

# 截断高斯-谢尔光束在非 Kolmogorov 湍流中的相对扩展

陈晓文<sup>1</sup> 李宾中<sup>2</sup> 汤明玥<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>川北医学院影像学院, 四川 南充 637000

<sup>2</sup>川北医学院基础医学院物理教研室, 四川 南充 637000

**摘要** 为了研究截断高斯-谢尔光束在非 Kolmogorov 湍流中的相对扩展。采用广义惠更斯-菲涅耳原理和积分变换技术求解出了光束在非 Kolmogorov 湍流中的二阶矩束宽和相对束宽的表达式,并定量地研究了束宽和相对束宽随束腰  $w_0$ 、相干参数  $\alpha$ 、截断参数  $\delta$  及湍流广义指数  $\gamma$  的变化规律。研究发现  $\alpha$  和  $\delta$  越小,湍流对光束扩展的影响则越小,湍流对光束扩展的影响随  $w_0$  和  $\gamma$  的增大而先增大后减小,并对主要结果给出了相应的物理解释。

**关键词** 大气光学;非 Kolmogorov 湍流;截断高斯-谢尔光束;相对束宽

中图分类号 O436; TN012

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP52.110104

## Relative Spreading of Truncated Gaussian-Shell-Model Beam in Non-Kolmogorov Turbulence

Chen Xiaowen<sup>1</sup> Li Binzhong<sup>2</sup> Tang Mingyue<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Imaging Department, North Sichuan Medical College, Nanchong, Sichuan 637000, China

<sup>2</sup>Department of Basic Medicine, North Sichuan Medical College, Nanchong, Sichuan 637000, China

**Abstract** To study the relative spreading of truncated Gaussian Shell-model (GSM) beam propagating through non-Kolmogorov turbulence, the extended Huygens-Fresnel principle and integral transform technique are used to derive the expressions for the mean-squared width and relative width of truncated GSM beam propagating through non-Kolmogorov turbulence. The variation of the mean-squared width and relative width versus waist width  $w_0$ , coherence parameter  $\alpha$ , truncation parameter  $\delta$  and generalized exponent parameter  $\gamma$  are analyzed numerically. The results show the beam spreading is less affected by turbulence with the smaller  $\alpha$  and  $\delta$ , and the influence of non-Kolmogorov turbulence on beam spreading increases first and then decreases due to increasing waist width  $w_0$  and  $\gamma$ . The results obtained above are explained physically.

**Key words** atmospheric optics; non-Kolmogorov turbulence; truncated Gaussian Shell-model beam; relative width

**OCIS codes** 010.1330; 010.1300; 010.3310

## 1 引言

目前,非 Kolmogorov 湍流对激光束传输特性影响的研究已成为国际上研究的前沿热点问题。2007年, Toselli等<sup>[1]</sup>通过引入湍流广义指数和广义振幅因子来描述非 Kolmogorov 湍流的模型更切实际。自此,国内外科工作者就各类激光束在非 Kolmogorov 湍流中的传输特性做了一些相关研究<sup>[2-8]</sup>。在激光传输特性中较为重要的一个特性则是光束扩展,文献[9-15]研究了各类光束在湍流中的扩展情况。2011年,刘飞等<sup>[13]</sup>研究了部分相干双曲余弦高斯列阵光束的湍流距离随光束参数、湍流强度及光束叠加方式的变化情况。但对

收稿日期: 2015-05-27; 收到修改稿日期: 2015-06-09; 网络出版日期: 2015-09-02

基金项目: 教育部留学回国人员科研启动基金(第39批,教外司[2010]1174号)、四川省教育厅资助项目(12ZB048, 13ZB0244)

作者简介: 陈晓文(1984—),男,硕士,讲师,主要从事激光传输与变换方面的研究。E-mail: xw-c@163.com

\*通信联系人。E-mail: 463540287@qq.com

于光束在非 Kolmogorov 湍流中扩展问题的研究甚少<sup>[16-19]</sup>, 仅在 2014 年, 陆璐等<sup>[16]</sup>研究了非 Kolmogorov 湍流对高斯列阵光束扩展的影响, 本课题组也于近期利用瑞利区间和湍流距离研究了非 Kolmogorov 湍流对高斯-谢尔(GSM)光束扩展的影响<sup>[17]</sup>。

另一方面, 由激光器所产生的激光常会受到光阑的限制, 因而截断光束(受光阑限制的光束)时常出现。这说明对截断光束的传输特性进行研究是很有必要的。近年来, 有少量文献研究了截断光束通过湍流大气的传输特性<sup>[18-21]</sup>, 研究范围包括了光强分布、偏振度、方向性等。

迄今为止, 截断光束在非 Kolmogorov 湍流中的扩展研究都还尚未涉及。本文推导出了截断高斯-谢尔光束在湍流中的二阶矩束宽和相对束宽的表达式, 并利用相对束宽直观地、定量地描述了湍流对光束扩展的影响。

## 2 二阶矩束宽与相对束宽

高斯-谢尔光束在 Cartesian 坐标系统中  $z=0$  处的交叉谱密度函数可以表示为<sup>[9]</sup>

$$W^{(0)}(x'_1, x'_2, z=0) = \exp\left(-\frac{x_1'^2 + x_2'^2}{w_0^2}\right) \exp\left[-\frac{(x'_1 - x'_2)^2}{2\sigma_0^2}\right], \quad (1)$$

式中  $w_0$  为束腰,  $\sigma_0$  为在源场处光束的空间相干长度<sup>[9]</sup>。

若 GSM 光束通过某硬边光阑, 则变为截断 GSM 光束。假设该硬边光阑为垂直  $z$  轴上的圆孔(半径为  $a$ ), 硬边光阑的窗口函数可表示为矩形函数的形式:

$$H(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq a \\ 0, & |x| > a \end{cases}. \quad (2)$$

$H(x)$  可展开为复高斯函数的有限级数和<sup>[18]</sup>:

$$H(x) = \sum_{i=1}^M F_i \exp\left(-\frac{G_i x^2}{a^2}\right), \quad (3)$$

式中展开系数  $F_i$ 、高斯系数  $G_i$  及  $M$  都可由文献[18]中表 1 查到。

依据广义惠更斯-菲涅耳原理, 截断 GSM 光束在  $z>0$  处光强表示为<sup>[10]</sup>

$$\begin{aligned} \langle I(x, z) \rangle &= \frac{k}{2\pi z} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M F_i F_j^* \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx'_1 dx'_2 W^{(0)}(x'_1, x'_2, z=0) \times \\ &\exp\left(-\frac{G_i x_1'^2}{a^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{G_j^* x_2'^2}{a^2}\right) \cdot \exp\left\{\left(\frac{ik}{2z}\right)[(x_1'^2 - x_2'^2) - 2(x'_1 - x'_2)x]\right\} \times \langle \exp[\psi^*(x'_1, x, z) + \psi(x'_2, x, z)] \rangle_m, \end{aligned} \quad (4)$$

式中波数  $k=2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  为波长,  $\psi(x', x, z)$  表示湍流大气对球面波影响的随机相位因子,  $\langle \cdot \rangle_m$  为随机介质的系综平均, 且有<sup>[10]</sup>

$$\langle \exp[\psi^*(x, x'_1, z) + \psi(x, x'_2, z)] \rangle_m = \exp\left\{-4\pi^2 k^2 z \int_0^\infty \int_0^\infty k \Phi_n(\kappa, \gamma) [1 - J_0(\kappa \xi |x'_2 - x'_1|)] d\kappa d\xi\right\}, \quad (5)$$

其中,  $J_0(\cdot)$  为零阶贝塞尔函数,  $\Phi_n(\kappa, \gamma)$  表示大气湍流的折射率起伏空间功率谱,  $\gamma$  为湍流广义指数,  $\kappa$  和  $\xi$  分别表示空间频率和传输路径参数。

在非 Kolmogorov 统计中,  $\Phi_n(\kappa, \gamma)$  表示为<sup>[11]</sup>

$$\Phi_n(\kappa, \gamma) = H(\gamma) \tilde{C}_n^2 \frac{\exp\left[-\left(\frac{\kappa^2}{\kappa_m^2}\right)\right]}{(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{\gamma/2}}, \quad 0 \leq \kappa < \infty, \quad 3 < \gamma < 4, \quad (6)$$

式中  $\kappa_0 = 2\pi/L_0$ ,  $\kappa_m = c(\gamma)/l_0$ ,  $H(\gamma) = \Gamma(\gamma - 1) \cos(\gamma\pi/2)/4\pi^2$ ,  $c(\gamma) = [\Gamma(5 - \gamma/2) \cdot H(\gamma) \cdot 2/3\pi]^{1/(\gamma-5)}$ ,  $L_0$  与  $l_0$  分别是湍流的外尺度和内尺度,  $\tilde{C}_n^2$  为广义折射率结构常数,  $\Gamma(\cdot)$  为伽玛函数。

二阶矩束宽可定义为<sup>[11]</sup>

$$w^2(z) = \frac{\int x^2 I(x, z) dx}{\int I(x, z) dx}. \quad (7)$$

将(4)式代入(7)式,并采用积分变换技术,可得到截断 GSM 光束在湍流中的束宽为

$$w^2(z) = A + B \cdot z^2 + F \cdot z^3, \quad (8)$$

式中

$$A = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M F_i F_j^* \left( \frac{G_i + G_j^*}{\delta^2} + 2 \right)^{-3/2} \cdot w_0^2}{4 \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M F_i F_j^* \left( \frac{G_i + G_j^*}{\delta^2} + 2 \right)^{-1/2}}, \quad (9)$$

$$B = \frac{z^2}{k^2 w_0^2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M F_i F_j^* \left( \frac{G_i + G_j^*}{\delta^2} + 2 \right)^{-3/2} \cdot \left[ \frac{G_i G_j^*}{\delta^4} + \left( 1 + \frac{1}{2\alpha^2} \right) \frac{G_i + G_j^*}{\delta^2} + 1 + \frac{1}{\alpha^2} \right]}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M F_i F_j^* \left( \frac{G_i + G_j^*}{\delta^2} + 2 \right)^{-1/2}}, \quad (10)$$

$$F = \frac{2\pi^2 z^3}{3} \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa, \gamma) d\kappa, \quad (11)$$

式中  $\alpha = \sigma_0/w_0$ , 为相干参数,  $\delta = a/w_0$ , 为光束截断参数。结合(6)式和(8)式可知,束宽与束腰  $w_0$ 、相干参数  $\alpha$ 、截断参数  $\delta$ 、波长  $\lambda$ 、传输距离  $z$  以及湍流参数(外尺度  $L_0$ 、内尺度  $l_0$ 、广义折射率结构常数  $\tilde{C}_n^2$  及广义指数  $\gamma$ )相关。(6)式中,若  $\gamma = 11/3$ ,  $H(11/3) = 0.033$ ,  $\tilde{C}_n^2 = C_n^2$ , 则简化为 Kolmogorov 功率谱<sup>[1]</sup>。

若光束在自由空间中传输,则(8)式简化为

$$w^2(z) = A + B \cdot z^2. \quad (12)$$

为了能直观地分析湍流对激光束扩展的影响,引入相对束宽。其定义为截断光束在湍流中的束宽  $w_{\text{turb}}(z)$  与自由空间中束宽  $w_{\text{free}}(z)$  之比,即

$$\frac{w_{\text{turb}}(z)}{w_{\text{free}}(z)} = \sqrt{1 + \frac{Fz^3}{A + Bz^2}}. \quad (13)$$

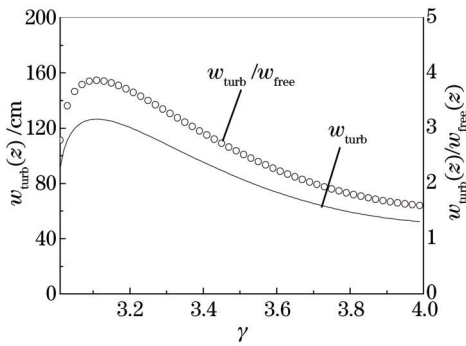
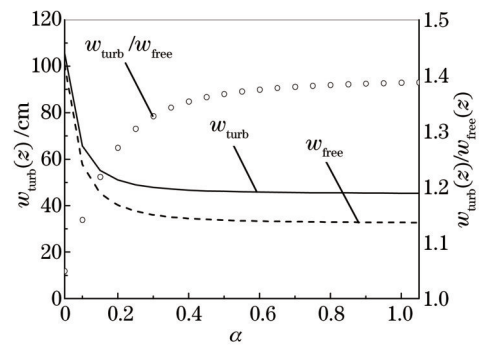
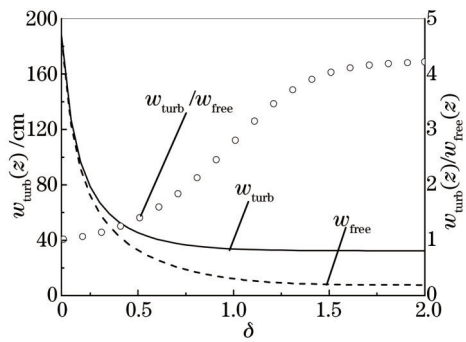
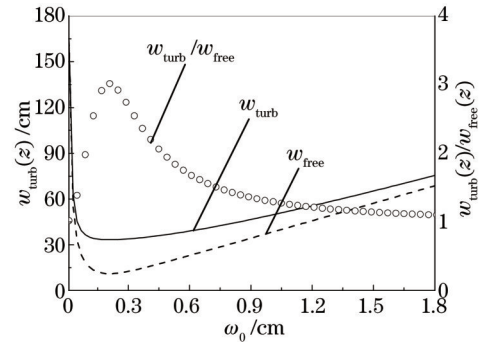
显然,相对束宽越小,则说明光束扩展受湍流的影响就越小。相对束宽的引入可直观和定量地分析光束参数变化时光束扩展对湍流影响的灵敏度,特别是当该变化为非单调时,其优点更为突出。

### 3 数值分析

图1为截断 GSM 光束在非 Kolmogorov 湍流中的束宽  $w_{\text{turb}}(z)$  和相对束宽  $w_{\text{turb}}/w_{\text{free}}$  随广义指数  $\gamma$  的变化图,其中计算参数  $\tilde{C}_n^2 = 10^{-15} \text{ m}^{3-\alpha}$ 、 $w_0 = 0.05 \text{ m}$ 、 $\alpha = 1$ 、 $\delta = 0.5$ 、 $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ 、 $z = 10 \text{ km}$ 。图1表明,截断 GSM 光束在非 Kolmogorov 湍流中的束宽  $w_{\text{turb}}(z)$  和相对束宽  $w_{\text{turb}}/w_{\text{free}}$  随  $\gamma$  的变化并非单调变化,而都是先增大然后减小,并且在  $\gamma = 3.11$  处时有一极大值。这是因为(11)式中的湍流项  $F$  是一个有关  $\gamma$  的函数,当  $\gamma = 3.11$  时,  $F$  有一极大值(由  $\partial F/\partial \gamma = 0$  可确定),显然,极大的湍流值会导致出现极大的光束扩展,即出现极大的束宽。

图2和图3是截断 GSM 光束在自由空间及湍流中随光束参数(相干参数  $\alpha$  和截断参数  $\delta$ )的变化图,  $\gamma = 3.2$ , 其余非变量参数与图1相同。由图2、3可知,光束在湍流中束宽  $w_{\text{turb}}(z)$  与自由空间中束宽  $w_{\text{free}}(z)$  均随  $\alpha$  和  $\delta$  的增大而减小,而相对束宽  $w_{\text{turb}}(z)/w_{\text{free}}(z)$  却随  $\alpha$  和  $\delta$  的增大而增大。这表明  $\alpha$  和  $\delta$  越小,湍流对截断光束扩展的影响则越小。

图4为  $w_{\text{free}}(z)$ 、 $w_{\text{turb}}(z)$  和  $w_{\text{turb}}(z)/w_{\text{free}}(z)$  随束腰  $w_0$  的变化图,计算参数与图2一致。图4中,由  $w_{\text{free}}(z)$  与  $w_{\text{turb}}(z)$  标识的曲线都展现非单调变化,  $w_{\text{free}}(z)$  与  $w_{\text{turb}}(z)$  都随  $w_0$  的增大而先减小后增大,然而  $w_{\text{turb}}(z)/w_{\text{free}}(z)$  却随  $w_0$  的增大而先增大后减小。这说明湍流对光束扩展的影响随  $w_0$  的增大而先增大后减小。造成该物理结果可解释如下:由(8)~(10)式可以看出,  $w^2(z)$  中有两项(即  $A$  与  $Bz^2$ )与  $w_0$  有关。而  $A$  随  $w_0$  的增大单调递增,  $Bz^2$  是有关  $w_0$  的递减函数。当  $w_0 \rightarrow 0$  时,  $A \rightarrow 0$ , 则  $Bz^2$  项占主导地位( $A$  项可忽略),即  $w_{\text{free}}(z)$ 、 $w_{\text{turb}}(z)$  随  $w_0$  的增大而减小,此时湍流对光束扩展的影响将随  $w_0$  递增;相反,当  $w_0$  较大时,则  $A$  项主导( $Bz^2$  项可忽略),  $w_{\text{free}}(z)$ 、 $w_{\text{turb}}(z)$  随  $w_0$  的增大而增大,此时湍流对光束的影响随  $w_0$  的增大而减小。另外,光束扩展受湍流影响的极大值时的  $w_0$  由  $\frac{d}{dw_0}(A + B \cdot z^2) = 0$  决定。

图1  $w_{\text{turb}}(z)$  和  $w_{\text{turb}}/w_{\text{free}}$  随  $\gamma$  的变化Fig.1  $w_{\text{turb}}(z)$  and  $w_{\text{turb}}/w_{\text{free}}$  versus  $\gamma$ 图2  $w_{\text{free}}(z)$ 、 $w_{\text{turb}}(z)$  和  $w_{\text{turb}}/w_{\text{free}}$  随  $\alpha$  的变化Fig.2  $w_{\text{free}}(z)$ ,  $w_{\text{turb}}(z)$  and  $w_{\text{turb}}/w_{\text{free}}$  versus  $\alpha$ 图3  $w_{\text{free}}(z)$ 、 $w_{\text{turb}}(z)$  和  $w_{\text{turb}}/w_{\text{free}}$  随  $\delta$  的变化Fig.3  $w_{\text{free}}(z)$ ,  $w_{\text{turb}}(z)$  and  $w_{\text{turb}}/w_{\text{free}}$  versus  $\delta$ 图4  $w_{\text{free}}(z)$ 、 $w_{\text{turb}}(z)$  和  $w_{\text{turb}}/w_{\text{free}}$  随  $w_0$  的变化Fig.4  $w_{\text{free}}(z)$ ,  $w_{\text{turb}}(z)$  and  $w_{\text{turb}}/w_{\text{free}}$  versus  $w_0$ 

## 4 结 论

基于广义惠更斯-菲涅耳原理,并利用积分变换技术,推导出截断 GSM 光束传输于非 Kolmogorov 湍流中的二阶矩束宽和相对束宽,研究了湍流对光束扩展的影响。截断 GSM 光束在非 Kolmogorov 湍流中的束宽  $w_{\text{turb}}(z)$  和相对束宽  $w_{\text{turb}}(z)/w_{\text{free}}(z)$  随  $\gamma$  的增大而先增大后减小,且在  $\gamma = 3.11$  处湍流对光束扩展的影响极大。另外,  $w_{\text{turb}}(z)$  与  $w_{\text{free}}(z)$  均随  $\alpha$  和  $\delta$  的增大而减小,  $w_{\text{turb}}(z)/w_{\text{free}}(z)$  随  $\alpha$  和  $\delta$  的增大而增大,即  $\alpha$  和  $\delta$  越小,湍流对截断光束扩展的影响则越小;  $w_{\text{free}}(z)$  和  $w_{\text{turb}}(z)$  随  $w_0$  的增大而先减小后增大,  $w_{\text{turb}}(z)/w_{\text{free}}(z)$  随  $w_0$  的增大而先增大后减小,即湍流对光束扩展的影响随  $w_0$  的增大而先增大后减小。所得到的理论结果对截断光束在实际湍流中传输的相关应用有实际意义。

## 参 考 文 献

- 1 Toselli I, Andrews L C, Phillips R L, *et al.*. Free space optical system performance for laser beam propagation through non Kolmogorov turbulence for uplink and downlink paths[C]. SPIE, 2007, 6708: 670803.
- 2 Wu Guohua, Guo Hong, Yu Song, *et al.*. Spreading and direction of Gaussian-Schell model beam through a non-Kolmogorov turbulence[J]. Opt Lett, 2010, 35(5): 715-717.
- 3 Xu Huafeng, Cui Zhifeng, Qu Jun. Propagation of elegant Laguerre-Gaussian beam in non-Kolmogorov turbulence[J]. Opt Express, 2011, 19(22): 21163-21173.
- 4 He Xuemei, Lv Baida. Propagation properties of partially coherent Hermite-Gaussian beams through non-Kolmogorov turbulence[J]. Chin Phys B, 2011, 20(9): 094210.
- 5 Peng Yanyan, Li Jinhong, Wei Jilin, *et al.*. Influence of Non-Kolmogorov atmospheric turbulence on the spectral changes of Gaussian-Schell model beams[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 51(1): 010102.  
彭艳艳, 李晋红, 魏计林, 等. 非 Kolmogorov 大气湍流对高斯谢尔模型光束光谱变化的影响[J]. 激光与光电子学进展, 2014, 51(1): 010102.
- 6 Tang Mingyue, Li Xiaoqing, Chen Xiaowen, *et al.*. Influence of non-Kolmogorov turbulence on the Rayleigh range of partially coherent annular beams[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(2): 020101.

- 汤明玥, 李晓庆, 陈晓文, 等. 非 Kolmogorov 湍流对部分相干环状光束的瑞利区间的影响[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(2): 020101.
- 7 Sun Haiyue, Wu Wuming, Jin Aijun, *et al.*. Propagation performance of supercontinuum source in non-Kolmogorov turbulence[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(4): 0413001.  
孙海跃, 吴武明, 靳爱军, 等. 非科尔莫哥罗夫湍流下超连续谱光源的传输特性[J]. 中国激光, 2014, 41(4): 0413001.
- 8 Tao Rumao, Si Lei, Ma Yanxing, *et al.*. Propagation of truncated partially coherent cosh-Gaussian beam in non-Kolmogorov turbulence[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(5): 0502008.  
陶汝茂, 司磊, 马阎星, 等. 截断部分相干双曲余弦高斯光束在非 Kolmogorov 湍流中的传输[J]. 中国激光, 2013, 40(5): 0502008.
- 9 Gbur G, Wolf E. Spreading of partially coherent beams in random media[J]. J Opt Soc Am A, 2002, 19(8): 1592-1598.
- 10 Chen Xiaowen, Ji Xiaoling. Influence of turbulence on the spreading of annular beams[J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(4): 2435-2443.  
陈晓文, 季小玲. 湍流对环状光束扩展的影响[J]. 物理学报, 2009, 58(4): 2435-2443.
- 11 Ji Xiaoling, Zhang Entao, Lv Baida. Spreading of partially coherent flattened Gaussian beams propagating through turbulent media[J]. J Mod Opt, 2006, 53(12): 1753-1763.
- 12 Li J, Yang A, Lv Baida. Comparative study of the beam-width spreading of partially coherent Hermite-sinh-Gaussian beams atmospheric turbulence[J]. J Opt Soc Am A, 2008, 25(11): 2670-2679.
- 13 Liu Fei, Ji Xiaoling. Turbulence distance of partially coherent cos-Gaussian array beams[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(7): 0713001.  
刘 飞, 季小玲. 部分相干双曲余弦高斯阵列光束的湍流距离[J]. 中国激光, 2011, 38(7): 0713001.
- 14 Wu Wuming, Ni Yu, Ren Yajie, *et al.*. Research progress of scintillations for laser array beams in atmospheric turbulence [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(7): 070008.  
吴武明, 宁 禹, 任亚杰, 等. 阵列光束在湍流大气中传输的光强闪烁研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(7): 070008.
- 15 Han Kai, Zhang Xiaoxin, Fu Fuxing, *et al.*. Effect of turbulence strength on phase characteristics and physical limit of phase correction of laser beams in turbulence[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 50(1): 010101.  
韩 开, 张晓欣, 付福兴, 等. 湍流强度对大气传输光束的相位特性及其相位校正物理极限的影响[J]. 激光与光电子学进展, 2014, 50(1): 010101.
- 16 Lu Lu, Ji XiaoLing, Deng JinPing, *et al.*. Influence of non-Kolmogorov turbulence on the spreading of Gaussian array beams[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(1): 014207.  
陆 璐, 季小玲, 邓金平, 等. 非 Kolmogorov 大气湍流对高斯阵列光束扩展的影响[J]. 物理学报, 2014, 63(1): 014207.
- 17 Tang Mingyue, Li Binzhong, Wang Yufeng, *et al.*. Influence of non-Kolmogorov turbulence on the rayleigh range and turbulence distance of Gaussian-Shell model beams[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(10): 1013002.  
汤明玥, 李宾中, 王宇峰, 等. 非 Kolmogorov 湍流对高斯谢尔光束的瑞利区间和湍流距离的影响[J]. 中国激光, 2014, 41(10): 1013002.
- 18 Chu Xiuxiang, Ni Yongzhou, Zhou Guoquan. Propagation analysis of flattened circular Gaussian beams with a circular aperture in turbulent atmosphere[J]. Opt Commun, 2007, 274(1): 274-280.
- 19 Huang Yongping, Duan Zhichun, He Yehuan, *et al.*. Change of turbulence distance for partially coherent flat-topped beams propagating through non-Kolmogorov turbulence[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(9): 0913002.  
黄永平, 段志春, 贺也洹, 等. 部分相干平顶光束在非 Kolmogorov 大气湍流中湍流距离的变化[J]. 中国激光, 2014, 41(9): 0913002.
- 20 Ji Xiaoling, Pu Zhengcai. Effects of atmospheric turbulence on the polarization of apertured electromagnetic Gaussian Schell-model beams[J]. J Opt A: Pure and App Opt, 2009, 11(4): 045701.
- 21 Chen Xiaowen, Li Binzhong, Tang Mingyue. Directionality of apertured partially coherent beams propagating through atmospheric turbulence[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(9): 0913002.  
陈晓文, 李宾中, 汤明玥. 受光阑限制的部分相干光通过湍流大气传输的方向性[J]. 中国激光, 2012, 39(9): 0913002.

栏目编辑: 史 敏