# 二维正方晶格光子晶体的模场分析

张晓娟 赵旭东 张修兴 王菊霞

渭南师范学院物理与电气工程学院,陕西 渭南 714099

**摘要** 运用平面波法研究了光波入射二维光子晶体时的模场分布,包括周期性结构、中心引入点缺陷和线缺陷三种 情况。结果表明:对于完全周期性光子晶体,其模场是波矢量 k 的周期性函数;不同的 k 即使对同一个能带也存在不 同的模场分布;模场主要分布在高介电常数的区域,且呈现高度对称性;除了简并模,相邻模场正交;模场分布形状与 晶格结构有关,正方晶格模场呈现正方形分布;而对于不同的点缺陷,点缺陷半径不同,模场分布不同;当二维光子晶 体中存在线缺陷时,其模场分布在缺陷及其周围的区域,呈现明显的周期对称性。 关键词 材料;光子晶体;平面波法;模场分布

中图分类号 TN253; TN929.11 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP52.101601

## Modal Analysis of Photonic Crystal of Two-Dimensional Square Lattice

Zhang Xiaojuan Zhao Xudong Zhang Xiuxing Wang Juxia

School of Physics and Electrical Engineering, Weinan Normal University, Weinan, Shaanxi 714099, China

**Abstract** The mode field distributions are studied by using plane wave method. The influence of periodic structure, point defect and line defect on mode field distribution are discussed in detail. The results reveal that the mode field is a plane wave along k-direction modulated by a periodic function, just as indicated by Bloch theorem; the mode field is changed with k even with one band; mode field mainly locates in the areas of high dielectric constant, and shows a high degree of symmetry; mode fields in neighboring bands are orthogonal except those degenerate bands; the mode field shapes are relation with the lattice structure, the square lattice show square shape; the mode field distributions are different for different defect radius. Mode field distribute in the defect and its surrounding area and shows significant period symmetry.

**Key words** materials; photonic crystal; plane wave method; modal field distribution **OCIS codes** 160.4760; 160.5293; 160.5298

1 引 言

自 1987年 Yablonovitch<sup>[1]</sup>和 John<sup>[2]</sup>各自独立地提出光子晶体以来,有关光子晶体的理论和应用研究迅速 成为国内外的热点<sup>[8-7]</sup>。光子晶体是折射率在光波长量级周期性变化的新型光学结构材料,其特征参数为波长 量级,可以形成光子带隙,处于光子带隙区域的光波不能在光子晶体中传播,其他波长的光波可以自由传播。 光子晶体的应用有很多,如可以利用二维、三维光子晶体的带隙特性制作高性能反射镜;利用二维光子晶体制 作现已商用的光子晶体光纤;基于光子晶体的全光开关、滤波器等。同时,可以通过在周期性光子晶体中引入 不同类型的缺陷,使在原有缺陷能级中产生一个或几个通带,实现特有波长的传输。

数值计算方法在光子晶体的传输、设计和应用方面发挥着重要的作用。从最初的标量法到现在的矢量法, 目前国内外已经建立了多种分析光子晶体特性的理论方法,如平面波法(PWM)<sup>[8]</sup>、有限差分法<sup>[9-10]</sup>、光束传播 法<sup>[11]</sup>、有限元法<sup>[12-13]</sup>及传输矩阵法<sup>[14]</sup>等,这些方法各有其特点。平面波展开法是第一个精确的光子晶体理论分 析方法。它将模场分解为平面波分量的形式,将介电常数展开为傅里叶级数,并将以上分解代入麦克斯韦方 程组中,得到一组本征值方程,通过求解本征值问题得到相应光子晶体结构的光子带隙和模场分布。

收稿日期: 2015-04-28; 收到修改稿日期: 2015-05-06; 网络出版日期: 2015-09-15

基金项目: 渭南师范学院科研计划重点项目(14YKF004,15ZRRC09,15YKP011)、特色学科建设项目(14TSXK06)

作者简介:张晓娟(1980—),女,博士,副教授,主要从事光信息处理和微结构光纤传输特性等方面的研究。

E-mail: zzxxdj\_0913@mail.nwpu.edu.cn

文献[15]已对周期性结构光子晶体的模场分布进行了研究,而对具有不同缺陷结构的光子晶体的模场 分布的研究鲜有报道。在之前的工作中已分析了不同结构、引入不同缺陷光子晶体的光子带隙的变化规 律<sup>[16]</sup>,本文主要采用平面波法<sup>[8]</sup>讨论光波射入二维正方晶格光子晶体时,引入不同缺陷情况下的模场分布。 结构参数定义如下:原子介电常数 ε<sub>a</sub>,背景材料介电常数 ε<sub>b</sub>,晶格常数 α,原子半径 R。

### 2 周期性正方晶格的模场分布

选择  $\varepsilon_a$  =11.56,  $\varepsilon_b$  =1.0, R=0.2a, 得到周期性正方晶格的能带分布(PBG)如图1所示;前4个能带分别对应 TM 及 TE 模的模场分布, 如图2和图3所示, 其中(a)、(b)、(c)分别对应  $\Gamma X Q M$ 点的模场分布。模拟结果与文献[8,17]吻合得很好。



图2 二维正方晶格前4个能带TM模的D场分布。(a)  $\Gamma$ 点;(b) X点;(c) M点

Fig.2 Field distributions *D* of first 4 bands for TM mode in 2D square lattice. (a)  $\Gamma$  point; (b) *X* point; (c) *M* point

可以看出,在 Γ 和 M 点, TM 和 TE 模的场分布规律基本相同;在 G 点的第2个能带模式为单极, 第3、4个 能带模式为双极;在 M 点的第1个能带模式为单极, 第2、3个能带模式为双极, 第4个能带模式为四极; 对于 TM 模, 在 X 点的第1个能带模式为单极, 第2、3及4能带模式为双极; 对于 TE 模, 在 X 点的第1个能带模式 为双极, 在第2、3个能带模式为单极, 模场简并, 第4个能带模式为双极。其模场分布规律如下:

1) 模场是波矢量 k 的周期性函数, 与 Bloch 定理的预测一致;

2) 对同一个能带,如图2和图3中第一列所示,模场分布并不相同,与k有关,也就是说,不同的k即使对同一个能带,也可能存在不同的模场分布;

3) 模场主要分布在高介电常数(或者折射率)的区域;

4) 模场分布呈现高度的对称性;

5) 相邻的模场正交,简并模除外;





图 3 二维正方晶格前 4 个能带 TE 模的 D 场分布。(a)  $\Gamma$  点; (b) X 点; (c) M 点 Fig.3 Field distributions D of first 4 bands for TE mode in 2D square lattice. (a)  $\Gamma$  point; (b) X point; (c) M point

## 3 存在点缺陷的正方晶格模场分布

由文献[16]可知,不同点缺陷将会导致在周期性结构 PBG 中间形成一个或几个通带,且每个通带对应的频率(称为缺陷频率)范围很窄,可认为是单频。改变中心填充原子的半径,可以实现缺陷频率的改变,取 *ε<sub>a</sub>*=11.56, *ε<sub>b</sub>*=1.0,*R*=0.2*a*,中心填充原子的半径为*R*<sub>1</sub>,则正方晶格 TM 模的缺陷频率随中心点缺陷大小的变化曲线如图 4 所示。图中,横轴为中心点缺陷半径与晶格常数的比值 *R<sub>i</sub>/a*,纵轴为归一化频率;实线(曲线 1、3、4、5、8 及 9)连接的缺陷带为非简并带,虚线(曲线 2、6 及 7)为简并带,即不同的模式对应相同的缺陷频率。曲线 1、3、4、5、8 及 9分别对应非简并带 81、84、85、86、91 和 92;曲线 2、6 及 7分别对应双简并带 82/83、87/88 和 89/90。计算过程中采用 9×9 超原胞,441 支平面波。由图 4 可以看出,当 *R<sub>i</sub>*<0.2*a* 时,仅有一个非简并带,且 *R<sub>i</sub>*越小,缺陷频率越大;当 *R<sub>i</sub>*>0.2*a* 时,随着 *R<sub>i</sub>*的增加,有多个能带进入 PBG 范围内形成通带,当然也就对应相应的缺陷模。



图 4 二维正方晶格 TM 模的缺陷频率随中心点缺陷半径大小的变化

Fig.4 Defect frequency for TM mode versus radius  $R_1$  of point defect in 2D square lattice

不同的 R<sub>1</sub>可以激发不同的缺陷模。当 R<sub>1</sub><0.2 *a* 时,仅能激发一个单极缺陷模,以 R<sub>1</sub>=0.1 *a* 为例,如图 5 (a)所示;当 0.2 *a*<R<sub>1</sub><0.45 *a* 时,可以激发两个双极的简并模,以 R<sub>1</sub>=0.35 *a* 为例,如图 5(b)和(c)所示;当 0.5 *a*< R<sub>1</sub><0.6 *a* 时,可以激发 3 个非简并模,以 R<sub>1</sub>=0.55 *a* 为例,如图 5(f)、(g)及(h)所示;当 0.6 *a*<R<sub>1</sub>时,可以激发更多 的简并模和非简并模,以 R<sub>1</sub>=0.8 *a* 为例,如图 6所示。图 5(d)和(e)是对应第 82 和 83 两个能带的线性叠加,根 据本征模理论,本征模的线性叠加也是实际存在的本征模,可以看出,叠加之后的模场分别平行于*x* 轴或者 *y* 轴,具有完全对称性。当 R<sub>1</sub>=0.55 *a* 时,激发的第 84 及 85 能带对应的缺陷模为四极非简并模,对应的第 86 能带缺陷模为二阶单极非简并模。当 R<sub>1</sub>=0.8 *a* 时,第 85 及 86 能带对应的缺陷模如图 6(a)和(b)所示,可以看 出,和 R<sub>1</sub>=0.55 *a* 时激发的对应缺陷模分布基本相同,图 6(c)~(f)为能带 87~90 对应的六极双简并缺陷模,图

6(g)和(h)为第91及92个能带对应的8极非简并缺陷模。能带87和88对应的缺陷模相互叠加的结果,如图6中(i)和(j)所示,第90和91个能带缺陷模相互叠加的结果如图6(k)和(l)所示,可以看出,叠加之后的模场呈现很好的对称性,且平行于*x*轴或*y*轴。总体看来,模场大多数分布在点缺陷和线缺陷周围,能量呈指数下降。如果组成光子晶体的介质为非吸收介质,那么缺陷模在缺陷周围的能量衰减不是因为材料吸收引起的,而是由量子领域中的隧穿效应引起的。同样,缺陷模也要通过谐振隧穿效应激发,激励源必须包含缺陷模的一些分量,否则无法激发出缺陷模(比如激励源与缺陷模正交)。



图5 二维正方晶格 TM 模的模场随中心点缺陷半径大小 *R*<sub>1</sub>的变化 Fig.5 Field distributions for TM mode versus radius *R*<sub>1</sub> of point defect in 2D square lattice



图 6 *R*<sub>1</sub>=0.8 *a* 时的 TM 模的缺陷模 Fig.6 Defect modes for TM mode with *R*<sub>1</sub>=0.8 *a* 

## 4 存在线缺陷正方晶格的模场分布

由文献[16]可知,在正方晶格中心位置引入线缺陷,将导致禁带中间形成3个简并导带,由下往上依次 对应能带74/75、76/77及78/79, Γ点对应的模场分布分别如图7(a)、(b)及(c)所示。计算中采用9×9超原胞, 441支平面波。

可以看出,能量主要分布在线缺陷和其周围的区域,模场分布呈现明显的周期性。模拟了 $k_xa/2\pi = 0.3$ 时的模场分布,如图7(d)、(e)及(f)所示。分布形式和 $\Gamma$ 点虽有所不同,但规律相同。

5 结 论

运用PWM分析了光波入射二维光子晶体时的模场分布。结果表明:不同的缺陷结构会在禁带中形成



图7 二维正方晶格存在线缺陷时TM模的模场分布

Fig.7 Field distributions for TM mode with line defect in 2D square lattice

不同的通带,其相对应的模场分布具有明显的规律性;不同的缺陷,可以激发不同的缺陷模;模场分布形状与晶格结构有关,正方晶格模场呈现正方形分布。

#### 参考文献

- 1 Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronic[J]. Phys Rev Lett, 1987, 58(20): 2059–2062.
- 2 John S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices[J]. Phys Rev Lett, 1987, 58(23): 2486-2489.
- 3 Wang Yun, Liu Dan, Liu Yong, *et al.*. Light transmission properties of one-dimensional sinc function photonic crystal containing a dispersive defect layer with negative refractive index[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(4): 0406001.
  王 筠,刘 丹,刘 勇,等. 含色散负折射率缺陷一维 sinc 函数型光子晶体的光学传输特性[J]. 中国激光, 2014, 41(4): 0406001.
- 4 He Jie, Song Litao, Guo Tao, *et al.*. Optical characteristics of one-dimensional photonic crystals with two element compound defect layers[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52: 031602.

何 杰, 宋立涛, 郭 涛, 等. 二元复合缺陷对一维光子晶体光学特性的影响[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52: 031602.

5 Ba Nuo, Wang Lei, Wu Xiangyao, *et al.*. Photonic bandgap based on spontaneously generated coherence in atomic lattices[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(11): 1127001.

巴 诺, 王 磊, 吴向尧, 等. 原子晶格中基于自发辐射相干效应的光子带隙[J]. 光学学报, 2014, 34(11): 1127001.

6 Su An, Meng Chengju, Gao Yingjun. Filter with one-dimensional phtonic crystal quantum well possessing high-quality filtering functions[J]. Chinses J Lasers, 2013, 40(10): 1006001.

苏 安,蒙成举,高英俊.实现高品质滤波功能的一维光子晶体量子阱滤波器[J].中国激光,2013,40(10):1006001.

7 Zhang Hao, Zhao Jianlin, Zhang Xiaojuan, *et al.*. Two-dimensional magnetophotonic crystals and analysis of the mode field[J]. Acta Physica Sinica, 2007, 56(6): 3546-3552.

张 浩,赵建林,张晓娟,等.二维磁性光子晶体及其模场分析[J].物理学报,2007,56(6):3546-3552.

- 8 S Guo. Photonic Crystal: Modeling and Simulation[D]. American: Old Dominion University, 2003.
- 9 Zhu Z, T Brown. Full-vectorial finite-difference analysis of microstructured optical fibers[J]. Opt Express, 2002, 10 (17): 853-864.
- 10 Guo S P, Wu F, S Albin, et al.. Photonic band gap analysis using finite-difference frequency-domain method[J]. Opt Express, 2004, 12(8): 1741-1746.
- 11 M D Feit, J A Fleck. Computation of mode eigenfunctions in graded-index optical fibers by the propagating beam method[J]. Appl Opt, 1980, 19(13): 2240-2246.
- 12 A Cucinotta, S Selleri, L Vincetti, *et al.*. Holey fiber analysis through the finite-element method[J]. IEEE Photon Technol Lett, 2002, 14(11): 1530-1532.
- 13 S S A Obayya, B M A Rahman, H A El-Mikati. New full-vectorial numerically efficient propagation algorithm based on the finite element method[J]. J Lightwave Technol, 2000, 18(3): 409–415.

- 14 Li Zhiyuan, Lin Lanlan. Photonic band structures solved by a plane-wave-based transfer-matrix method[J]. Phys Rev E, 2003, 67(4): 046607.
- 15 S Guo, S Albin. Simple plane wave implementation for photonic crystal calculations[J]. Opt Express, 2003, 11(2): 167–175.
- 16 Zhang Xiaojuan. Analysis of the photonic bandgap of two-dimensional square lattice[J]. Journal of Weinan Normal University, 2012, 27(12): 37-40.

张晓娟. 二维正方晶格光子晶体的光子带隙分析[J]. 渭南师范学院学报, 2012, 27(12): 37-40.

17 Zhang Wenfu. Theory Study of Photonic Crystal[D]. Shaanxi: Xi'an University of Posts & Telecommunications, 2007: 70-90.

张文富. 光子晶体理论研究[D]. 陕西: 西安邮电学院, 2007: 70-90.

栏目编辑: 韩 峰