

# 基于米氏散射理论的水中悬浮颗粒物散射特性计算

Vo Quang Sang 冯鹏 汤斌 赵敬晓 蒋上海 魏彪

重庆大学光电技术及系统教育部重点实验室, 重庆 400044

**摘要** 降低或减少水体中悬浮颗粒物的光散射影响是直接光谱法检测水质化学需氧量(COD)的关键技术问题。为此,依据米氏散射理论,采用改进型连分式结合后向递推算法,研究了紫外-可见光照射下水体中藻类和泥沙类悬浮颗粒物的光散射特性。通过构造球形粒子的光散射模型,在入射光波波长为200~1000 nm、悬浮颗粒物尺寸为1~200  $\mu\text{m}$ 的条件下,分析和计算了散射光强度和角度的变化规律。仿真结果表明:当改变粒子尺寸,调节入射光波长时,两种悬浮颗粒物的散射光强与散射角度呈现显著变化,这为进一步提高基于紫外-可见吸收光谱法的水质检测精度和降低散射影响提供了依据。

**关键词** 光谱学; 紫外-可见光谱; 悬浮颗粒物; 米氏理论; 光散射强度

中图分类号 O433 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP52.013001

## Study on Properties of Light Scattering Based on Mie Scattering Theory for Suspended Particles in Water

Vo Quang Sang Feng Peng Tang Bin Zhao Jingxiao Jiang Shanghai Wei Biao

Key Laboratory of Optoelectronic Technology and Systems, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400044, China

**Abstract** Reducing or decreasing light scattering effects of suspended particles in water is one of the key technical issues of the direct spectroscopy chemical oxygen demand (COD) water quality detection. Therefore, based on the Mie scattering theory, the improved continued fractions combining with backward recursion algorithm is used to study ultraviolet (UV)-visible light scattering properties on the alga and sand suspended particles in water. The light scattering models of spherical particles in water is built. The changes of light scattering intensity and scattering angle are analyzed and calculated with particle size in the range of 1~200  $\mu\text{m}$  and the incident wavelength in the range of 200~1000 nm. The simulation results show that when the particle size and the wavelength of incident light change, the scattered light intensity and angle are significantly changed with two types of suspended particles. It is helpful to improve resolution and degrade the effect of scattering of detection of water quality using UV-visible absorption spectroscopy.

**Key words** spectroscopy; ultraviolet-visible spectroscopy; suspended particles; Mie theory; light scattering intensity

**OCIS codes** 300.6540; 350.4990; 290.4020; 290.2558

## 1 引言

水是生命之源,水体(质)的优劣与人类健康密切相关,水质检测则是确保水环境的必备工作之一。众所周知,化学需氧量(COD)反映了水体中还原性物质的污染程度,是评价水质的一个重要指标。目前,国际上水质COD检测方法主要包括化学法和物理法。作为物理方法典型代表的直接紫外-可见光谱法,因其高效率、操作简便和无二次污染等特点,迅速成为水体(质)COD测量领域的研究热点之一<sup>[1]</sup>。

收稿日期: 2014-06-06; 收到修改稿日期: 2014-07-03; 网络出版日期: 2014-12-25

基金项目: 国家自然科学基金(61201346)、四川省科技支撑计划(2012SZ0111)、重庆市研究生科研应用型科研创新项目(CYS14039)

作者简介: Vo Quang Sang(1988—),男,硕士研究生,主要从事水质监测及散射光学分析方面的研究。

E-mail: 2417914231@qq.com

导师简介: 冯鹏(1981—),男,博士,副教授,主要从事光谱水质检测与数据处理等方面的研究。

E-mail: coe-fp@cqu.edu.cn(通信联系人)

本文电子版彩色效果请详见中国光学期刊网 [www.opticsjournal.net](http://www.opticsjournal.net)

然而,水中悬浮物、颗粒物及其他污染源是水体中的不稳定成分,光与之相互作用会产生包括吸收、散射和折射等一系列的物理现象,从而对基于直接光谱法进行水体(质)COD测量产生严重的干扰。因此,欲降低水中悬浮物及颗粒物对水质测量的影响,必须研究分析水体(质)中悬浮颗粒物的光散射特性。

近年来,国内外有关学者利用米氏散射理论对气体中悬浮粒子开展了富有成效的研究工作。在国内,郭二果等<sup>[2]</sup>提出了从悬浮粒子的大小、来源、成份以及三者间的相互关系等几个方面详细阐述了城市空气悬浮颗粒物的理化性质;邵理堂等<sup>[3]</sup>针对固定污染源烟尘颗粒物,通过1~10 μm 烟尘颗粒物米氏散射对DOAS影响的数值模拟和实验研究得出其散射光强与颗粒粒径分布;郝增周等<sup>[4]</sup>描述沙尘气溶胶粒子群的粒径尺度分布,计算了沙尘气溶胶粒子群在0.2~40 μm 波段间对太阳短波辐射和地球大气长波辐射的单次散射反照率、散射相矩阵函数。国外根据经典米氏散射理论,一些学者设计并优化了悬浮粒子散射的计算方法,完善了悬浮粒子米氏散射理论<sup>[5-12]</sup>。然而,值得注意的是,上述国内外研究成果主要是针对气体中颗粒物引起的散射模型,鲜有学者针对液体中悬浮颗粒物引起的散射模型进行计算、分析和研究。鉴于此,依据米氏散射理论和悬浮颗粒物特性,本文针对水中藻类和泥沙两类球形悬浮颗粒物的光学散射特性开展了研究工作,取得了预期的研究成果。

## 2 球形颗粒物的散射理论

根据光与物质的相互作用原理,当一束光入射到水体(质)中时,会产生包括透射、折射、散射等一系列物理现象。仅就散射而言,又可分为弹性散射与非弹性散射,后者不是本文的研究内容,此处不再进一步阐述。对于弹性散射,主要包括瑞利散射、米氏散射和无选择性散射三类,其特性与入射光波波长,水体中悬浮颗粒物尺寸、密度和形状等参数密切相关<sup>[12]</sup>。通常而言,当水中悬浮物颗粒尺寸远小于入射光波波长时,可采用瑞利散射描述散射光强与光波波长之间的关系进行表征;当悬浮物颗粒尺寸与光波波长相当时,则可利用米氏散射进行表征<sup>[13]</sup>。

米氏散射理论是米氏针对平面单色波入射位于均匀介质的球形颗粒物时,基于麦克斯韦方程组所推导出的一套关于描述球体散射的严格数学解析表达式<sup>[14]</sup>。本文所研究的悬浮颗粒物,其粒子半径尺寸范围为1~200 μm,与入射的可见-紫外光波波长相近,因此可利用米氏散射理论来处理水中悬浮颗粒物与光的相互作用时的散射特性。

图1是笛卡尔坐标系下球形颗粒各参数示意图。为便于衡量散射光强与颗粒物尺寸以及入射光波长之间的关系,定义其尺寸参数  $x = 2\pi r/\lambda$ , 其中  $\lambda$  为入射光波波长,  $r$  为球心到观测点  $P$  的距离,  $\theta$  为散射角,是  $OY$  轴与  $OP$  之间的夹角<sup>[15]</sup>。当振幅为  $E$ , 光强为  $I_0$  的线偏振平面波入射照射球体颗粒物时,距离颗粒物  $r$  处,  $P$  点的散射光强  $I_s$  为

$$I_s = \frac{\lambda^2}{4\pi r^2} I_0 [i_1(\theta) + i_2(\theta)] = \frac{\lambda^2}{4\pi r^2} I_0 \left[ |S_1(\theta)|^2 + |S_2(\theta)|^2 \right], \quad (1)$$

式中  $i_1(\theta)$  是与入射光方向平行的光强分量,  $i_2(\theta)$  是与入射光方向垂直的光强分量,  $S_1(\theta)$  和  $S_2(\theta)$  分别表示垂直和平行于散射面的两个分量振幅函数,

$$S_1(\theta) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k+1}{k(k+1)} (a_k \tau_k + b_k \pi_k), \quad (2)$$

$$S_2(\theta) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k+1}{k(k+1)} (a_k \pi_k + b_k \tau_k), \quad (3)$$

式中角方程系数  $\pi_k$  和  $\tau_k$  是散射角  $\theta$  的函数,可由第一类 Legendre 多项式表示为<sup>[16]</sup>

$$\pi_k = \frac{2k-1}{k-1} \mu \pi_{k-1} - \frac{k}{k-1} \pi_{k-2}, \quad (4)$$

$$\tau_k = k\mu \pi_k - (\mu+1)\pi_{k-1}, \quad (5)$$

$$\mu = \cos \theta, \quad \pi_0 = 0, \quad \pi_1 = 1, \quad (6)$$

因此,综合(4)~(6)式可得

$$\pi_k = \frac{P_k^{(1)}(\cos \theta)}{\sin \theta} = \frac{dP_k(\cos \theta)}{d(\cos \theta)}, \quad (7)$$

$$\tau_k = \frac{dP_k^{(1)}(\cos \theta)}{d(\cos \theta)}, \quad (8)$$

$a_k$  和  $b_k$  是米氏散射系数, 由颗粒物的尺寸参数  $x$ 、复折射率  $m$ 、Bessel 函数和 Hankel 函数构成, 可表示为<sup>[16]</sup>

$$a_k = \frac{\varphi_k(x)\varphi_k'(mx) - m\varphi_k'(x)\varphi_k(mx)}{\zeta_k(x)\varphi_k'(mx) - m\zeta_k'(x)\varphi_k(mx)}, \quad (9)$$

$$b_k = \frac{m\varphi_k(x)\varphi_k'(mx) - \varphi_k'(x)\varphi_k(mx)}{m\zeta_k(x)\varphi_k'(mx) - \zeta_k'(x)\varphi_k(mx)}, \quad (10)$$

式中  $m = m_1 + im_2$ ,  $m_1$  与  $m_2$  分别是其实部与虚部, 实部表示颗粒物对光的散射, 虚部则表示了颗粒物对光的吸收<sup>[15]</sup>, 当虚部不为零时, 表示颗粒物有吸收作用,

$$\varphi_k(z) = \left(\frac{z\pi}{2}\right)^{1/2} J_{k+1/2}(z), \quad (11)$$

$$\zeta_k(z) = \left(\frac{z\pi}{2}\right)^{1/2} H_{k+1/2}^{(2)}(z), \quad (12)$$

式中  $z$  可以是  $x$  或  $mx$ ,  $J_{k+1/2}(z)$  和  $H_{k+1/2}(z)$  分别是半整数阶的 Bessel 函数和第二类 Hankel 函数<sup>[15]</sup>,  $\zeta_k'(z)$  和  $\varphi_k'(z)$  则表示  $\zeta_k(z)$  和  $\varphi_k(z)$  的微商, 二者之间满足如下递推关系式<sup>[16-17]</sup>:

$$\begin{aligned} \varphi_k(z) &= \frac{2k-1}{z}\varphi_{k-1}(z) - \varphi_{k-2}(z), \\ \varphi_k'(z) &= \varphi_{k-1}(z) - \frac{k}{z}\varphi_k(z), \\ \zeta_k(z) &= \frac{2k-1}{z}\varphi_{k-1}(z) - \varphi_{k-2}(z), \\ \zeta_k'(z) &= \zeta_{k-1}(z) - \frac{k}{z}\zeta_k(z). \end{aligned} \quad (13)$$

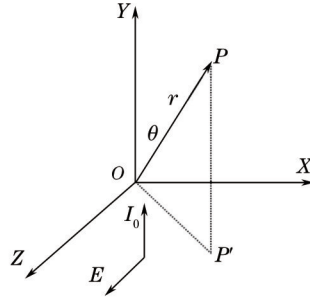


图1 笛卡尔坐标系下米氏散射球形粒子示意图

Fig.1 Illustration of spherical particle Mie scattering in Cartesian coordinate

### 3 数值计算

由第2节的分析可知, 米氏散射算法关键在于对  $S_1(\theta)$  和  $S_2(\theta)$  两个振幅函数的求解<sup>[15-17]</sup>, 核心是对角方程系数  $\pi_k$  和  $\tau_k$  的精确计算。因此, 本文以经典连分式方法为基础, 结合米氏散射理论的改进算法<sup>[17]</sup>, 通过迭代递推的方式实现对散射系数的求解, 算法流程如图2所示。

首先, 输入颗粒尺寸因子  $x$  及复折射率系数  $m$ , 依据(11)~(13)式通过迭代即可计算  $\varphi_k(x)$  和  $\zeta_k(x)$ 。设置迭代的初始条件为

$$\begin{aligned} \varphi_{-1}(z) &= \cos z, \\ \varphi_0(z) &= \sin z, \\ \zeta_{-1}(z) &= \cos z - i \sin z, \\ \zeta_0(z) &= \sin z + i \cos z, \\ \pi_{-1} &= \pi_0 = \pi'_0 = \pi'_1 = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

为保证计算精度, 迭代次数  $N$  需满足一定条件, 本文采用 Wiscombe<sup>[9]</sup> 给出的迭代递推经验公式来进行求解, 如下式所示:

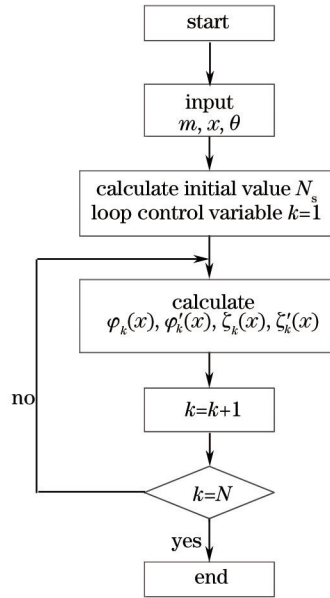


图2 散射光强计算流程图

Fig.2 Flow chart for calculation of scattering intensity

$$N_s = \begin{cases} x + 4x^{1/3} + 1 & (0.02 \leq x \leq 8) \\ x + 4.05x^{1/3} + 1 & (8 < x < 4200) \\ x + 4x^{1/3} + 2 & (4200 \leq x \leq 20000) \end{cases}, \quad (15)$$

$N = \max[N_s, |mx|] + 15$ , 其中  $N_s$  为递推算法中的上限次数。

(14)式中,令  $z = mx$ , 代入数值变量便可计算出迭代初始值,而后将其代入(13)式进行迭代,得到每次迭代的  $\varphi_k(z)$ ,  $\varphi_k'(z)$ ,  $\zeta_k(z)$  以及  $\zeta_k'(z)$  的值,相应可求出米氏散射系数  $a_k$  和  $b_k$ 。同理,依据(7)、(8)式和初始条件可求出角方程系数  $\pi_k$  和  $\tau_k$ 。把  $a_k, b_k, \pi_k, \tau_k$  代入(2)式和(3)式便可得到两个振幅函数  $S_1(\theta)$  和  $S_2(\theta)$ 。根据连分式法理论以及米氏散射计算的改进算法<sup>[16]</sup>,  $a_k$  和  $b_k$  可改写为

$$a_k = \frac{[D_k(mx)/m + k/x]\varphi_k(x) - \varphi_{k-1}(x)}{[D_k(mx)/m + k/x]\zeta_k(x) - \zeta_{k-1}(x)}, \quad (16)$$

$$b_k = \frac{[mD_k(mx)/m + k/x]\varphi_k(x) - \varphi_{k-1}(x)}{[mD_k(mx)/m + k/x]\zeta_k(x) - \zeta_{k-1}(x)}, \quad (17)$$

式中

$$D_k(mx) = \frac{\varphi_k'(mx)}{\varphi_k(mx)} = -\frac{k}{mx} + \frac{J_{k-1/2}(mx)}{J_{k+1/2}(mx)}. \quad (18)$$

对计算  $\varphi_k(z)$  中的半整数阶的 Bessel 函数进行如下变量定义:

$$S_k = \frac{J_{k-1/2}(mx)}{J_{k+1/2}(mx)} = \frac{2k+1}{mx} + \frac{1}{\frac{-(2k+3)}{mx} + \frac{1}{\frac{2k+5}{mx} + \frac{1}{\frac{-(2k+7)}{mx} + \dots}}}}. \quad (19)$$

设初始循环控制变量  $k=1$ , 迭代至  $k=N$  时, 满足  $|S_{k+1} - S_k| < \varepsilon$  计算停止, 其中  $\varepsilon$  为任意给定很小的数。连分式法虽然计算较为耗时, 但其计算过程独立性较强, 每一步运算与前后项的准确性无关, 保证了计算过程收敛, 提高了算法稳定性。

## 4 结果与讨论

### 4.1 散射光强随粒子的尺寸参数的变化

由于水体中悬浮颗粒的尺寸、形状和结构差异较大, 不同颗粒在不同环境下的光学特性较为复杂, 难以对每一种粒子均进行光学散射特性分析。因此, 本文选取对光传输特性影响较大的黄色物质和非色素悬浮

颗粒物进行分析,其典型代表是藻类和泥沙,具有吸收和散射双重光学特性。表1列出了在不同入射波长的光波作用条件下,藻类及泥沙类悬浮颗粒物所对应的近似相对复折射率<sup>[18-19]</sup>。

表1 不同波长条件下藻类和泥沙类悬浮颗粒物的复折射率

Table 1 Complex refractive index of alga and sand particles at different wavelengths

Wavelength $\lambda$ /nm		200	400	600	800	1000
Complex refractive index $m$	Alga particle	1.19-0.035i	1.18-0.065i	1.18-0.070i	1.16-0.058i	1.15-0.045i
	Sand particle	$1.54 \times 10^{-5}i$	$1.53 \times 10^{-4}i$	$1.52 \times 10^{-4}i$	$1.51 \times 10^{-3}i$	$1.50 \times 10^{-3}i$

由表1可以看出,对于水中藻类悬浮颗粒物,其复折射率的虚部数值较大,表示对光的吸收作用较强,而泥沙悬浮颗粒物复折射率的虚部较小,约为 $10^{-4}$ 量级,其对光的吸收较弱,因此泥沙类悬浮颗粒物可视为非吸收性悬浮粒子。在不同入射波长的可见光和近红外激光波为200~1000 nm作用条件下,对半径范围在1~200  $\mu\text{m}$ 的藻类颗粒物进行了仿真。不同入射光波长条件下,不同尺寸藻类悬浮颗粒物的相对散射光强分布如图3所示。图3(a)~(d)依次对应于颗粒物半径 $r=1, 10, 50, 200 \mu\text{m}$ ,入射光波长为200, 400, 600, 800, 1000 nm时,相对散射强度的变化规律。不难看出,不同波长条件下,散射光强主要集中于前向(散射角位于 $0^\circ \sim 90^\circ$ ),且波长越大,前向集中越明显;对于特定波长,随着颗粒物尺寸的增大,后向(散射角位于 $90^\circ \sim 180^\circ$ )散射强度也相应增大,说明大尺寸颗粒物后向散射效应较为明显。此外,颗粒物尺寸不变时,随着光波长的增大,散射光强呈现逐渐增大的趋势。如图3(a)所示,当颗粒物尺寸较小时( $r=1 \mu\text{m}$ ),前向和后向散射强度基本对称,波动较小。但随着颗粒物的尺寸增大,前向散射振荡加剧,散射光强分布不再呈对称分布,说明颗粒物尺寸对散射光强分布影响显著,尺寸越大,光强分布越复杂。

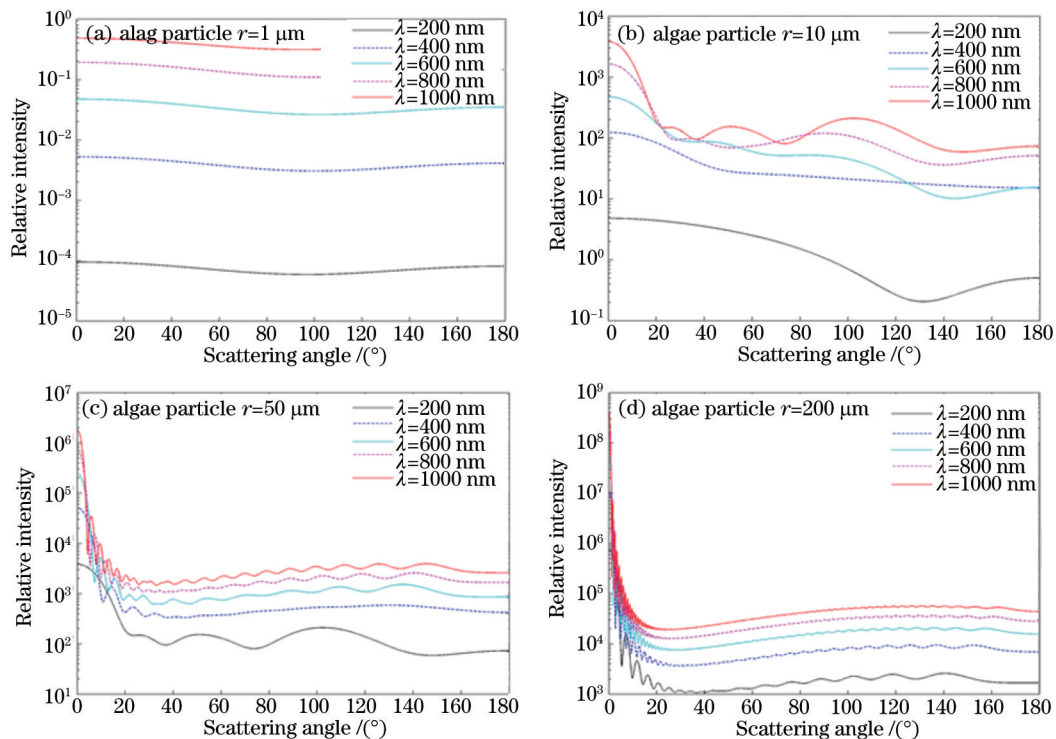


图3 不同尺寸条件下藻类粒子散射光强分布

Fig.3 Distributions of scattering intensity with different sizes of alga particle

与藻类颗粒物类似,对于粒子半径范围为1~200  $\mu\text{m}$ 的泥沙悬浮颗粒物,计算了不同入射波长(200~1000 nm)条件下的散射光强分布,结果如图4所示。图4(a)~(d)依次对应于颗粒物半径为1, 10, 50, 200  $\mu\text{m}$ 时的散射光强分布。与藻类粒子光强分布不同的是,泥沙粒子的散射强度曲线出现了较强的振荡,没有明显的规律性,且后向散射振荡尤为剧烈。对于特定尺寸的泥沙粒子,不同入射波长之间的强度曲线互相重叠,并未体现出藻类粒子的强度随波长增加而增加的特性。需要指出的是,当粒子半径较小时( $r=1 \mu\text{m}$ ),粒子半径与光波波长存在量级上的差距时,体现为瑞利散射,前后向散射趋于相等。图4(b)~(d)则说明,随着



波长和颗粒物半径的增大,前后散射光强失去对称性,前向散射光强逐渐稳定增加;受夫琅和费衍射效应的影响,后向散射振荡加剧,强度曲线中存在较多不规则分布的最大值和最小值。

综上可得出,颗粒物尺寸大小对散射光强分布具有显著影响。对于非吸收性的颗粒物,当其复折射率  $m$  为实数或虚部很小的时候,散射光强震荡效应明显;而对吸收性的颗粒物,其复折射率  $m$  虚部较大时,散射光强主要集中于前向。

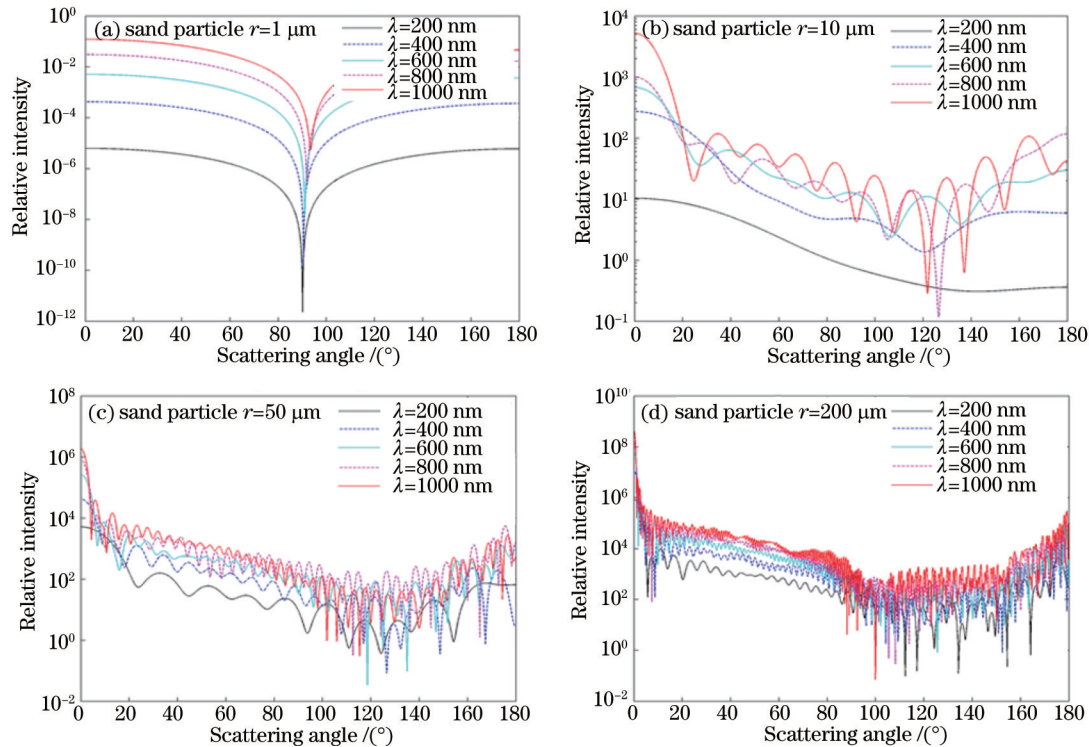


图4 不同尺寸时泥沙粒子散射光强分布

Fig.4 Distributions of scattering intensity with different sizes of sand particle

#### 4.2 散射角与散射光强的关系

根据米氏散射理论,不同入射光波长的作用条件下,藻类及泥沙类悬浮颗粒物的近似复折射率以及粒子的尺寸参数也发生改变,即散射角与散射光能量之间存在必然的联系。针对粒子半径  $r=20 \mu\text{m}$  时两种颗粒物在不同波长下,相对散射光强(简称相对光强)随散射角变化的情况进行了比较分析,结果如图5所示。图5(a)~(f)分别给出了200~1000 nm时藻类和泥沙的相对光强随散射角变化的分布图。可见,相对光强主要分布于前向  $0^\circ\sim 80^\circ$  之间,且随着颗粒物尺寸参数  $x$  的减小(即入射波长  $\lambda$  的增大),相对光强能量峰值逐渐降低。当散射角  $\theta=0^\circ$  时,相对光强能量最大;  $\theta$  愈大,相对光强愈小且呈指数振荡衰减。图5(a)~(c)显示,当入射光波长较小时(200~400 nm),在较大散射角范围内两种颗粒物的散射光曲线分布比较接近。藻类粒子曲线相对平稳,泥沙粒子由于对光几乎没有吸收,散射光变化较为复杂,曲线的振荡较为剧烈。图5(d)~(f)显示,当入射光波长较大时(600~1000 nm),相对光强峰值幅度降低,振荡加剧,振荡间隔变大。因此,使用较小波长入射光,在较小散射角度内观察,散射光能量较为集中,效果更好。

## 5 结 论

针对水中悬浮颗粒物的两类典型代表——藻类和泥沙类,依据等效球体米氏散射理论,采用改进型连分式结合后向递推算法,研究了紫外-可见光对水体中悬浮颗粒物的光散射强度特性。研究表明,入射光波长、颗粒物的尺寸及散射角都会影响悬浮藻类和泥沙类粒子的相对散射光强度。对于藻类粒子,随着波长和颗粒物尺寸的增大,散射光强亦逐渐增大,但散射光强分布的对称性开始变差且呈现前向集中的趋势,同时散射光强集中分布在较小的散射角范围内。而对于泥沙类粒子,属于非吸收悬浮颗粒物,其散射光强分布相对复杂。除部分变化特性跟藻类类似外,随着入射光波长和粒子尺寸的增大,散射光强曲线出

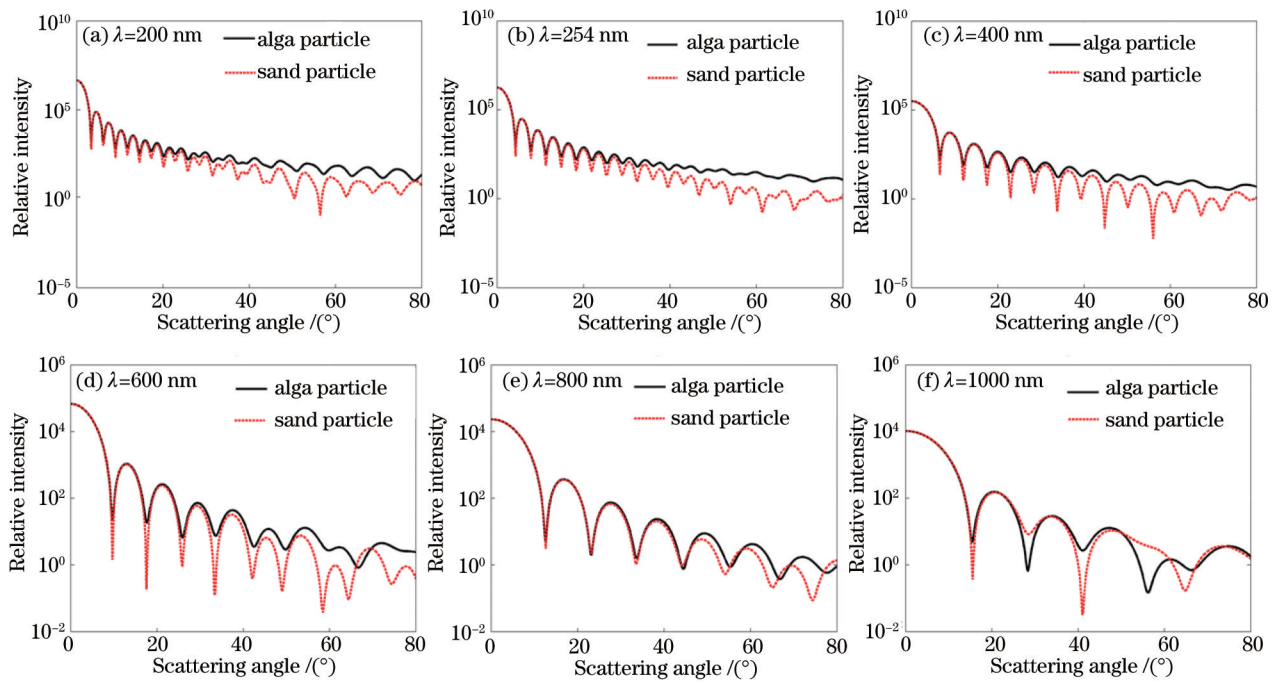


图5 藻类及泥沙颗粒物相对散射光强随散射角的变化关系

Fig.5 Relationship between relative scattering intensity and scattering angle for alga and sand particles

现了剧烈振荡,但两种粒子光强分布在散射角较小时吻合程度较高。这对于进一步提高基于紫外-可见吸收光谱法的水质检测精度,降低散射干扰提供了必要的理论依据和数据支撑。

#### 参考文献

- 1 Tang Bin, Wei Biao, Mao Benjiang, *et al.*. Noise analysis and denoising research on the UV-visible absorption spectroscopy water quality detection system[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2014, 51(4): 043002.  
汤斌,魏彪,毛本将,等.紫外-可见吸收光谱法水质检测系统的噪声分析与处理研究[J].*激光与光电子学进展*, 2014, 51(4): 043002.
- 2 Guo Erguo, Wang Cheng, Peng Zhenhua, *et al.*. Advances in physical and chemical character of urban airborne suspended particulate matter and its health effect[J]. *Ecology and Environment*, 2008, 17(2): 851-857.  
郭二果,王成,彭镇华,等.城市空气悬浮颗粒物的理化性质及其健康效应[J].*生态环境*, 2008, 17(2): 851-857.
- 3 Shao Litang, Wang Shimin, Tang Guanghua, *et al.*. Influence of particle Mie scattering on differential optical absorption spectroscopy[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(3): 594-601.  
邵礼堂,王式民,汤光华,等.颗粒物Mie散射对差分吸收光谱技术的影响[J].*光学学报*, 2009, 29(3): 594-601.
- 4 Hao Zengzhou, Gong Fang, Pan Delu, *et al.*. Scattering and polarization characteristics of dust aerosol particles [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(1): 0101002.  
郝增周,龚芳,潘德炉,等.沙尘气溶胶粒子群的散射和偏振特性[J].*光学学报*, 2012, 32(1): 0101002.
- 5 Bassan P, Kohler A, Martens H, *et al.*. Resonant Mie scattering (RMieS) correction of infrared spectra from highly scattering biological samples[J]. *Analyst*, 2010, 135(2): 268-277.
- 6 Marasinghe M L, Paganin D M, Premaratne M. Coherence-vortex lattice formed via Mie scattering of partially coherent light by several dielectric nanospheres[J]. *Optics Letters*, 2011, 36(6): 936-938.
- 7 Marasinghe M L, Premaratne M, Paganin D M. Degree of polarization of Mie scattered stationary partially coherent electromagnetic fields[C]. *Conference on Lasers and Electro-Optics/Pacific Rim*. Optical Society of America, 2011. J193.
- 8 Bender H, Stehle C, Slama S, *et al.*. Observation of cooperative Mie scattering from an ultracold atomic cloud[J]. *Physical Review A*, 2010, 82(1): 011404-011406.
- 9 Wiscombe W J. Improved Mie scattering algorithms[J]. *Applied Optics*, 1980, 19(9): 1505-1509.
- 10 Mishchenko M I, Mackowski D W, Travis L D. Scattering of light by bispheres with touching and separated components

- [J]. Applied Optics, 1995, 34(21): 4589-4599.
- 11 Dave J V. Scattering of electromagnetic radiation by a large, absorbing sphere[J]. IBM Journal of Research and Development, 1969, 13(3): 302-313.
- 12 Dave J V. Scattering of visible light by large water spheres[J]. Applied Optics, 1969, 8(1): 155-164.
- 13 Zhang Wei, Lu Yuan, Du Shiming, *et al.*. Analysis of characteristics of Mie scattering[J]. Optical Technique, 2010, 36(6): 936-939.
- 张伟, 路远, 杜石明, 等. 球形粒子Mie散射特性分析[J]. 光学技术, 2010, 36(6): 936-939.
- 14 Li Yingle, Li Jin, Wang Mingjun, *et al.*. Investigation of scattering for uniformly anisotropic dielectric sphere[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(4): 0429002.
- 李应乐, 李瑾, 王明军, 等. 均匀各向异性介质球散射的解析研究[J]. 光学学报, 2012, 32(4): 0429002.
- 15 Wang Haihua, Sun Xianming, Liu Wanqiang, *et al.*. Calculation of single scattering parameters in vector radiative transfer equation[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2011, 48(2): 022901.
- 王海华, 孙贤明, 刘万强, 等. 辐射传输方程中的单次散射参数计算[J]. 激光与光电子学进展, 2011, 48(2): 022901.
- 16 Shen Jianqi, Liu Lei. An improved algorithm of classical Mie scattering calculation[J]. China Powder Science and Technology, 2006, 11(4): 1-5.
- 沈建琪, 刘蕾. 经典Mie散射的数值计算方法改进[J]. 中国粉体技术, 2006, 11(4): 1-5.
- 17 Xiang Jiansheng, He Junhua. Numerical calculation of Mie theory[J]. Journal of Applied Optics 2007, 38(3): 363-366.
- 项建胜, 何俊华. Mie光散射理论的数值计算方法[J]. 应用光学, 2007, 28(3): 363-366.
- 18 Bricaud A, Morel A. Light attenuation and scattering by phytoplanktonic cells: A theoretical modeling[J]. Applied Optics, 1986, 25(4): 571-580.
- 19 Jonasz M, Fournier G. Light Scattering by Particles in Water: Theoretical and Experimental Foundations: Theoretical and Experimental Foundations[M]. New York: Academic Press, 2011.

栏目编辑: 史敏