

基于 Gerchberg-Saxton 相位恢复算法改进的涡旋光束生成

王由平 郑明杰 陈大强

福建师范大学光电与信息工程学院, 福建 福州 350007

摘要 随着液晶空间光调制器的广泛应用,利用液晶空间光调制器生成涡旋光束的方法越来越实用。由于反射式液晶空间光调制器制作工艺的缺陷,使得生成出来的涡旋光束质量并不是十分完美的。就反射式液晶空间光调制器这一缺陷提出了一种基于 Gerchberg-Saxton(GS)相位恢复算法的像差补偿方法,通过像差补偿使得反射式液晶空间光调制器生成出来的涡旋光束质量(对称性)得到提高,进而从理论上说明了反射式液晶空间光调制器生成各种完美环形光的方法。

关键词 傅里叶光学; 螺旋相位; 像差补偿; Gerchberg-Saxton 算法; 反射式液晶空间光调制器

中图分类号 O436 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP52.100701

Improved Vortex Beams Generated Based on Gerchberg-Saxton Phase Retrieval Algorithm

Wang Youping Zheng Mingjie Chen Daqiang

College of Photonic and Electronic Engineering, Fujian Normal University, Fuzhou, Fujian 350007, China

Abstract With the extensive application of liquid crystal spatial light modulator, using liquid crystal spatial light modulator to generate vortex beams become more and more practical. Due to defects in the production process of reflective liquid crystal spatial light modulator, the quality of the vortex beams generated by the reflective liquid crystal spatial light modulator is not perfect. An aberration compensation method based on Gerchberg-Saxton (GS) phase retrieval algorithm is put forward to overcome this shortcoming, after this aberration compensation, the quality (symmetry) of the vortex beams is improved. Furthermore, the method for the reflective liquid crystal spatial light modulator to generate all kinds of perfect vortex beams is explained in theory.

Key words Fourier optics; spiral phase; aberration compensation; Gerchberg-Saxton algorithm; reflective liquid crystal spatial light modulator

OCIS codes 070.6120; 350.5030; 090.1000; 100.5070

1 引言

涡旋光束^[1]是一类具有螺旋型波前和相位奇点的特殊光束,其光场表达式中带有相位因子 $\exp(in\theta)$, θ 是柱坐标系下的方位角, n 称为涡旋光束的拓扑荷,对应光场中每个光子的轨道角动量为 $n\hbar$, \hbar 称为约化普朗克常数。由于光子的轨道角动量能传递给微粒,从而可以实现对微粒的旋转等微操纵^[2-4],这一现象被形象地称为“光学扳手”。由于涡旋光束具有的独特的相位及强度分布使得它被广泛应用于光镊^[5]、生物医学研究^[6]、非线性光学涡旋^[7]、量子信息^[8]、信息传输^[9]等领域。

产生涡旋光束的方法主要有激光器直接输出具有螺旋相位的激光束法^[10]、螺旋相位板法^[11]、计算全息法^[12-13]、液晶空间光调制器法^[14-15]、几何光学模式转换法^[16]等。其中液晶空间光调制器法不仅能产生高质量的涡旋光束,同时具有系统简单,能灵活地控制光束的各类参数如光束的大小、位置、拓扑荷数等优点,因此

收稿日期: 2015-05-11; 收到修改稿日期: 2015-05-20; 网络出版日期: 2015-09-15

作者简介: 王由平(1990—),男,硕士研究生,主要从事位相成像方面的研究。E-mail: zhuyijiaxuan@163.com

导师简介: 郑明杰(1972—),男,博士,副教授,主要从事光学成像方面的研究。

E-mail: mj.zheng@fjnu.edu.cn(通信联系人)

近年来应用广泛。液晶空间光调制器工作方式有反射式和透射式两种,反射式液晶空间光调制器^[17]具有更短的响应时间和更高的填充因子,但由于生产工艺的缺陷,使得反射式液晶空间光调制器的反射表面并不是非常平整,这将使经过反射式液晶空间光调制器的光的相位产生扭曲失真,使得生成的涡旋光束对称性并不是十分完美,影响涡旋光束在光镊^[18]等应用中的性能,因此有必要对这种像差进行补偿来获得高质量的涡旋光束。

本文针对反射式液晶空间光调制器由于表面不平整以及光路所引起的像差会导致生成的涡旋光束对称性不完美这一缺点,提出了一种基于 Gerchberg-Saxton(GS)相位恢复算法^[19-20]的像差补偿方法,来提高涡旋光束的对称性。将像差补偿后得到的涡旋光束分布和理论模拟得到的涡旋光束分布进行数学分析对比,发现实验结果分布和理论结果分布基本一致。

2 实验原理及装置

2.1 基于像差补偿理论的涡旋光束生成原理

基于 GS 算法改进的反射式纯位相型液晶空间光调制器(LCoS-SLM)的涡旋光束生成的原理图^[21]如图 1 所示,实验光源采用的是波长为 632.8 nm 的氦氖(He-Ne)激光器,反射式纯位相型液晶空间光调制器型号为德国 HOLEYE 公司生产的 PLUTO-VIS 系列。He-Ne 激光器产生的激光经准直扩束系统入射到加载有初始螺旋相位图的反射式纯位相型液晶空间光调制器(SLM)面,光波经 SLM 上初始螺旋相位图调制成像于透镜 3 的像方焦面被像方焦面上的 CMOS 相机接收。将 CMOS 相机接收到的光强信息代入 GS 算法可以得到 SLM 面上的恢复螺旋相位图。这个恢复螺旋相位图包含有初始螺旋相位图信息及像差信息,设初始螺旋相位图分布函数为 $I(x,y)$,恢复螺旋相位图分布函数为 $R(x,y)$,若恢复螺旋相位图与初始螺旋相位图旋向相同,则像差的分布函数为

$$A(x,y) = I(x,y) - R(x,y). \quad (1)$$

若恢复螺旋相位图与初始螺旋相位图旋向相反,则像差的分布函数为

$$A(x,y) = I(x,y) - [255 - R(x,y)]. \quad (2)$$

对于其他显示在 SLM 面上的相位图只要再加上(1)式中的像差分布函数 $A(x,y)$ 就能达到对该种像差的补偿。

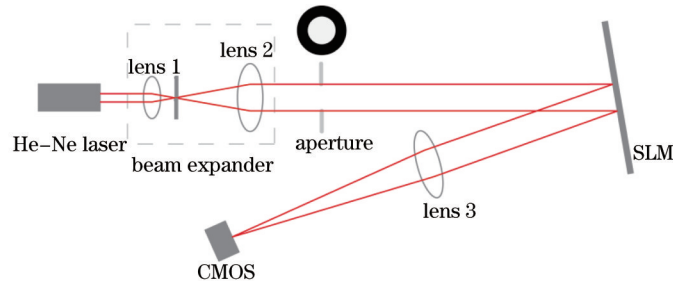


图 1 基于反射式液晶空间光调制器涡旋光束生成实验原理图

Fig.1 Schematic of generating vortex beams based on reflective LCoS-SLM

2.2 GS 算法原理

GS 算法本质上是一种最速下降算法,是基于傅里叶变换原理提出来的。从图 1 中可知,位于 SLM 面上的光波函数和位于 CMOS 相机面上的光波函数满足傅里叶变换对关系,设 SLM 面上的光波波函数为

$$f(x_1, y_1) = A(x_1, y_1) \exp[i\varphi(x_1, y_1)], \quad (3)$$

CMOS 面上的光波波函数为

$$g(x_2, y_2) = B(x_2, y_2) \exp[i\phi(x_2, y_2)], \quad (4)$$

式中 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$ 分别对应傅里叶面上的光波振幅分布, $\varphi(x_1, y_1)$ 和 $\phi(x_2, y_2)$ 则分别对应傅里叶面上的相位分布。 $f(x_1, y_1)$ 与 $g(x_2, y_2)$ 之间满足

$$g(x_2, y_2) = \mathcal{F}\{f(x_1, y_1)\}, \quad f(x_1, y_1) = \mathcal{F}^{-1}\{g(x_2, y_2)\}. \quad (5)$$

GS算法的基本流程如图2所示,图中 p 表示迭代次数, A_{p-1} 和 φ_{p-1} 分别是 SLM 面处的振幅和相位, B_p 和 ϕ_p 分别是 CMOS 相机面处的振幅和相位, $\overline{A_{p-1}}$ 和 $\overline{f_{p-1}}$ 分别是 SLM 面上光波的振幅和波函数, $\overline{B_p}$ 和 $\overline{g_p}$ 分别是 CMOS 面上光波的振幅和波函数。经过若干次迭代运算,算法最后输出的相位分布函数就是 SLM 面处同时含有初始螺旋相位及像差信息的相位分布函数。

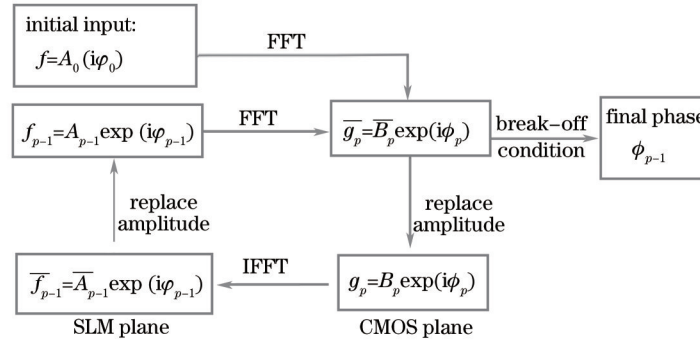


图2 GS算法流程图

Fig.2 Flowchart of GS algorithm

运用GS算法时需要对原图进行适当的补零,以提高快速傅里叶(DFT)变换的速度,使DFT谱线的样本数增多,提高DFT运算中的频率分辨率^[22]。GS算法中快速傅里叶变换的分辨率为

$$\delta = \frac{\lambda \times f}{\chi \times \gamma}, \quad (6)$$

式中 δ 是快速傅里叶变换的分辨率, λ 是激光波长, f 是透镜3的焦距, χ 和 γ 分别是 SLM 和 CMOS 的像素尺寸(大小取决于对 CMOS 采集图样的预处理)。

3 实验及结果

3.1 螺旋相位对高斯光束调制的理论模拟

激光经过准直扩束系统后,光强满足高斯分布,经螺旋相位结构调制后出射光强复振幅分布为

$$E_n(r, \varphi) = \exp\left(\frac{r^2}{\omega^2} + in\varphi\right), \quad (7)$$

式中 r 为螺旋相位平面上的点到该相位平面中心原点的距离, φ 为该螺旋相位结构对入射光束的调制角度, ω 为入射激光光束束腰。图1所示 CMOS 相机处的光束复振幅分布满足夫琅禾费衍射条件,由下式求出:

$$E'_n(\rho, \varphi) = \frac{(-i)^{n+1} k}{f} \exp(in\varphi) \int_0^\infty \exp\left(-\frac{r^2}{\omega^2}\right) \times J_n\left(\frac{kr\rho}{f}\right) r dr, \quad (8)$$

式中 ρ 是 CMOS 面板坐标下的变量, $k = 2\pi/\lambda$ 称为激光的光波数, $J_n(kr\rho/f)$ 为第一类 n 阶贝塞尔函数。求解(8)式积分得到 CMOS 相机处光强复振幅分布为^[23]

$$E'_n(\rho, \varphi) = (-i)^{n+1} \exp(in\varphi) \left(\frac{k\omega^2}{4f}\right) \sqrt{2\pi b} \times \exp(-b) [I_{(n-1)/2}(b) - I_{(n+1)/2}(b)], \quad (9)$$

式中 $b = (k\omega\rho)^2/(8f^2)$, $I_\alpha(b)$ 称为第一类修正贝塞尔函数。图3为模拟出来的 CMOS 相机面所形成的环形光分布图(此时螺旋相位结构拓扑荷为1),图中不同的颜色对应不同的灰度(数字对应灰度值),理论模拟的环形光灰度关于中心暗点具有完美的对称性。

3.2 基于像差补偿的涡旋光束生成

按原理图1搭建光路,激光光束经准直扩束系统后以一定的角度(3°范围内,此范围内 SLM 的衍射效率最高)入射到反射式纯位相型液晶空间光调制器,光波经加载在 SLM 上的螺旋相位结构调制之后成像于透镜3像方焦面的 CMOS 相机上。由于拓扑荷为1的螺旋相位结构对像差敏感,因此选择使用拓扑荷为1的螺旋相位结构来对像差进行补偿。

图4(a)所示的叉形光栅就是 SLM 加载的初始相位图,包含了拓扑荷 $n = 1$ 的初始螺旋相位结构、16阶闪耀光栅以及 $f = 1000$ mm 的透镜相位信息,闪耀光栅的作用是将激光光束集中到衍射第一级次便于实验测

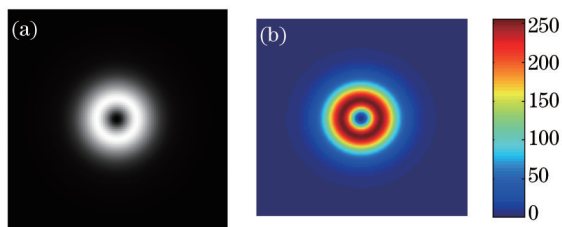


图3 模拟的环形光分布。(a) 平面分布; (b) 彩色深度图

Fig.3 Doughnut of simulation. (a) Plane distribution; (b) color depth

量;图4(b)、(c)就是此刻像方焦面上 CMOS 相机所采集到的环形光分布图,从图4(c)所示的彩色深度图能直观地看出环形光的灰度分布关于中心是不对称的。利用图4(b)所示的环形光作为 GS 算法 CMOS 相机面处的光波波函数分布,高斯光波函数作为 SLM 面处的光波波函数分布,代入 GS 算法中,图5(a)所示是 GS 算法迭代 70 次所得出的恢复螺旋相位图。利用恢复出来的螺旋相位结构、初始的螺旋相位结构结合(1)式或(2)式即可得出像差分布[如图5(b)所示]。

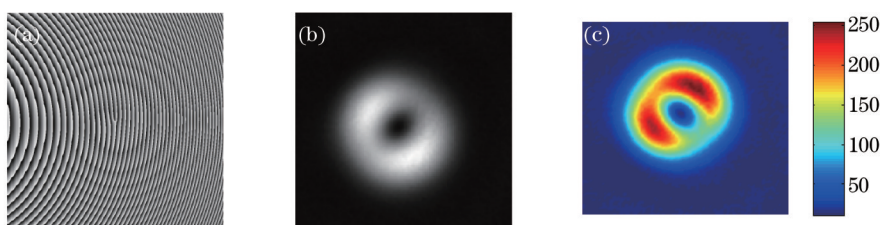


图4 (a)叉形光栅; 像差补偿前环形光的 (b) 平面分布和 (c) 彩色深度

Fig.4 (a) Fork grating; (b) plane distribution and (c) color depth of doughnut before aberration compensation

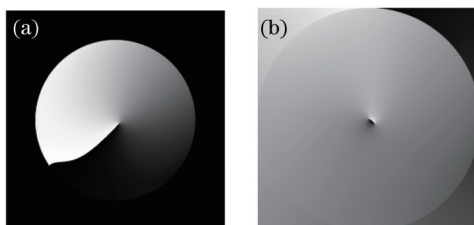


图5 (a) GS 恢复螺旋相位图; (b) 像差

Fig.5 (a) Spiral phase using GS algorithm; (b) aberration

将求出的像差叠加到图4(a)所示的叉形光栅上并重新加载在 SLM 面上,此时 CMOS 相机所采集到的环形光图样就是像差补偿后高斯光束在拓扑荷 $n=1$ 螺旋相位调制下的夫琅禾费衍射图样,如图6所示。

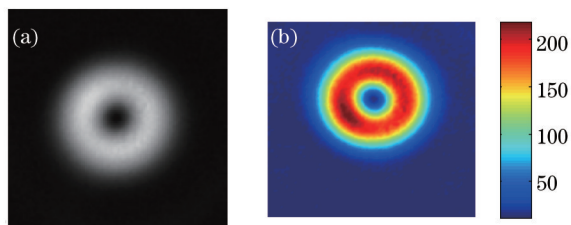


图6 像差补偿后环形光分布($n=1$)。(a) 平面分布; (b) 彩色深度

Fig.6 Doughnut after aberration compensation. (a) Plane distribution; (b) color depth

对比图4(c)和图6(b)可以直观地看出,像差补偿后 CMOS 相机所采集到的环形光光斑灰度值的对称性有了明显的提高。理想情况下的环形光灰度值相对暗中心完美对称分布,到暗中心距离相同的点的灰度值相同,这些点灰度值的标准偏差可以用来评价环形光的对称性,标准偏差随半径变化越大环形光的对称性越差,反之亦然。

图7为3种情况下 CMOS 相机处相同半径上各点灰度的标准偏差随半径变化的多项式拟合关系图。对比图中曲线可以发现:像差补偿前的环形光标准偏差随半径变化(图7红线)起伏较大;理论模拟的环形光标准偏差不随半径变化(图7蓝线)且恒为0;像差补偿后的环形光标准偏差相对于半径变化(图7棕线)较稳定,

且值远比像差补偿前小许多,进一步从数学上分析验证了补偿反射式纯位相型液晶空间光调制器表面不平整及光路所引起的像差对于提高环形光的质量(对称性)是有帮助的。

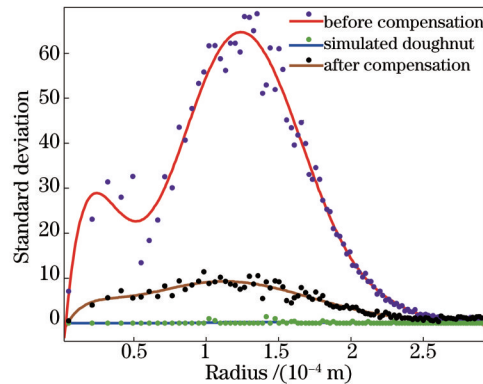


图7 标准偏差和半径的关系

Fig.7 Relationships between standard deviation and radius

3.3 其他涡旋光束的生成

根据前面的实验原理,当求出像差之后,对于其他各种不同的拓扑荷的涡旋光束的生成只要在他们相应的叉形光栅[制作方法同图4(a)]上叠加像差分布函数后重新加载在SLM上,就能在CMOS相机上采集到像差补偿后的相应环形光分布图样。图8就是CMOS采集到的拓扑荷 $n=3$ 的螺旋相位结构像差补偿前后的夫琅禾费衍射图样。对比图8(a)、(b)可以看出,图8(a)中的环形光呈椭圆形状,而图8(b)中的环形光相对于图8(a)中的环形光更趋于圆形分布,进一步说明这种像差补偿的方法能有效地提高反射式纯位相型液晶空间光调制器生成涡旋光束的质量。

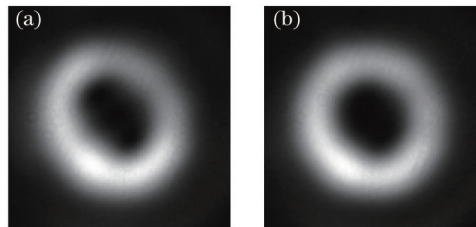


图8 (a) 像差补偿前环形光分布; (b) 像差补偿后环形光分布($n=3$)

Fig.8 (a) Doughnut before aberration compensation; (b) doughnut after aberration compensation ($n=3$)

4 结 论

提出的一种基于GS相位恢复算法的像差补偿方法对于提高反射式纯位相型液晶空间光调制器生成的涡旋光束的质量(对称性)是有效的,理论模拟和实验结果几乎一致。建立了对环形光对称性的评价函数,评价的结果和直观感觉相一致,进一步从数学上说明了像差补偿能有效提高环形光的质量(对称性),并对如何利用这种方法来生成其他拓扑荷的涡旋光束进行了原理上的说明与示范性地演示。

GS算法本质上是一种最速下降算法,误差随着迭代次数的增加而降低,迭代次数越多,算法最终输出的结果越精确,实验中迭代次数的选取,要以最终环形光的对称性作为参考准则。实验获得高质量的环形光需要注意对中心的处理,不仅要保证光束中心和螺旋相位中心重合,还需对GS算法中CMOS相机采集图样的对中心处理来消除闪耀光栅对恢复螺旋相位的影响。

参 考 文 献

- 1 Ding Panfeng, Pu Jixiong. Movement of the core and the centroid of off-center Gaussian vortex beams during propagation[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(6): 0602006.
丁攀峰, 蒲继雄. 离心高斯涡旋光束在传输中暗核和质心的运动[J]. 中国激光, 2014, 41(6): 0602006.
- 2 Wei Gongxiang, Liu Xiaojuan, Liu Yunyan, *et al.* Spin and orbital angular momentum of light[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 51(10): 100004.
魏功祥, 刘晓娟, 刘云燕, 等. 光的自旋和轨道角动量[J]. 激光与光电子学进展, 2014, 51(10): 100004.

- 3 Luo Wei, Cheng Shubo, Yuan Zhanzhong, *et al.*. Power-exponent-phase vortices for manipulating particles[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(11): 1109001.
罗伟, 程书博, 袁战忠, 等. 幂指数相位涡旋光束用于微粒操控[J]. *光学学报*, 2014, 34(11): 1109001.
- 4 He Chao, Huang Sujuan, Gu Tingting, *et al.*. Study of optical ring lattice array based on computer-generated holography [J]. *Chinese J Lasers*, 2014, 41(3): 0309003.
贺超, 黄素娟, 谷婷婷, 等. 基于计算全息的光环晶格阵列研究[J]. *中国激光*, 2014, 41(3): 0309003.
- 5 D W Zhang, X C Yuan. Optical doughnut for optical tweezers[J]. *Optics Letters*, 2003, 28(9): 740-742.
- 6 T Kuga, Y Torii, N Shiokawa, *et al.*. Novel optical trap of atoms with a doughnut beam[J]. *Physical Review Letters*, 1997, 78(25): 4713-4716.
- 7 J W Fleischer, G Bartal, O Cohen, *et al.*. Observation of vortex-ring "discrete" solitons in 2D photonic lattices[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 92(12): 123904.
- 8 J Leach, M J Padgett, S M Barnett, *et al.*. Measuring the orbital angular momentum of a single photon[J]. *Physical Review Letters*, 2002, 88(25): 257901.
- 9 F Tamburini, B Thidé, G Molina-Terriza, *et al.*. Twisting of light around rotating black holes[J]. *Nature Physics*, 2011, 7(3): 195-197.
- 10 R Oron, N Davidson, A A Friesem, *et al.*. Efficient formation of pure helical laser beams[J]. *Optics Communications*, 2000, 182(1-3): 205-208.
- 11 C Rotschild, S Zommer, S Moed, *et al.*. Adjustable spiral phase plate[J]. *Applied Optics*, 2004, 43(12): 2397-2399.
- 12 N R Heckenberg, R McDuff, C P Smith, *et al.*. Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms[J]. *Optics Letters*, 1992, 17(3): 221-223.
- 13 Meng Xiangjun, Zhu Yanying, Chen Zhiting, *et al.*. Properties of vortex beams with plane beam oblique incidence of fork-shaped grating[J]. *Chinese J Lasers*, 2013, 40(2): 0202008.
孟祥君, 朱艳英, 陈志婷, 等. 平面光斜入射叉形光栅获取涡旋光束的特性[J]. *中国激光*, 2013, 40(2): 0202008.
- 14 J E Curtis, B A Koss, D G Grier. Dynamic holographic optical tweezers[J]. *Optics Communications*, 2002, 207(1-6): 169-175.
- 15 Bo Bin, Menke Neimule, Zhao Jianlin, *et al.*. Generation of vortex beams with a reflected type phase only LCSLM[J]. *Journal of Optoelectronics · Laser*, 2012, 23(1): 74-78.
薄斌, 门克内木乐, 赵建林, 等. 用反射式纯相位液晶空间光调制器产生涡旋光束[J]. *光电子·激光*, 2012, 23(1): 74-78.
- 16 M W Beijersbergen, L Allen, H E L O van der Veen, *et al.*. Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum[J]. *Optics Communications*, 1993, 96(1-3): 123-132.
- 17 Zheng Mingjie, Li Zhifang, Chen Daqiang, *et al.*. Gamma correction of a new type Holoeye Pluto pure phase spatial light modulator and its evaluation[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2013, 50(11): 112302.
郑明杰, 李志芳, 陈大强, 等. 新型 Holoeye Pluto 纯位相型空间光调制器的伽马修正及评价[J]. *激光与光电子学进展*, 2013, 50(11): 112302.
- 18 K D Wulff, D G Cole, R L Clark, *et al.*. Aberration correction in holographic optical tweezers[J]. *Optics Express*, 2006, 14(9): 4169-4174.
- 19 R W Gerchberg, W O Saxton. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures[J]. *Optik*, 1972, 35(2): 237246.
- 20 Wu Huaqin, Zheng Mingjie, Li Zhifang, *et al.*. Vortex phase retrieval for detecting system aberration based on liquid crystal spatial light modulator[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2014, 51(8): 080701.
吴华钦, 郑明杰, 李志芳, 等. 基于液晶空间光调制器的涡旋相位恢复检测系统像差[J]. *激光与光电子学进展*, 2014, 51(8): 080701.
- 21 A Jesacher, A Schwaighofer, S FÜRHAPTER. Wavefront correction of spatial light modulators using an optical vortex image[J]. *Optics Express*, 2007, 15(9): 5801-5808.
- 22 Zhao Zhijun. Padding zero's effect on finite samples' spectrum and DFT[J]. *Journal of Bei Jing Broadcasting Institute (Science and Technology)*, 2004, 11(1): 73-76.
赵志军. 补零对有限长序列频谱及 DFT 的影响[J]. *北京广播学院学报(自然科学版)* 2004, 11(1): 73-76.
- 23 V V Kotlyar, A A Kovalev, S N Khonina, *et al.*. Diffraction of conic and Gaussian beams by a spiral phase plate[J]. *Applied Optics*, 2006, 45(12): 2656-2665.