Express, 2012, 20(16): 18459-18477.
- 17 Tangy Y, Chen W, Su X, *et al.* Neural network applied to reconstruction of complex objects based on fringe projection [J]. Opt Commun, 2007, 278(2): 274-278.
- 18 Zhong J, Weng J. Phase retrieval of optical fringe patterns from the ridge of a wavelet transform[J]. Opt Lett, 2005, 30(19): 2560-2562.

栏目编辑:何卓铭