基于相位恢复法的连续太赫兹同轴数字全息成像 仿真研究

胡佳琦 李 琦 杨永发

哈尔滨工业大学可调谐激光技术国家级重点实验室,黑龙江哈尔滨150080

摘要 太赫兹同轴数字全息具有较低的光子能量和对非金属与非极性物质较高的穿透能力,越来越受到人们的重视。但由于零级衍射光和共轭像的影响,会导致重建像细节模糊,造成图像质量下降。通过仿真对比分析了相位恢复法在可见光和太赫兹数字全息中的应用,并通过研究重建像的均方差随记录距离和记录间隔的变化情况,验证了在太赫兹波段可以将两次全息图记录缩减成一次的成像方法。讨论了噪声对简化成像的影响,结果表明当全息图和背景都带有噪声时,相位无法恢复到预定值,随着噪声的增大,重建像会越来越模糊,直至完全被噪声掩盖。 关键词 成像系统;太赫兹同轴数字全息;相位恢复法;记录距离 中图分类号 TN29 文献标识码 A

Simulation Research on Continuous Terahertz Inline Digital Holography Imaging Based on Phase Retrieval Algorithm

Hu Jiaqi Li Qi Yang Yongfa

State Key Laboratory of Science and Technology on Tunable Laser, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150080, China

Abstract Terahertz inline digital holography with lower photon energy and higher penetrating power to nonmetallic and nonpolar substances has attracted increasing attention. However, the zero-order diffraction light and conjugate image will degrade the details of reconstructed image and cause the loss of image quality. The applications of phase retrieval algorithm in the visible and terahertz digital holography are compared and analyzed by simulation, and the imaging method that the number of hologram recording is reduced from two to one can be verified after studying the mean square error of reconstructed image changing with the recording distance and recording interval. The influence of noise on the simplified imaging is discussed, and the results show that when the hologram and background are both contaminated by noise, the phase cannot be restored to the predetermined value and with the increase of noise, the reconstructed image becomes more and more blurred until the image is covered completely by noise.

Key words imaging systems; terahertz inline digital holography; phase retrieval algorithm; recording distance **OCIS codes** 110.6795; 110.3000; 110.2960 **doi:** 10.3788/LOP52.011103

1 引 言

同轴数字全息具有光路简单、光源相干性要求低等优点,其中,太赫兹同轴数字全息还具有较低的光子能量和对非金属与非极性物质较高的穿透能力,因此越来越受到人们的重视^[1-3]。但由于零级衍射光和共轭像的存在,会造成重建像细节模糊,影响重建像的质量。因此,重构算法对重建结果有很大的影响。

针对同轴数字全息的重构问题,学者们已经提出了许多解决方案,其中包括相位恢复法[4-10]。在已有关

E-mail: liqi2013@hit.edu.cn

收稿日期: 2014-07-23; 收到修改稿日期: 2014-08-21; 网络出版日期: 2014-11-04

基金项目:国家自然科学基金(61377110)、高等学校博士学科点专项科研基金(20112302110028)

作者简介:胡佳琦(1990—),女,硕士研究生,主要从事太赫兹成像方面的研究。E-mail: hujiaqi66@126.com

导师简介:李 琦(1963—),女,博士,教授,主要从事激光与太赫兹成像及图像处理等方面的研究。

本文电子版彩色效果请详见中国光学期刊网www.opticsjournal.net

激光与光电子学进展

于相位恢复法的研究中,张岩等⁽⁴⁾利用 GS 算法⁽¹¹⁾,以两幅及多幅全息图的幅值作为约束条件,在各记录面之间往复迭代来实现相位恢复,但由于没有设置物面的约束条件,收敛速度较慢。戎路等⁽⁵⁾利用归一化全息图的幅值和物面正吸收性作为约束条件,运用两幅不同采样距离的数字全息图进行迭代,在重建精度和收敛速度方面都能得到较好的结果,但采样距离的选取对重建结果影响较大⁽⁶⁾。

上述研究是在平面波条件下,利用多幅全息图迭代的情况。多幅全息图迭代可以提高算法的收敛速度 和数字全息再现像的精度,但多次记录势必会产生噪声和误差,且易造成平动和俯仰等现象,这就对装置的 精密度和记录条件的稳定性有了很高的要求。相比于多幅全息图的情况,单幅全息图的相位恢复法则较为 灵活,运算步骤少且抗干扰能力强。

相位恢复法在可见光和太赫兹波段的对比分析以及在太赫兹数字全息重建中噪声对算法的影响对于 重建算法的改进以及重建像质量的提高具有重要的意义。本文将戎路等⁶⁶提出的相位恢复法分别应用于可 见光和太赫兹数字全息中,并通过仿真研究了重建像的均方差随记录距离和记录间隔的变化情况,结果发 现当该算法应用在太赫兹波段时可以将两个记录面减少为一个记录面,简化了成像过程和算法。在太赫兹 数字全息中,本文研究了噪声对简化算法的影响。

2 相位恢复算法的基本原理

文献[5]的算法利用归一化全息图的幅值和物面正吸收性作为约束条件,模拟了光波在物面和两个记录 平面之间的来回独立传播过程,多次迭代后,最终起到减弱共轭像、提高重建像质量的作用。

在实际同轴数字全息的记录过程中,平行入射的太赫兹波通过物平面到达探测器,由探测器分别记录 下距离为z₁和z₂、对应强度为I₁和I₂的两幅全息图以及移去目标后相应位置处的光强分布 B₁和 B₂。这一 过程需要通过移动目标来实现,但为了便于说明算法的计算原理,迭代过程的示意图中改变的是记录平面 的位置,且迭代过程可以分为4个步骤,如图1所示。



Fig.1 Diagram of iterative process

第 1)步是将数字全息图 I_1 与相应的背景 B_1 相除,再开平方就可以得到归一化全息图的幅值 $A_1 = \sqrt{I_1/B_1}$ 。将幅值 A_1 乘以初始的假设相位 ϕ_1 作为记录平面 H_1 上光场的分布函数 U_1 :

$$U_1(x_1, y_1) = A_1 \exp[i\phi_1(x_1, y_1)] .$$
(1)

利用角谱衍射积分^[12]模拟光场 U₁从记录面 H₁到物平面 H₀的反向传播过程,从而得到物平面的光场分布 U₀:

$$U_{0}(x_{0}, y_{0}) = F^{-1} \left\{ F \left\{ U_{1}(x_{1}, y_{1}) \right\} H_{B}^{-1}(f_{x}, f_{y}) \right\},$$
(2)

$$H_{\rm B}^{-1}(f_x,f_y) = \exp\left[-ikz_1\sqrt{1-\left(\lambda f_x\right)^2 - \left(\lambda f_y\right)^2}\right],\tag{3}$$

式中 $H_{\rm B}^{-1}(f_x,f_y)$ 为反向角谱传递函数。

由于实验中的散射过程和物体的吸收,得到的物光场U。幅值不会增加而超过1,但由于孪生像与参考 波的干涉,会产生物平面负吸收现象,因此,为了消除共轭像,采用约束条件进行限制,即幅值超过1的区域, 幅值设定为1,相应的相位值设定为0。经过调制后,物光场变为U。。

激光与光电子学进展

第2)步是将利用约束条件调制后的物光场 U₀ 从物平面 H₀传递到记录面 H₂上,从而得到 H₂面上的光场 分布 U,:

$$U_{2}(x_{0}, y_{0}) = F^{-1} \left\{ F \left\{ U_{0}^{'} \right\} H_{B}(f_{x}, f_{y}) \right\},$$
(4)

$$H_{\rm B}(f_x,f_y) = \exp\left[ikz_2\sqrt{1-\left(\lambda f_x\right)^2-\left(\lambda f_y\right)^2}\right],\tag{5}$$

式中 $H_{\rm B}(f_x,f_y)$ 为正向角谱传递函数。

从光场 U_2 中将相位值 ϕ_2 提取出来,并乘以 H_2 平面上归一化全息图的幅值 $A_2 = \sqrt{I_2/B_2}$,得到 H_2 平面上 光场的分布函数 U_2 :

$$U'_{2}(x_{2}, y_{2}) = A_{2} \exp[i\phi_{2}(x_{2}, y_{2})].$$
(6)

第3)步同第1)步类似,也需要利用角谱衍射积分模拟光场U₂从记录面H₂到物面H₀的反向传播。根据 上述约束条件对得到的物光场进行设置。第4)步中,将第3)步中得到的新物光场传递回记录面H₁,并要求 幅值保持A₁不变,只将相位设置成传播后的新相位,以便作为下次迭代的起始数据,至此完成了一次迭代。 在迭代过程中,重建像的精度得到了提升。多次迭代后,可以达到消除共轭像的目的。

为了评估该算法在不同的记录距离对(即z₁和z₂)下迭代的收敛速度以及重建效果,引入了均方差(MSE)公式作为判据,其定义为

$$S_{n} = \frac{1}{M \times N} \sum_{\substack{\xi = 1, 2, \cdots, M \\ \eta = 1, 2, \cdots, N}} \left| \rho(\xi, \eta) - \rho_{0}(\xi, \eta) \right|^{2},$$
(7)

式中n为迭代次数, $\rho(\xi,\eta)$ 为恢复后的物光场分布, $\rho_0(\xi,\eta)$ 代表初始时物光波前的分布。改变记录距离对的大小,均方差越小,重建的效果越佳,从而实现了算法的优化。

3 仿真研究及分析

第2节中叙述了相位恢复法的迭代步骤。该算法需要记录两幅不同采样距离的全息图,以便提高重建 精度和收敛速度,但两个采样距离的选择对于重建精度有很大的影响。因此,通过仿真分别研究了该算法 在可见光波段和太赫兹波段的适用性,以及重建像均方差随记录距离和记录间隔的变化情况。

3.1 记录距离和记录间隔的研究

利用上述算法对目标进行重建,需要记录两幅全息图及相应的背景,记录间隔为Δz。为了说明记录距离 和记录间隔在可见光波段及太赫兹波段对该算法的影响,仿真中,可见光波段的参数选用文献[5]中的实验参数,而在太赫兹波段则使用实验中的参数,具体大小如表1所示,假定目标的吸收系数为0.8,相移大小为 π/4。 表1 仿真实验中的基本参数

Waveband	Wavelength / μ m	Number of elements /	Element	Target size /	Target
		pixel×pixel	spacing / μ m	pixel×pixel	$resolution/\mu\text{m}$
Visible light	0.660	1024×1024	6.7×6.7	135×405	300
Terahertz radiation	118.83	124×124	100×100	9×9	300

Table 1 Main parameters in the simulation experiments

令 $z_1 = z_2$,记录间隔 $\Delta z = 0$,即只记录一个位置处的全息图和背景来研究记录间隔为0时的影响。经过 多次实验,给均方差设置了一个临界值,即要想重建像的振幅和相移都恢复到预定值,均方差要小于10⁻¹⁰。 为了研究记录间隔为0时,图像整体的均方差随记录距离 z_1 的变化情况,在可见光时,记录距离的变化范围 为100~500 mm,太赫兹波时,记录距离的变化范围为1~100 mm。迭代50次后,得到的结果如图2所示, λ 表示波长。在可见光情况下,令 z_1 分别等于150 mm和200 mm,记录间隔由10 mm变为400 mm,从而得到 均方差随记录间隔 Δz 的变化情况,如图3所示。

从图 2 中可以发现在可见光情况下,当记录间隔为 0 时,虽然均方差随着记录距离的增大在逐渐变小, 但直到 $z_1 = 500 \text{ mm}$,误差依然远大于 10^{-10} ,无法使振幅和相位都恢复到预定值,若一直增大记录距离,系统 的横向分辨率会逐渐降低。而在太赫兹波段,当 $\Delta z = 0$ 时,只要记录距离大于 2 mm,重建像的振幅和相位

激光与光电子学进展

就能很好地恢复到预定值。另外,当记录距离 z₁等于150 mm或200 mm时,要想均方差小于10⁻¹⁰,可见光成像的记录间隔要求大于60 mm,如图3所示。令记录间隔为0,记录距离为300 mm,波长为660 nm时数字全息重建结果如图4所示。可以看到此时的振幅和相位不仅没有恢复到预定值,而且目标位置和背景的强度分布非常不均匀,重建效果并不理想。



图 2 记录间隔为0时均方差随记录距离的变化曲线。(a) λ =660 nm; (b) λ =118.83 μm

Fig.2 Change curves of MSE with recording distances when the recording interval is zero. (a) $\lambda = 660$ nm; (b) $\lambda = 118.83 \mu$ m



图 3 波长为 660 nm 时均方差随记录间隔的变化曲线。(a) z₁=150 mm; (b) z₁=200 mm

Fig.3 Change curves of MSE with recording intervals when the wavelength is 660 nm. (a) z_1 =150 mm; (b) z_1 =200 mm





由上述研究可知,相位恢复法对于可见光波段的数字全息成像,限制的条件较多,尤其是记录距离对(即 z₁和 z₂)的选取问题,但对于太赫兹波段的数字全息,由于衍射效应较强,两个记录距离的选取对于重建像几 乎没有影响,只有当记录距离小于或等于2mm时,才会产生影响,而在实验中不会出现这样的情况。因此, 可以简化该算法以用于太赫兹波段的数字全息,即将两次全息图记录过程变为一次。这样不仅可以不用考 虑记录距离对的选取问题,而且可以将4次记录过程缩减到2次,从而很大程度上减小了操作量和移动目标 时产生的误差,避免了平动和俯仰等的影响。

将简化后的相位恢复法用于太赫兹数字全息重建中,并与角谱法进行对比,重建结果如图5和图6所示,图中的红线为横向扫描线。仿真中,要求基本参数不变,记录距离为24mm,迭代次数为50。



图5利用简化算法重建的结果。(a)振幅;(b)相移

Fig.5 Reconstruction results by simplified algorithm. (a) Amplitude; (b) phase shift



图 6 利用角谱法重建的结果。(a) 振幅;(b) 相移

Fig.6 Reconstruction results by angular spectrum method. (a) Amplitude; (b) phase shift

对比分析图5和图6发现,相比于角谱法,利用简化后的相位恢复法可使重建像的振幅和相位都恢复到 预定值,目标和背景的强度分布均匀。另外,利用角谱法得到的重建像中,孔径效应明显,这也说明了该相 位恢复法还能在一定程度上抑制孔径效应。

3.2 噪声对重建结果的影响

将简化后的相位恢复法用于太赫兹数字全息重建,但由于太赫兹波并不稳定,在记录过程中会引入一定的噪声,因此有必要针对噪声对重建结果的影响进行讨论。只在背景中加入轻微的高斯噪声(平均值为 0),观察在噪声背景下该相位恢复法的恢复效果。得到的结果如图7和图8所示,δ为噪声方差。

由图7和图8可知,方差在0.005~0.05之间的背景噪声会对重建结果造成一定的影响,其中,相移部分受到的影响较大,而振幅受到影响较小。当噪声方差小于0.05时,虽然由于噪声影响,图像中会产生振荡,但振荡的幅度较小,且处在预定值附近,如果进行阈值处理,可以很大程度上消除噪声的影响。随着噪声方差的增大,重建结果逐渐变差,当方差为0.05时,可以看到振幅和相位都没有恢复到预定值,方差继续增大,重建像将被噪声淹没。



图7 不同噪声方差下重建像的振幅。(a) δ=0.005; (b) δ=0.01; (c) δ=0.03; (d) δ=0.05

Fig.7 Amplitude of reconstructed images under different noise variance. (a) $\delta = 0.005$; (b) $\delta = 0.01$; (c) $\delta = 0.03$; (d) $\delta = 0.05$



图 8 不同噪声方差下重建像的相移。(a) δ =0.005; (b) δ =0.01; (c) δ =0.03; (d) δ =0.05

Fig.8 Phase shift of reconstructed images under different noise variance. (a) $\delta = 0.005$; (b) $\delta = 0.01$; (c) $\delta = 0.03$; (d) $\delta = 0.05$ 同样条件下,将全息图和背景都加上噪声,二者噪声方差相等,得到的结果如图9和图10所示。

由图9和图10可以看到与只在背景中加入噪声的情况相比,当全息图和背景都加上噪声后,重建像被噪声污染得更加严重,相移的大小完全偏离预定义值。但此种情况更符合实际,这是因为在实际的记录过程中, 全息图和背景中都会存在噪声。说明该相位恢复法受噪声的影响较大,当全息图和背景都带有噪声时,相位 无法恢复到预定义值,而且重建像也会随着噪声的增大越来越模糊,直至完全被噪声掩盖。从仿真结果来看, 当噪声的方差小于0.03时,重建像还有较为完整的轮廓,一旦方差大于0.03,图像将会被噪声掩埋。另外,在实际的全息图记录中,可以用多帧取平均的方法获得全息图,此方法可以有效地降低噪声,提高信噪比。



Fig.9 Amplitude of reconstructed images under different noise variance. (a) $\delta = 0.005$; (b) $\delta = 0.01$; (c) $\delta = 0.02$; (d) $\delta = 0.03$



图 10 不同噪声方差下重建像的相移。(a) δ=0.005; (b) δ=0.01; (c) δ=0.02; (d) δ=0.03

Fig.10 Phase shift of reconstructed images under different noise variance. (a) $\delta = 0.005$; (b) $\delta = 0.01$; (c) $\delta = 0.02$; (d) $\delta = 0.03$

4 结 论

进行了基于相位恢复算法的连续太赫兹同轴数字全息成像研究。在可见光和2.52 THz 同轴数字全息的 仿真研究中,根据重建结果的均方差随记录距离和记录间隔的变化,证明对于太赫兹波段的数字全息,由于衍 射效应强,记录距离对的选取对于重建像几乎没有影响,只有当记录距离小于或等于2 mm时,才会产生影响。 因此在太赫兹数字全息重建时,将原算法中两个记录面减少为一个记录面。通过研究噪声对一次成像的影响, 发现算法受噪声的影响较大,当全息图和背景都带有噪声时,相位无法恢复到预定值。从仿真结果来看,当噪 声的方差小于 0.03 时,重建像还有较为完整的轮廓,一旦方差大于 0.03,图像将会被噪声掩埋。

参考文献

1 Li Qi, Ding Shenghui, Li Yunda, *et al.*. Advances in research of THz digital holography imaging[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(5): 050006.

李 琦,丁胜晖,李运达,等.太赫兹数字全息成像的研究进展[J].激光与光电子学进展,2012,49(5):050006.

2 Li Qi, Hu Jiaqi. Experimental investigation on recording distance of terahertz Gabor in-line digital holography[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(2): 0209020.

李 琦, 胡佳琦. 太赫兹 Gabor 同轴数字全息记录距离实验研究[J]. 中国激光, 2014, 41(2): 0209020.

- 3 Li Qi, Hu Jiaqi, Yang Yongfa. Comparisons of restoration methods on two-dimensional reconstructed images of THz in-line digital hologram[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(s1): s109010.
- 李 琦,胡佳琦,杨永发.太赫兹同轴数字全息二维再现像复原方法比较[J].中国激光,2014,41(s1):s109010.
- 4 Zhang Y, Pedrini G, Osten W, *et al.*. Whole optical wave field reconstruction from double or multi in-line holograms by phase retrieval algorithm[J]. Opt Express, 2003, 11(24): 3234-3241.
- 5 Rong L, Pan F, Xiao W, *et al.*. Twin image elimination from two in-line holograms via phase retrieval[J]. Chin Opt Lett, 2012, 10(6): 060902.
- 6 Han Bing, Xiao Wen, Pan Feng, *et al.*. Optimization of space sampling distance of phase retrieval algorithm for in-line digital holography[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(12): 120903.
- 韩 冰,肖 文,潘 锋,等.同轴数字全息相位恢复算法采样距离优化研究[J].激光与光电子学进展,2012,49(12):120903.

7 Liu G, Scott P D. Phase retrieval and twin-image elimination for in-line Fresnel holograms[J]. JOSA A, 1987, 4(1): 159-165.

- 8 Latychevskaia T, Fink H W. Simultaneous reconstruction of phase and amplitude contrast from a single holographic record[J]. Opt Express, 2009, 17(13): 10698–10705.
- 9 Latychevskaia T, Fink H W. Solution to the twin image problem in holography[J]. Phys Rev Lett, 2007, 98(23): 233901.
- 10 Rong L, Li Y, Liu S, *et al.*. Iterative solution to twin image problem in in-line digital holography[J]. Opt Laser Eng, 2013, 51(5): 553–559.
- 11 Gerchberg R W, Saxton W O. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures[J]. Optik, 1972, 35: 237–246.
- 12 Nicola S D, Finizio A, Pierattini G. Angular spectrum method with correction of anamorphism for numerical reconstruction of digital holograms on tilted planes[J]. Opt Express, 2005, 13(24): 9935–9940.