

一阶空间啁啾高斯脉冲光束的聚焦特性研究

曾曙光 刘雁

三峡大学理学院, 湖北 宜昌 443002

摘要 空间啁啾效应是超短脉冲中的一种常见的时空耦合效应。对一阶空间啁啾高斯脉冲光束的聚焦特性进行了较为系统的研究,推导出经透镜聚焦后光束的解析表达式。在不考虑透镜色差的理想情况下,解析推导出聚焦后的脉宽、束宽以及振幅耦合系数的解析表达式。数值模拟了聚焦前后的光强分布,分析了考虑透镜色差时光束的脉宽、束宽以及振幅耦合系数随透镜后传输距离的变化,并与理想情况下的结果进行了对比。研究表明,不考虑透镜色差时,一阶空间啁啾高斯脉冲光束经过透镜聚焦后仍然是一阶空间啁啾高斯脉冲光束;透镜色差对一阶空间啁啾高斯脉冲光束聚焦后的束宽和振幅耦合程度没有影响,但会导致聚焦后光束的脉宽加宽。

关键词 激光光学;高斯脉冲光束;空间啁啾;聚焦特性;时空耦合;色差

中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP52.011407

Focusing Characteristics of Gaussian Pulsed Beams with First-Order Spatial Chirp

Zeng Shuguang Liu Yan

College of Science, China Three Gorges University, Yichang, Hubei 443002, China

Abstract Spatial chirp is a common phenomena in ultrashort pulses. The focusing characteristics of Gaussian pulsed beams with the first-order spatial chirp (FSC) are investigated, and the analytical expression for the FSC beam on the output plane is derived. The analytical expressions for the pulse width, beam width and amplitude coupling coefficient of the FSC beam after focusing without chromatic aberration are derived. The intensity distribution before and after focusing is simulated. The pulse width, beam width and amplitude coupling coefficient of the FSC beam after focusing are analyzed numerically with the variation of propagation distance when the chromatic aberration is considered, which are compared with the corresponding results when the chromatic aberration is not considered. It is found that the FSC beam keeps the form after focusing without chromatic aberration; the chromatic aberration has no effect on beam width and amplitude coupling coefficient, but broadens the pulse width of FSC beam.

Key words laser optics; Gaussian pulsed beams; spatial chirp; focusing characteristics; spatio-temporal couplings; chromatic aberration

OCIS code 140.7090; 140.3295

1 引言

空间啁啾效应是超短脉冲中的一种常见的时空耦合效应^[1-2]。根据 Akturk^[3]的理论,空间啁啾属于振幅耦合效应的一种。空间啁啾效应在脉冲整形^[4]、非线性显微镜^[5]、微加工^[6]、波导写入^[7]等方面有着重要的影响。基于以上应用,空间啁啾光束的传输特性和聚焦特性受到了大家的关注。

文献[8]对空间啁啾光束在自由空间传输特性展开了研究。在自由空间传输时,其空间啁啾程度及等相位面都会随着传输距离而变化^[8]。空间啁啾光束经过透镜的聚焦特性也引起了大家的关注^[9-11]。这些文献一般将透镜看作理想透镜(不考虑其色差和球差),分析聚焦前后的时空分布。然而,对于空间啁啾脉冲光束,由于其谱宽一般较宽,透镜的色差不能忽略^[12]。本文在考虑了透镜的色差的情况下,对一阶空间啁啾高

收稿日期: 2014-06-26; 收到修改稿日期: 2014-08-13; 网络出版日期: 2014-11-28

基金项目: 国家自然科学基金(11347117)、三峡大学优秀人才科研启动基金(KJ2011B066)

作者简介: 曾曙光(1984—),男,博士,讲师,主要从事超短激光脉冲相关技术方面的研究。

E-mail: zengshuguang19@sohu.com

本文电子版彩色效果请详见中国光学期刊网 www.opticsjournal.net

斯脉冲光束聚焦前后的时空分布、脉宽、束宽、空间啁啾程度等展开了系统的研究。

2 理论分析

Akturk 等^[3]提出了一阶时空耦合高斯脉冲光束的概念。根据 Akturk 的理论,在 $x-\omega$ 域,带有一阶空间啁啾的高斯脉冲可以表示为

$$E(x_1, \Omega, 0) \propto \exp\{R_{xx}x_1^2 + 2R_{x\omega}x_1\Omega - R_{\omega\omega}\Omega^2\}, \quad (1)$$

式中 $\Omega = \omega - \omega_0$, ω_0 为中心角频率。假定入射的光束为平面波,且各频率成分的相位相同,则有 $R_{xx}^l = R_{x\omega}^l = R_{\omega\omega}^l = 0$, $R_{x\omega}^r$ 表征了空间啁啾的严重程度, R_{xx}^r 和 $R_{\omega\omega}^r$ 分别是与光束尺寸和频谱宽度有关的参数^[3], R_{xx}^r 恒为负, $R_{\omega\omega}^r$ 恒为正。上标“R”和“l”表示相应参数的实部和虚部。

不考虑透镜的孔径效应时,经过薄透镜后距离 z 处的光场可以表示为^[13-14]

$$E(x_2, \Omega, z) \propto \sqrt{k} \exp(-ikz) \exp(-ik_g d_0) \int E(x_1, \Omega, 0) \cdot \exp\left[i\frac{kx_1^2}{2f}\right] \cdot \exp\left[-\frac{ik}{2z}(x_1 - x_2)^2\right] dx_1 = \\ \exp(-ikz) \exp(-ik_g d_0) \sqrt{-\frac{2\pi f k z}{2fzR_{xx} + ik(z-f)}} \cdot \exp\{R'_{xx}x_2^2 + 2R'_{x\omega}x_2\Omega - R'_{\omega\omega}\Omega^2\}, \quad (2)$$

式中 $k = \frac{\omega}{c}$, $k_g = \frac{n(\omega)\omega}{c}$, $\frac{1}{f} = [n(\omega) - 1] \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$, f 为焦距, $n(\omega)$ 为频率 ω 对应的透镜材料的折射率, k 和 k_g 分别为真空中和透镜中的波数, R_1 和 R_2 分别为透镜前后表面曲率半径, d_0 为透镜中心厚度, c 为真空中的光速。另外,

$$R'_{xx} = -\frac{2ifkR_{xx} - k^2}{4fzR_{xx} + 2ik(z-f)}, \quad (3)$$

$$R'_{x\omega} = -\frac{iR_{x\omega}fk}{2fzR_{xx} + ik(z-f)}, \quad (4)$$

$$R'_{\omega\omega} = \frac{2fzR_{\omega\omega}^2 + [2fzR_{xx} + ik(z-f)]R_{\omega\omega}}{2fzR_{xx} + ik(z-f)}. \quad (5)$$

在准单色近似下,即空间啁啾高斯脉冲光束带宽 $\Delta\omega \ll \omega_0$ 时,有 $k \approx k_0 = \frac{\omega_0}{c}$, $k_g = \frac{n(\omega)\omega}{c} \approx \frac{n(\omega_0)\omega_0}{c}$ (ω_0 和 k_0 分别为中心波长对应的角频率和波数)。此时,由(2)~(5)式可知,在准单色近似下,且不考虑透镜的色差时 [$n(\omega) \approx n(\omega_0)$], 一阶空间啁啾高斯脉冲光束经过透镜聚焦后仍然为一阶空间啁啾高斯脉冲光束,不过其空间啁啾程度会发生变化。由(4)式, $z=f$ 时,有 $R'_{x\omega} = 0$ (假设 $R_{x\omega}^l = 0$), 即焦平面上不存在空间啁啾。

对(2)式做逆傅里叶变换,可得到 $x-t$ 域中透镜后距离 z 处的光场表达式:

$$E(x_2, t, z) = \int E(x_2, \Omega, z) \cdot \exp(i\Omega t) d\Omega. \quad (6)$$

不考虑色差的理想情况下,波数 k 、 k_g 、透镜的焦距 f 均视为与中心波长相对应的常数。此时,由(2)、(6)式,有

$$E(x_2, t, z) \propto \exp\{Q_{xx}x_2^2 + 2Q_{x\omega}x_2t - Q_{\omega\omega}t^2\}, \quad (7)$$

式中相应的系数 Q_{xx} 、 $Q_{x\omega}$ 、 $Q_{\omega\omega}$ 可以由(2)~(6)式以及文献[3]中的(13)式解析求出。然而,若考虑透镜的色差,此时由(2)式,聚焦后的光场 $E(x_2, \Omega, z)$ 将是频率的复杂函数,逆傅里叶变换至 $x-t$ 域后 $E(x_2, t, z)$ 的表达式将异常复杂,不再是一阶时空耦合高斯脉冲光束。

某一时刻 t 和某一位置 x 处的光强分别为

$$I(t, z) = \int_{-\infty}^{\infty} |E(x, t, z)|^2 dx, \quad (8)$$

$$I(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} |E(x, \omega, z)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |E(x, t, z)|^2 dt. \quad (9)$$

超短脉冲光束的脉宽和束宽为^[13]

$$\Delta t = \sqrt{\langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2}, \quad (10)$$

$$\Delta x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}. \quad (11)$$

上述两式中, t 和 x 的 n 阶矩分别定义为

$$\langle t^n \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t^n I(t, z) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} I(t, z) dt}, \quad (12)$$

$$\langle x^n \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x^n I(x, z) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} I(x, z) dx}. \quad (13)$$

在不考虑透镜的色差的理想情况下, 由文献[3]可以计算出经过透镜后的束宽和脉宽:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \left[\frac{R_{\omega\omega}^R}{(R_{x\omega}^R)^2 + R_{xx}^R R_{\omega\omega}^R} \right]^{1/2}, \quad (14)$$

$$\Delta t = \frac{1}{2} \left[\frac{Q_{xx}^R}{(Q_{xt}^R)^2 + Q_{xx}^R Q_{tt}^R} \right]^{1/2}. \quad (15)$$

按照 Akturk 的理论, 空间啁啾属于 $x-\omega$ 域的振幅耦合效应^[3]。为了衡量聚焦前后振幅耦合程度的变化, 可以采用文献[15]中定义的振幅耦合因子 μ_a :

$$\mu_a = 1 - \frac{\iint d\omega_1 d\omega_2 \left[\int |E(x, \omega_1)| |E^*(x, \omega_2)| dx \right]^2}{\left[\iint |E(x, \omega)|^2 dx d\omega \right]^2}, \quad (16)$$

式中 μ_a 为归一化无量纲参数, 其值越大, 振幅耦合的程度越严重。

在不考虑透镜色差的理想情况下, 由(2)式和(16)式可以计算出聚焦后的振幅耦合因子 μ_a :

$$\mu_a = 1 - \left[\frac{(R_{x\omega}^R)^2 + R_{xx}^R R_{\omega\omega}^R}{R_{xx}^R R_{\omega\omega}^R} \right]^{1/2}. \quad (17)$$

3 数值计算

为了更深入地研究一阶空间啁啾高斯脉冲光束的聚焦特性, 在第2节理论分析的基础上进行了相应的数值模拟。在这节中, 如果不加以特别提及, 初始面上的光束参数为: 一阶空间啁啾高斯脉冲的中心波长 λ_0 为 620 nm; $R_{xx}^R = -1.0 \times 10^6 \text{ m}^{-2}$, $R_{\omega\omega}^R = 3.09 \times 10^{-28} \text{ s}^2$, $R_{x\omega}^R = 0.5 \sqrt{-R_{xx}^R R_{\omega\omega}^R}$, $R_{xx}^I = R_{x\omega}^I = R_{\omega\omega}^I = 0$ 。由(10)式和(11)式可以计算出初始面上的脉宽为 17.6 fs 和束宽分别为 0.58 mm。透镜前后表面曲率半径大小均为 20.6 cm, 透镜中心厚度为 5 mm, 中心波长相应的焦距 f_0 为 20 cm; 透镜材料为 BK7 玻璃, 相应的参数为^[13]: $n_0 = 1.5154$, $dn/d\omega|_0 = 7.5 \times 10^{-3} \text{ fs}$, $d^2n/d\omega^2|_0 = 1.6 \times 10^{-3} \text{ fs}^2$, $d^3n/d\omega^3|_0 = 1.3 \times 10^{-3} \text{ fs}^3$ 。

图 1 给出了一阶空间啁啾高斯脉冲光束聚焦前后的光强分布图, 图 1(b) 的计算中考虑了透镜的色差。由图 1(a) 可以看出聚焦前初始平面上不同位置处的中心频率不同, 其光强分布带有明显的空间啁啾特征, 且经过(16)式计算其振幅耦合因子 $\mu_a = 0.134$; 由图 1(b) 可以看出焦平面上不同位置处的中心频率相同, 不具有空间啁啾特征, 经过计算其振幅耦合因子 $\mu_a = 0$, 这理论分析相符合。由此, 不管是否考虑透镜的色差, 一阶空间啁啾高斯脉冲光束经透镜聚焦后焦平面上的光束分布不再有空间啁啾的特征。

图 2 给出了不考虑透镜的色差和考虑色差时一阶空间啁啾高斯脉冲光束的振幅耦合系数随透镜后传输距离的变化。不考虑色差的曲线(理想情况下), 相应的波数 k 、 k_g 、透镜的焦距 f 均视为与中心波长相对应的常数。考虑色差的曲线, 相应的波数 k 、 k_g 、透镜的焦距 f 均为频率的函数。由图 2 可知, 不论是否考虑色差, 振幅耦合系数总是先减小后增大, 最终趋于一定值。这可以由(17)式来解释。焦平面后, 振幅耦合系数不断增大, 最终趋于一定值是由于自由空间衍射的影响^[8]。在焦平面上, 振幅耦合系数有最小值 0, 这与理论预期一致。由图可知, 色差对一阶空间啁啾高斯脉冲光束聚焦后的振幅耦合程度没有影响。

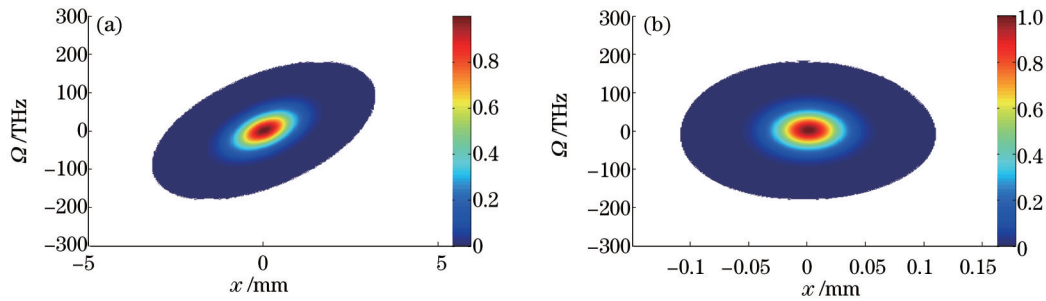


图1 聚焦前后的光强分布图。(a) $z=0$, $\mu_a = 0.134$; (b) $z=f_0$, $\mu_a = 0$

Fig.1 Intensity profiles of a pulsed beam before and after focusing. (a) $z=0$, $\mu_a = 0.134$; (b) $z=f_0$, $\mu_a = 0$

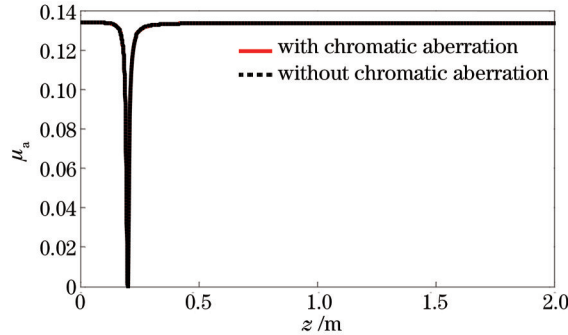


图2 振幅耦合系数随透镜后传输距离的变化

Fig.2 Amplitude coupling coefficient changes with the propagation distance after the lens

图3给出了一阶空间啁啾高斯脉冲光束的束宽随透镜后传输距离的变化。由图3可知,不论是否考虑透镜的色差,光束的束宽总是先减小后增大,并且在焦平面处有最小值(最小值为 $19.7 \mu\text{m}$)。这可以由(14)式来解释。定性来看,透镜的聚焦作用使得光束束宽变小且在焦平面有最小值;之后由于衍射的影响束宽不断展宽。图3中两条曲线完全重合,说明透镜的色差对于一阶空间啁啾高斯脉冲光束聚焦后的束宽没有影响。这是因为根据束宽的定义以及利用(9)式求 $I(x,z)$ 时,(2)式中的相位项 $\exp(-ikz)\exp(-ik_g d_0)$ 在取绝对值时被消除了。

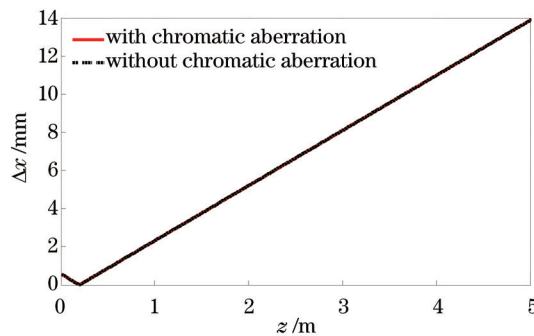


图3 束宽随透镜后传输距离的变化

Fig.3 Beam width changes with the propagation distance after the lens

由图4可知,不考虑色差的理想情况下,一阶空间啁啾高斯脉冲光束经过透镜后的脉宽为一常数。这是因为不考虑透镜的色散时(理想情况下),不同频率成分的脉冲光束在透镜中和真空中的群速度均相同且波数 k 均视为常数 k_0 ,故脉冲光束的脉宽不会随着传输而改变。考虑色差时,脉宽要比理想情况下的大,并且在缓慢减小至最小值后随着传输距离不断增大。最小值出现在焦平面附近,且其值为 20.7 fs 。考虑色差且考虑到波数的频率依赖性时,不同频率成分的脉冲光束在透镜中的群速度不同,这使得聚焦后的脉宽要比理想情况下的大。另外不同频率成分的脉冲光束在透镜材料中以及在真空中的波数也不相同。这使得各频率成分的等相位面不重合,且不重合的程度随着距离的增大而增加,导致一阶空间啁啾高斯脉冲光束经过焦平面后的脉宽将随着传输距离的增大不断展宽。

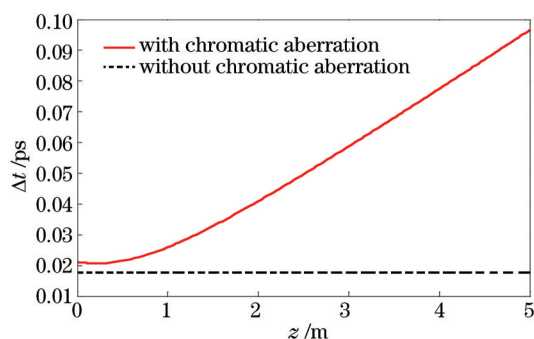


图4 脉宽随透镜后传输距离的变化

Fig.4 Pulse width changes with the propagation distance after the lens

4 结 论

本文对一阶空间啁啾高斯脉冲光束的聚焦特性进行了较为系统的研究。研究结果表明：

1) 不考虑透镜色差的理想情况下,一阶空间啁啾高斯脉冲光束经过透镜聚焦后仍然是一阶空间啁啾高斯脉冲光束,但其空间啁啾程度会随着传输距离而改变;

2) 一阶空间啁啾高斯脉冲光束经过透镜聚焦后焦平面上无空间啁啾;

3) 不论是否考虑色差,一阶空间啁啾高斯脉冲光束的束宽及振幅耦合系数都会随着透镜后传输距离而改变,且均在焦平面附近取得极小值;

4) 理想情况下(不同频率成分的脉冲光束在透镜中和真空中的群速度均相同且波数 k 均视为常数 k_0),一阶空间啁啾高斯脉冲光束的脉宽不随透镜后传输距离而改变;考虑透镜色差和波数的频率依赖性时,脉宽要比理想情况下的大,并且在缓慢减小至最小值后随着传输距离不断增大。

最后,值得指出的是以上结论都是仅仅考虑振幅耦合效应时所得到的。同时考虑振幅耦合效应和相位耦合效应时,情况会更加复杂,需要展开进一步的研究。

参 考 文 献

- 1 X Gu, S Akturk, R Trebino. Spatial chirp in ultrafast optics [J]. *Opt Commun*, 2004, 242(4): 599-604.
- 2 S Akturk, M Kimmel, P O'Shea, *et al.*. Measuring spatial chirp in ultrashort pulses using single-shot frequency-resolved optical gating [J]. *Opt Express*, 2003, 11(1): 68-78.
- 3 S Akturk, X Gu, P Gabolde, *et al.*. The general theory of first-order spatio-temporal distortions of Gaussian pulses and beams [J]. *Opt Express*, 2005, 13(21): 8642-8661.
- 4 F Frei, A Galler, T Feurer. Space-time coupling in femtosecond pulse shaping and its effects on coherent control [J]. *J Chem Phys*, 2009, 130(3): 034302.
- 5 M E Durst, G Zhu, C Xu. Simultaneous spatial and temporal focusing in nonlinear microscopy [J]. *Opt Commun*, 2008, 281(7): 1796-1805.
- 6 D N Vitek, E Block, Y Bellouard, *et al.*. Spatio-temporally focused femtosecond laser pulses for nonreciprocal writing in optically transparent materials [J]. *Opt Express*, 2010, 18(24): 24673-24678.
- 7 F He, H Xu, Y Cheng, *et al.*. Fabrication of microfluidic channels with a circular cross section using spatiotemporally focused femtosecond laser pulses [J]. *Opt Lett*, 2010, 35(7): 1106-1108.
- 8 Zeng Shuguang, Song Laizhong, Wang Fei, *et al.*. Propagation characteristics of Gaussian pulsed beams with first-order spatio-temporal couplings [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(10): 1014002.
曾曙光, 宋来忠, 王 飞, 等. 一阶时空耦合高斯脉冲光束的传输特性研究[J]. *光学学报*, 2013, 33(10): 1014002.
- 9 C G Durfee, M Greco, E Block, *et al.*. Intuitive analysis of space-time focusing with double-ABCD calculation [J]. *Opt Express*, 2012, 20(13): 14244-14259.
- 10 M Coughlan, M Plewicki, R Levis. Spatio-temporal and-spectral coupling of shaped laser pulses in a focusing geometry [J]. *Opt Express*, 2010, 18(23): 23973-23986.
- 11 G Zhu, J van Howe, M Durst, *et al.*. Simultaneous spatial and temporal focusing of femtosecond pulses [J]. *Opt*

- Express, 2005, 13(6): 2153.
- 12 M Kempe, W Rudolph. Femtosecond pulses in the focal region of lenses [J]. Physical Review A, 1993, 48(6): 4721.
- 13 J C Diels, W Rudolph. Ultrashort Laser Pulse Phenomena [M]. London: Academic Press, 2006. 135–136.
- 14 M Kempe, U Stamm, B Wilhelmi, *et al.*. Spatial and temporal transformation of femtosecond laser pulses by lenses and lens systems [J]. J Opt Soc Am B, 1992, 9(7): 1158–1165.
- 15 Zeng Shu-Guang, Dan You-Quan, Zhang Bin, *et al.*. Describing spatiotemporal couplings in ultrashort pulses using coupling coefficients [J]. Chinese Physics B, 2011, 20(11): 114213.