

单幅弱相干光数字全息图的压缩感知重建

翁嘉文¹ 秦怡² 杨初平¹ 李海^{1*}

¹华南农业大学应用物理系, 广东 广州 510642

²南阳师范学院物理与电子工程学院, 河南 南阳 473061

摘要 基于弱相干光源的数字全息, 由于参考光和物光夹角在非常小的范围内才能观察到干涉条纹, 因此该技术一般限制在同轴全息的范围之内, 即采用相移法对多幅同轴全息图采集, 不利于动态物体的观测与记录。引入压缩感知理论, 结合数字全息重构算法, 实现对单幅弱相干光数字全息图的数值重建, 能有效抑制孪生像及相干噪声的干扰。给出详细的基于压缩感知的数值重建算法框架, 并以发光二极管作为弱相干光源, 基于数字全息实验光路, 以分辨率测试标板为样品展开实验研究, 说明该方法的有效性和可行性。

关键词 全息; 离散光学信号处理; 逆反问题; 数字图像处理

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP52.100901

Reconstruction of Single Low-Coherence Digital Hologram by Compressive Sensing

Weng Jiawen¹ Qin Yi² Yang Chuping¹ Li Hai¹

¹Department of Applied Physics, South China Agricultural University, Guangzhou, Guangdong 510642, China

²College of Physical and Electronic Engineering, Nanyang Normal University, Nanyang, Henan 473061, China

Abstract Low-coherence digital holography is confined to in-line holography because the interference fringes could be observed only when the angle between the object and reference light is small enough. Therefore, phase-shifting technique is usually employed. But it is not fit for dynamic analysis for demanding more than one hologram. However, the reconstructed image according to different sections of the object will be disturbed by the twin image and the out-of-focus section image by employing the traditional numerical reconstruction method for the analysis of one single in-line digital hologram. A numerical reconstruction method according to compressive sensing theory for the analysis of single low-coherence in-line digital hologram is proposed. By this method, the twin image and the coherent noise can be inhibited. The theory is presented in detail. Experimental research on light emitting diode-based digital holography is performed to demonstrate the feasibility and validity of the method.

Key words holography; discrete optical signal processing; inverse problems; digital image processing

OCIS codes 090.1995; 070.2025; 100.3190; 100.2000

1 引言

数字全息^[1-3]是基于光学全息的成像原理, 通过数值再现算法对数字全息图进行重构再现。目前数字全息主要采用具有良好相干性的激光作为光源进行记录, 然而, 这种高相干性导致的噪声, 如散斑噪声以及由光路中光学元件的反射所产生的寄生干涉, 却会影响全息图的质量。为了减弱和消除这些噪声, 弱相干光全息技术^[4-5]引起了人们的关注。但是, 基于发光二极管(LED)光的弱相干数字全息^[6-7]对参考光和物光夹角的限制较大, 只有在非常小的范围内才能观察到干涉条纹, 因此该技术一般限制在同轴全息的范围之内, 即

收稿日期: 2015-03-23; 收到修改稿日期: 2015-05-12; 网络出版日期: 2015-09-10

基金项目: 国家自然科学基金(61307011)

作者简介: 翁嘉文(1979—), 女, 博士, 副教授, 主要从事光信息处理方面的研究。E-mail: weng-jw@163.com

*通信联系人。E-mail: lee.361@163.com

采用相移法对多幅同轴全息图采集,不利于动态物体的观测与记录。

近年,一种新的信号描述与处理的理论框架——压缩感知理论^[8-9],被成功地应用于数字全息重建当中。Brady等^[10]结合压缩感知理论实现三维物体同轴全息的稀疏重构。Denis等^[11-12]通过采用稀疏约束对同轴全息进行重建,实现对共轭像、边界伪影的抑制。Marim等^[13-14]把压缩感知理论应用到多幅相移离轴全息图中,用少量的观测量重建二维图像。Rivenson等^[15]将压缩感知理论应用于多角度投影的非相干全息图的重构。Clemente等^[16-19]提出了应用压缩感知理论于单像素全息成像。另外,压缩感知理论也应用于多幅相移全息图的数值模拟压缩重建^[20-21]以及相干光记录的同轴全息图重建^[22]。

本文将压缩感知理论与数字全息数值重构算法结合,实现基于LED的单幅弱相干光数字全息图的数值重建。该技术采用LED弱相干光作为光源,并基于压缩感知理论,对单幅同轴全息图进行数值再现,同时抑制孪生像以及相干噪声的干扰,可用于动态物体的观测与记录。给出详细的数值重建算法框架,以LED作为弱相干光源,基于数字全息实验光路,以分辨率测试标板为样品展开实验研究,说明该方法的有效性和可行性。

2 弱相干数字全息

弱相干数字全息光学记录如图1所示。实验中采用典型的弱相干光源LED进行记录,其相干长度为几十微米,能对寄生干涉噪声产生极大的抑制。LED光源放置在透镜L1前,针孔(PH)放置在透镜L1后。由LED发出的光束经透镜L1会聚后,入射至PH前表面上形成的次级光源可视为空间非相干光源。从针孔PH出射的光场互强度受到了PH的调制后,经透镜L2准直后进入至改造后的Michelson干涉仪。光束由分束镜(BS)分成两束,一束照射在物体上,形成物光;另一束则经平面反射镜M反射后,作为平面参考光。物光波和参考光波经BS再次会合后在CCD面上产生干涉条纹。

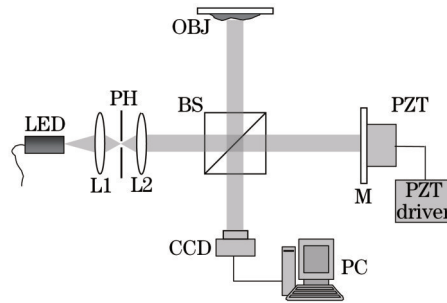


图1 数字全息实验光路系统

Fig.1 Apparatus for digital holography experiment

据研究表明^[4,7],使用LED作为光源,分别在全息面记录的衍射光场 $E'(x,y)$ 和数值重构的原物光场 $O'(x_0,y_0)$,与使用相干光源记录的衍射光场 $E(x,y)$ 和数值重构的原物光场 $O(x_0,y_0)$ 的关系分别为

$$\mathfrak{S}_{2D}[E'(x,y)] = \mathfrak{S}_{2D}[p(x,y)] \left(\frac{-\xi z}{f_0}, \frac{-\eta z}{f_0} \right) \cdot \mathfrak{S}_{2D}[E(x,y)], \quad (1)$$

$$\mathfrak{S}_{2D}[O'(x_0,y_0)] = \mathfrak{S}_{2D}[p(x,y)] \left(\frac{-\xi z}{f_0}, \frac{-\eta z}{f_0} \right) \cdot \mathfrak{S}_{2D}[O(x_0,y_0)], \quad (2)$$

式中 $p(x,y)$ 为PH的孔径函数, $\mathfrak{S}_{2D}(\cdot)$ 表示二维傅里叶变换, z 为衍射距离, f_0 透镜L2的焦距, (ξ,η) 为频域坐标。(1)~(2)式表明,使用LED作为光源数值重构的物光波相当于使用相干光源并经低通滤波所得到的物光波。

为了保证一定的光强,实验中不能使用过小的针孔,因而经针孔滤波的光源并不能获得特别高的相干性,导致参考光和物光夹角在非常小的范围内才能观察到干涉条纹,因此采用四步相移法对同轴全息图进行采集与重构。图1所示的实验光路系统中,反射镜M是粘贴到压电陶瓷(PZT)微位移器上,用于实现参考光的相移。四幅相移全息图由CCD记录并送到计算机中进行处理。考虑使用相干光源照明的情况,全息图强度分布为

$$I_i(x,y) = [R^2 + |E'(x,y)|^2] + R^* \exp(-j\varphi_i) E'(x,y) + R \exp(j\varphi_i) E'^*(x,y), \quad (3)$$

式中 $|R|$ 和 $|E(x,y)|$ 分别是参考光波和物光波在 CCD 面上的强度分布, $|\phi(x,y)|$ 是物光波和参考光波在 CCD 面上的相对位相分布, $\varphi_i = (i-1)\pi/2, (i=1,2,3,4)$ 是由压电陶瓷器驱动平面镜产生的相移。根据四步相移法可得物光波在 CCD 面上的光场分布为

$$E(x,y) = \frac{1}{4\sqrt{|R|}} \left\{ [I_1(x,y) - I_3(x,y)] + j[I_4(x,y) - I_2(x,y)] \right\}, \quad (4)$$

式中 j 为虚部单位。结合角谱衍射法(ASM)^[23], CCD 所记录的衍射光场 $E(x,y)$ 与原物光场 $O(x_0,y_0)$ 的关系可表示为

$$E(x,y) = \mathfrak{S}_{2D}^{-1} \left\{ \exp \left[jkz \sqrt{1 - (\lambda\xi)^2 - (\lambda\eta)^2} \right] \cdot \mathfrak{S}_{2D} [O(x_0,y_0)] \right\}, \quad (5)$$

式中 $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, λ 为光波波长。当考虑采用 LED 作为光源, 将(1)~(2)式代入(5)式则有

$$E'(x,y) = \mathfrak{S}_{2D}^{-1} \left\{ \exp \left[jkz \sqrt{1 - (\lambda\xi)^2 - (\lambda\eta)^2} \right] \cdot \mathfrak{S}_{2D} [O'(x_0,y_0)] \right\}. \quad (6)$$

3 压缩感知重建

3.1 压缩感知理论

压缩感知理论是基于信号的稀疏表示, 通过非相关观测来实现信号的感知。对于一个长度为 N 的离散信号 f , 记为空间 \mathbf{R}^N 的 $N \times 1$ 列向量, 用一组基 $\Psi = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N]$ 的线性组合来表示为

$$f = \Psi\alpha, \quad (7)$$

式中 Ψ 是 $N \times N$ 的变换矩阵。 α 为 $N \times 1$ 列, 是 f 的加权系数序列。当 α 具有 $K (K < N)$ 个非零系数, 那么称 α 为信号 f 的 K 稀疏表示。用一个与变换矩阵不相关的测量矩阵 $\Phi (M \times N)$ 对信号进行线性观测, 得到一个 $(M \times 1)$ 列向量的线性测量值为

$$g = \Phi f = \Phi \Psi \alpha = \Theta \alpha, \quad (8)$$

式中 Θ 为 $(M \times N)$ 传感矩阵。由于 $K < M \ll N$, 通过 g 求解稀疏矩阵 α 时, 方程的个数远小于未知数的个数, 因此求解是一个病态问题。但由于信号 f 是稀疏的, 因此当 Θ 满足约束等矩特性(RIP)^[24-26] 就可以从线性观测量中准确重构出原始信号。信号的稀疏重构问题可以转化为求解 l_1 范数最小化问题为

$$\hat{\alpha} = \arg \min_{\alpha} \|\alpha\|_1 \text{ subject to } g = \Theta \alpha. \quad (9)$$

特别对于二维图像信号的重构, 可采用整体变分(TV)算法^[26]求解整个空间内梯度的 l_1 范数

$$\hat{f} = \arg \min_f \|f\|_{TV} \text{ subject to } g = \Phi f, \quad (10)$$

通过最优化重建二维图像信号。

3.2 弱相干全息的压缩感知重建

取相移法中所记录的其中一幅全息图, 其光强分布可表示为

$$I(x,y) = |R|^2 + |E'(x,y)|^2 + R^* E'(x,y) + R E'^*(x,y), \quad (11)$$

式中平面参考光强度 $|R|^2 = C$ 为直流分量常数, 并假设 $R = 1$ ^[10], (11)式表示为

$$I(x,y) = 2 \operatorname{Re}[E'(x,y)] + e(x,y), \quad (12)$$

式中 $e(x,y) = |R|^2 + |E'(x,y)|^2$ 视为全息图的噪声信息。因此(12)式的全息记录可视为原物光场衍射强度的一个线性观测过程。对全息图以及光场进行离散化处理, 假设 CCD 的像素为 $N_x \times N_y$, 像素大小为 $\Delta_x \times \Delta_y$ 。待测光场被划分为间隔为 $\Delta_x \times \Delta_y \times \Delta_z$ 的 $N_x \times N_y \times N_z$ 个三维采样区间。结合角谱衍射法 ASM 可得

$$E'(p\Delta_x, q\Delta_y) = F_{2D}^{-1} \left\{ \sum_{l=1}^{N_z} \left\{ \exp(jkl\Delta_z) \cdot \exp \left(jk l \Delta_z \sqrt{1 - m^2 \Delta\xi^2 - n^2 \Delta\eta^2} \right) \cdot F_{2D} [O'(m\Delta_x, n\Delta_y, l\Delta_z)] \right\} \right\}, \quad (13)$$

式中 $F_{2D}(\cdot)$ 和 $F_{2D}^{-1}(\cdot)$ 分别表示二维离散傅里叶变换和逆变换, $\Delta\xi = 1/(N_x \Delta_x)$, $\Delta\eta = 1/(N_y \Delta_y)$ 。

基于压缩感知理论重构原物光场, 需要构造适应全息记录过程的传感矩阵, 然后基于压缩感知重构算法进行重构再现。因此, 为适应压缩感知理论中的线性观测过程, 需将(13)式所表示的衍射光场与物光场的

关系转化为与(8)式相适应的矩阵表示,即确定传感矩阵。首先,将二维全息图以及物光场转化为一维向量表示,定义 $g_{(q-1)N_x+p} = E'(p\Delta_x, q\Delta_y)$ 为全息图中第 p 行第 q 列的值, $f_{(l-1)(N_x+N_y)+(n-1)N_x+m} = O'(m\Delta_x, n\Delta_y, l\Delta_z)$ 为原物光场 $z=l\Delta_z$ 处物面第 m 行第 n 列的值,其中 $z=l\Delta_z$ 为对应物面的衍射距离。然后定义角谱衍射计算核 $Q=[P_1, P_2, \dots, P_{N_z}]$, 其中 $[P_l]_{mn} = \exp(jkl\Delta_z) \cdot \exp(jkl\Delta_z \sqrt{1-m^2\Delta\xi^2-n^2\Delta\eta^2})$ 。并引入大小为 $(N_x \times N_y) \times (N_x \times N_y)$ 的 $B = \text{bl diag}(F_{2D}, F_{2D}, \dots, F_{2D})$ 矩阵展开对原物光场的离散傅里叶变换计算,其中“bl diag”表示分块对角矩阵。则(13)式可表示为

$$g = F_{2D}^{-1}QBf = Hf, \quad (14)$$

式中 $H = F_{2D}^{-1}QB$ 为全息记录过程的传感矩阵。最后,采用两步迭代收缩阈值算法(TwIST)^[27]对于(14)式所表示的线性观测模型进行求解,重建原物光场。

4 数值模拟及实验分析

4.1 单幅相移数字全息图数值模拟分析

首先基于 Matlab 进行计算机模拟,比较传统角谱衍射法与压缩感知法对单幅同轴全息图的再现结果。图 2 为原物三维光场的强度分布,大小为 128 pixel×128 pixel,两层物面所处位置的衍射传播距离分别为 90 mm(横线)和 120 mm(竖线),采样间隔为 30 μm。考虑相干光照明情况,物体经波长为 632.8 nm 的平面光波照射,与同向传播方的平面光波干涉叠加得到全息图,如图 3 所示。采用传统角谱衍射法与压缩感知法对全息图的再现结果分别如图 4(a)、(b)所示。可见,采用传统角谱衍射法对单幅同轴全息图进行数值重构时,再现物光场强度将受到孪生像的干扰,重建的两层图像与原物光场的相关度分别为 0.6627 和 0.5595。而基于压缩感知理论,对单幅同轴全息图进行数值再现时能有效抑制孪生像以及离焦像的干扰,重建的两层图像与原物光场的相关度分别为 0.9820 和 0.9831。



图2 原物光强强度分布图

Fig.2 Intensity distribution of the object wave

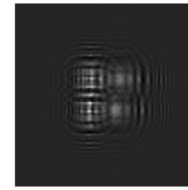


图3 全息图

Fig.3 Digital hologram

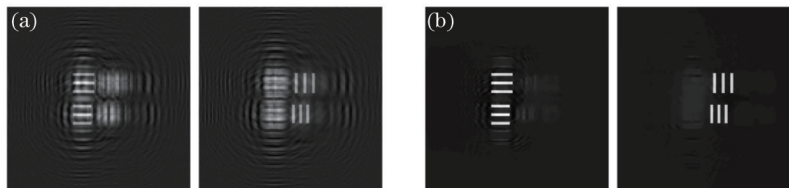


图4 数值模拟再现结果。(a) 基于角谱衍射法的数值再现结果;(b) 基于压缩感知的数值再现结果

Fig.4 Numerical simulation result. (a) Intensity distribution reconstructed by ASM;

(b) intensity distribution reconstructed by CS

4.2 单幅弱相干数字全息图实验分析

基于 LED 的弱相干全息的光学记录过程如图 1 所示。LED 光源波长为 655.0 nm,针孔直径为 100 μm,衍射距离为 150 mm,待测物体为 USAF 1951 标准分辨率板。全息图由 CCD(MINTRON 22K9HC, 795 pixel×596 pixel 8.33 μm/pixel×8.33 μm/pixel)进行记录。图 5 为 CCD 所记录的四幅弱相干相移数字全息图,像素大小为 256 pixel×256 pixel。图 6(a)为基于四步相移算法及传统角谱衍射法重构的原物光场强度分布再现结果。可见,激光的散斑噪声以及寄生噪声由于 LED 的弱相干性得到了抑制。但由于基于 LED 的弱相干数字全息对参考光和物光夹角的限制,使得该技术需采用相移法进行多幅同轴全息图的采集和重构,不利于动态物体的观测和记录。对实验采集的单幅弱相干数字全息图进行数值重构,图 6(b)、(c)分别为采用传统角谱衍射法和基于压缩感知理论进

行数值重建得到的再现物光场强度。实验结果显示,采用传统角谱衍射法得到的再现物光场强度受到了孪生像的干扰,而文中的方法只需对单幅全息图进行处理,可使孪生像及相干寄生噪声的干扰得到一定的抑制,可用于动态物体的观测与记录。但是整体变分函数定义在一个有界的图像域上,当围绕它的均值用整体变分对图像进行规整化时,其最大值和最小值的差值将会缩小,即会产生对比度的损失,不能很好地保持图像的小尺度特征。另外基于两步迭代收缩阈值算法所得到的再现光场边界的清晰度与算法实现过程中的迭代次数有关。进行多次迭代可获得较好的清晰度,可需要的运行时间也随之倍增。要改善这些问题,需要进一步寻找合适的稀疏基对原物光场信号进行更为稀疏的表示,使得物光场的信号在投影域内的大部分系数逼近于零,以获得对信号的更精细表示。

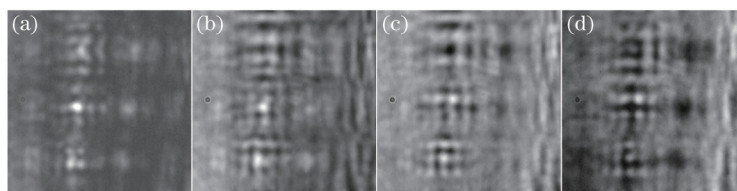


图5 基于LED的弱相干相移数字全息图。(a) $i=1$; (b) $i=2$; (c) $i=3$; (d) $i=4$

Fig.5 LED-based phase-shifting digital holograms. (a) $i=1$; (b) $i=2$; (c) $i=3$; (d) $i=4$

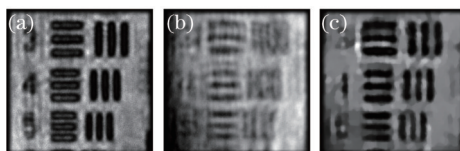


图6 实验分析再现结果。(a) 基于相移法与角谱衍射法的数值再现结果;(b) 基于角谱衍射法的数值再现结果;
(c) 基于压缩感知的数值再现结果

Fig.6 Experimental analysis result. (a) Intensity distribution reconstructed by phase-shifting method and ASM;
(b) intensity distribution reconstructed by ASM; (c) intensity distribution reconstructed by CS

5 结 论

根据弱相干光数字全息光学记录过程,结合压缩感知理论与数字全息数值重构技术,实现对单幅基于LED的弱相干光数字全息图的数值重建。该技术采用LED弱相干光作为光源,并基于压缩感知理论建立与弱相干光数字全息图记录过程相适应的感知矩阵,最后应用TwIST算法实现单幅同轴弱相干全息图的数值再现。数值模拟以及以分辨率测试标板为样品展开的实验研究,结果表明,该方法可使孪生像及相干寄生噪声的干扰得到一定的抑制,可望应用于动态物体的观测与记录。

参 考 文 献

- 1 J W Goodman, R W Lawrence. Digital image formation from electronically detected holograms[J]. Appl Phys Lett, 1967, 11(3): 77-79.
- 2 U Schnars, W P Jueptner. Digital recording and numerical reconstruction of holograms[J]. Meas Sci & Technol, 2002, 13(9): R85-R101.
- 3 T Shimobaba, Y Sato, J Miura, *et al.*. Real-time digital holographic microscopy using the graphic processing unit[J]. Opt Express, 2008, 16(16): 11776-11781.
- 4 T Kozacki, R Józwicki. Near field hologram registration with partially coherent illumination[J]. Opt Commun, 2004, 237(4): 235-242.
- 5 B Kemper, S Sturwald, C Remmersmann, *et al.*. Characterisation of light emitting diodes (LEDs) for application in digital holographic microscopy for inspection of micro and nanostructured surfaces[J]. Opt & Lasers in Eng, 2008, 46(7): 499-507.
- 6 Qin Yin, ZhongJingang. Quality evaluation of phase reconstruction in LED-based digital holography[J]. Chin Opt Lett, 2009, 7(12): 1146-1150.
- 7 Qin Yi, Zhong Jingang. Theoretical and experimental research of digital holography with partially coherent light based on light-emitting diode[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(8): 2236-2241.

- 秦 怡, 钟金钢. 基于发光二极管的弱相干光数字全息理论与实验研究[J]. 光学学报, 2010, 30(8): 2236-2241.
- 8 D Dondoho. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- 9 E Candes, M Wakin. An introduction to compressive sampling[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 21-30.
- 10 D J Brady, K Choi, D L Marks, *et al.*. Compressive holography[J]. Opt Express, 2009, 17(15): 13040-13049.
- 11 L Denis, D Lorenz, E Thieaut, *et al.*. Inline hologram reconstruction with sparsity constraints[J]. Opt Lett, 2009, 34(22): 3475-3477.
- 12 Fournier C, Denis L, Fournel T. On the single point resolution of on-axis digital holography[J]. J Opt Soc Am A, 2010, 27(8): 1856-1862.
- 13 M M Marim, M Atlan, E Angelini, *et al.*. Compressed sensing with off-axis frequency-shifting holography[J]. Opt Lett, 2010, 35(6): 871-873.
- 14 M M Marim, E Angelini, JC Olvo-Marín, *et al.*. Off-axis compressed holographic microscopy in low light conditions[J]. Opt Lett, 2011, 36(1): 79-81.
- 15 Y Rivenson, A Stern, J Rosen. Compressive multiple view projection incoherent holography[J]. Opt Express, 2011, 19(7): 11776-11781.
- 16 P Clemente, V Durán, E Tajahuerce, *et al.*. Compressive holography with a single-pixel detector[J]. Opt Lett, 2013, 38, 2524-2527.
- 17 J Li, Y Wang, L Rong, *et al.*. Single-pixel holographic 3D imaging system based on compressive sensing[C]. Digital Holography and Three-Dimensional Imaging (Optical Society of America), 2013: DW2A. 9.
- 18 J Li, Y Wang, R Li, *et al.*. Coherent single-detector 3D imaging system[C]. SPIE, 2013, 8913: 891303.
- 19 J Li, Y Li, Y Wang, *et al.*. Two-step holographic imaging method based on single-pixel compressive imaging[J]. Journal of the Optical Society of Korea, 2014, 18(2): 146-150.
- 20 Pei Hui, Yang Zhenya, Zheng Chujun. Phase-shifting on-axis Fourier transform digital holography based on compressed sensing[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2013, 50(4): 040901.
- 裴 慧, 杨振亚, 郑楚君. 基于压缩传感的相移同轴傅里叶变换数字全息[J]. 激光与光电子学进展, 2013, 50(4): 040901.
- 21 Ma Jianshe, Xia Feipeng, Su Ping, *et al.*. Study on compressive sensing phase-shifting digital holography[J]. Semiconductor Optoelectronics, 2013, 34(1): 130-133.
- 马建设, 夏飞鹏, 苏 萍, 等. 压缩感知相移数字全息术[J]. 半导体光电, 2013, 34(1): 130-133.
- 22 Wu Yingchun, Wu Xuecheng, Wang Zhihua, *et al.*. Reconstruction of digital inline hologram with compressed sensing [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(11): 1109001.
- 吴迎春, 吴学成, 王智化, 等. 压缩感知重建数字同轴全息[J]. 光学学报, 2011, 31(11): 1109001.
- 23 U Schnars, W Jüptner. Digital Holography: Digital Hologram Recording, Numerical Reconstruction, and Related Techniques[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2004.
- 24 E J Candes, J K Romberg, T Tao. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2006, 59(8): 1207-1223.
- 25 E J Candes, T Tao. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies[C]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(12): 5406-5425.
- 26 Osher S. Nonlinear total variation based noise removal algorithm[J]. Physica D-Nonlinear Phenomena, 1992, 60(1-4): 259-268.
- 27 J M Bioucas-Dia, M A T Figueiredo. A new twist: two step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration[C]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(12): 2992-3004.

栏目编辑: 何卓铭