

三子镜稀疏孔径双反系统子镜装调误差对成像质量的影响

胡孟孟¹ 陈宝华¹ 姜慧¹ 李勋武² 吴泉英²

¹苏州大学物理与光电·能源学部, 江苏 苏州 215006

²苏州科技学院数理学院, 江苏 苏州 215009

摘要 介绍了三子镜稀疏孔径双反系统的结构, 推导其广义光瞳函数, 并阐述三子镜稀疏孔径双反系统的成像原理。对光学系统中的一个子镜分别引入平移误差和倾斜误差, 用Zernike多项式表示这两种误差, 并用Matlab软件对有误差的系统进行模拟成像。提出相对模糊度函数, 并用其对成像的质量进行评价, 给出随着子镜平移误差或倾斜误差的增大, 所成图像相对模糊度的变化曲线, 分析子镜误差对系统成像质量的影响。结果表明: 三子镜稀疏孔径双反系统子镜平移误差和倾斜误差对系统成像质量造成的影响规律不同, 系统所成图像的相对模糊度随平移误差的增大呈周期性变化, 随倾斜误差的增大而单调增大, 倾斜误差比平移误差对成像质量的影响更大一些。因此, 装调时对倾斜误差的控制要比对平移误差的控制更加严格。

关键词 成像系统; 稀疏孔径; 平移误差; 倾斜误差; 相对模糊度; 成像质量

中图分类号 O438

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP52.011101

Influence of Alignment Error of the Three Sub-Mirrors Sparse Aperture Two-Mirror System on Imaging Quality

Hu Mengmeng¹ Chen Baohua¹ Jiang Hui¹ Li Xunwu² Wu Quanying²

¹College of Physics, Optoelectronics and Energy of Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215006, China

²School of Mathematics and Physics, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou, Jiangsu 215009, China

Abstract The structure of three sub-mirrors sparse aperture two-mirror system is introduced. The generalized pupil function and imaging principle of the system are derived. One of the three sub-mirrors has piston error and tilt error. The errors are represented by Zernike polynomials, which are imported in simulation of imaging with Matlab. Relative ambiguity resolution is advanced to evaluate imaging quality of the system. Through the relationship between the errors and the relative ambiguity resolution, the influence of sub-mirror errors to imaging quality is analyzed. The results show that the impact on imaging quality with piston error is different from that with tilt error. With the increase of the error, the relative ambiguity resolution periodically changes with piston error but monotonically increases with tilt error. Tilt error affects the quality of imaging more than piston error does, so we should control tilt error more strictly than piston error.

Key words imaging system; sparse aperture; piston error; tilt error; relative ambiguity resolution; imaging quality

OCIS codes 110.1758; 110.2960; 100.1160

1 引言

稀疏孔径光学系统是由一定规则空间分布、互相干的多个较小口径光学系统或反射镜面合成的一个大

收稿日期: 2014-05-24; 收到修改稿日期: 2014-08-01; 网络出版日期: 2014-12-29

基金项目: 国家自然科学基金(61378056)、江苏省企业研究生工作站和江苏省大学生实践创新训练项目

作者简介: 胡孟孟(1989—), 男, 硕士研究生, 主要从事光学仪器与光学设计等方面的研究。

E-mail: hmwjs@163.com

导师简介: 吴泉英(1965—), 女, 博士, 教授, 主要从事光学设计与图像信息处理等方面的研究。

E-mail: wqcyh@mail.usts.edu.cn(通信联系人)

口径光学系统。与传统单一大口径望远系统相比,稀疏孔径光学系统体积小、重量轻,而分辨率与其基本相当,是一类发展前景较好的光学系统。

双反系统是一种常用的望远系统,由主镜和次镜两个反射镜组成。对于主镜口径较大的双反系统,可以采用稀疏孔径结构。在稀疏孔径系统中,通常由于子镜存在装调误差而导致系统的成像质量降低,因此准确地检测系统的装调误差是稀疏孔径成像系统面临的问题之一。子镜的装调误差主要有两种^[1-3]: 平移误差,其表示子镜相对于理想位置沿主光轴方向有平移时产生的波前相位平移;倾斜误差,分别是子镜相对于理想位置绕 x 轴、 y 轴有倾斜时产生的波前相位倾斜。

2007年 Nicholas J Miller 等^[4]对 Golay-9 稀疏孔径系统中子镜存在平移误差和倾斜误差时的点扩展函数(PSF)和调制传递函数(MTF)进行了分析;2012年范君柳^[5]等对 Golay-3 稀疏孔径系统中子镜存在平移误差和倾斜误差时进行了模拟成像并对 PSF 和 MTF 进行了分析;还有些研究是对稀疏孔径系统成像质量的其他评价方法进行了分析^[6-9]。

本文分别对单个子镜存在平移误差、倾斜误差的系统进行分析,对一幅图像进行模拟成像,用相对模糊度对成像的结果进行评价,具体地说明了这两种误差对成像质量的影响。

2 原 理

2.1 三子镜稀疏孔径双反系统的光瞳函数

三子镜稀疏孔径双反系统的结构如图 1 所示,主镜由分布在同一个球面内曲率半径相同、直径相等的三个子镜组成,它们都为球面反射镜。

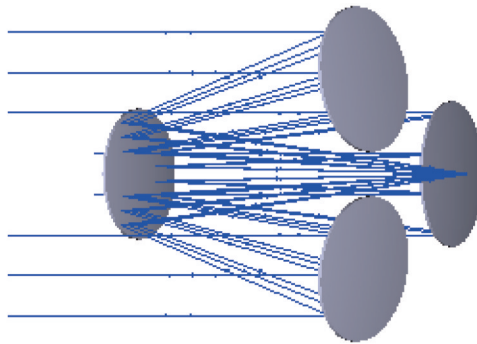


图 1 系统的结构图

Fig.1 Structure of the system

建立如图 2 所示坐标系,坐标原点 o 为主镜的球心, y 轴方向垂直于纸面向里, z 轴沿主光轴方向。三个子镜的曲率半径均为 R ,直径为 d ,包围三个子镜的孔径口径为 D 。

在图 2 中标出了主镜的包围孔径、子镜以及次镜沿 z 轴方向在 xoy 平面上的投影。主镜包围孔径的投影是一个以原点为圆心的正圆,以虚线表示;三个子镜在入瞳平面内的投影为三个椭圆,三个椭圆短轴所在的直线均通过坐标原点且互成 120° ,其中子镜 1 投影椭圆的短轴与 x 轴重合;次镜的投影是以原点为圆心的正圆,以粗线表示。投影面上,次镜与子镜重叠的阴影部分为次镜对主镜(三个子镜)的遮拦,阴影部分的面积与三子镜的总面积之比为遮拦比。

子镜 1 在主镜中的位置如图 3 所示, α 表示包围孔径边缘到原点 o 的连线与 z 轴的夹角, β 表示子镜中心到原点 o 的连线与 z 轴的夹角:

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{D}{2R}\right), \beta = \arcsin\left(\frac{d}{2R}\right). \quad (1)$$

子镜 1 在 xoy 面上投影得到的椭圆的长轴、短轴分别为^[10]:

$$2a = d, 2b = d \cos(\alpha - \beta). \quad (2)$$

由图 2 和图 3 中给出的几何关系,可以得到三个椭圆中心的极坐标和直角坐标分别为 $(l, \varphi_n), (x_n, y_n), n = 1, 2, 3$; 其中:

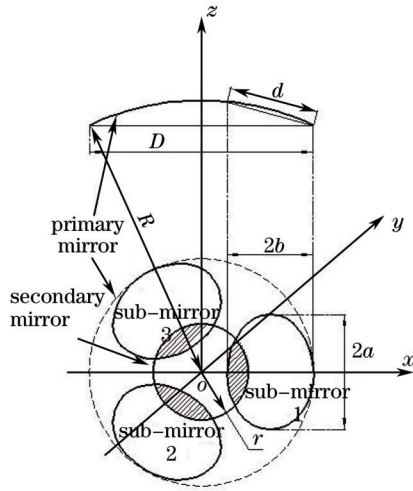
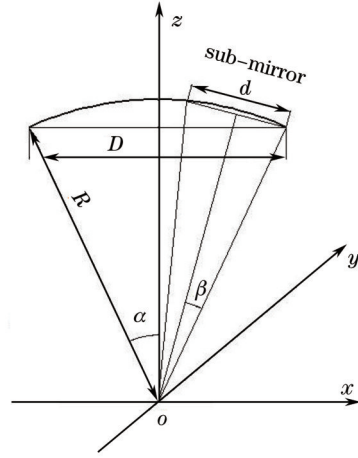
图2 子镜和次镜在 xoy 平面的投影Fig.2 Projection of the sub-mirrors and the secondary mirror on the plane xoy 

图3 子镜的位置图

Fig.3 Location of the sub-mirror

$$\begin{cases} l = \sqrt{R^2 - \frac{d^2}{4}} \sin(\alpha - \beta) \\ \varphi_n = 0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \end{cases}, \begin{cases} x_n = l \cos \varphi_n \\ y_n = l \sin \varphi_n \end{cases}, \quad (3)$$

φ_n 表示三个椭圆的短轴与 x 轴的夹角。三个椭圆的方程可以表示为:

$$C_n: \frac{[(x - x_n) \cos \varphi_n + (y - y_n) \sin \varphi_n]^2}{b^2} + \frac{[-(x - x_n) \sin \varphi_n + (y - y_n) \cos \varphi_n]^2}{a^2} = 1; n = 1, 2, 3, \quad (4)$$

C_n 所围成的区域为三个子镜在 xoy 面上的投影。光瞳沿 z 轴方向上投影和在入瞳平面内的投影相同, 故光瞳函数就可以用沿 z 轴方向的投影来表示, 光瞳函数为:

$$P(x, y) = P_E(x, y) \sum_{n=1}^3 \{P_n(x, y) \exp[i \cdot \phi(x, y)]\}, \quad (5)$$

式中

$$P_E(x, y) = 1 - \text{circ}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r}\right), \quad (6)$$

$$P_n(x, y) = \begin{cases} 1, (x, y) \in \Omega_n \\ 0, (x, y) \notin \Omega_n \end{cases}. \quad (7)$$

(5) 式为三子镜稀疏孔径广义光瞳函数, 其中 $P_E(x, y)$ 表示次镜对构成主镜的三个子镜形成的遮拦, r 表示次镜的口径, $\phi(x, y)$ 为相位因子。

2.2 成像原理

成像的过程可以描述为, 首先通过光瞳函数计算出光学系统的点扩展函数, 然后利用点扩展函数与目标图像的卷积, 得到像平面上的光强分布。

对光瞳函数进行傅里叶变换, 然后求模方得到系统的点扩展函数^[11]:

$$h(x, y) = |\mathcal{F}\{P(x, y)\}|^2. \quad (8)$$

计算目标图像和点扩展函数的卷积, 得到目标通过系统后所成的图像。

$$I_i(x, y) = I_o(x, y) \otimes h(x, y), \quad (9)$$

式中 $I_i(x, y)$ 表示像面上的光强分布, $I_o(x, y)$ 表示物面上目标的光强分布。

对三子镜稀疏孔径中的子镜 1 分别引入平移误差和倾斜误差。该子镜的光瞳函数将会有有一个附加波像差, 该波像差可以用 Zernike 多项式表示。Zernike 多项式的前三项分别对应波前的平移误差、绕 x 轴的倾斜误差和绕 y 轴的倾斜误差引起的像差, 因此本文中 Zernike 多项式只考虑前三项:

$$\phi(x,y) = \alpha_1 \cdot Z_1 + \alpha_2 \cdot Z_2 + \alpha_3 \cdot Z_3. \quad (10)$$

Zernike 多项式在直角坐标系中前三项表达式为:

$$\begin{cases} Z_1 = 1 \\ Z_2 = x \\ Z_3 = y \end{cases}. \quad (11)$$

Zernike 系数和平移量、倾斜量的关系为^[12]:

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot p \\ \alpha_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2a\theta_x, \\ \alpha_3 = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2b\theta_y \end{cases}, \quad (12)$$

子镜的平移误差和倾斜误差可通过 α_1 、 α_2 、 α_3 来表示。其中 p 表示子镜平移量, 为波长量级。 θ_x 为子镜相对于 x 轴的倾斜角, 单位为弧度, θ_y 为子镜相对于 y 轴的倾斜角, 单位为弧度。倾斜量 $2a\theta_x$ 表示子镜绕 x 轴旋转引起的波面倾斜峰谷值, 为波长量级; 倾斜量 $2b\theta_y$ 表示子镜绕 y 轴旋转引起的波面倾斜峰谷值, 为波长量级。

2.3 评价方法

系统有装调误差时, 成像的分辨率下降, 细节变得模糊, 图像中各像素的灰度值会向灰度均值靠近。对不同的灰度赋相应的权值, 令图像灰度均值具有最高的权值, 其他各灰度值对应权值的大小与此灰度值到均值的距离成反比, 权值与灰度值的对应关系如下^[13]:

$$w(l_{ij}) = \begin{cases} \frac{l_{ij}}{l_{av}}, & l_{ij} < l_{av} \\ \frac{255 - l_{ij}}{255 - l_{av}}, & l_{ij} \geq l_{av} \end{cases}, \quad (13)$$

式中

$$l_{av} = \frac{\sum_{(i,j)} l_{ij}}{M \times N}, \quad (14)$$

式中 l_{ij} 是图像第 i 行第 j 列像素的灰度值, l_{av} 是图像的灰度均值, $w(l_{ij})$ 是灰度值 l_{ij} 对应的权值。为保证分母不为零, 规定用此方法进行评价的图像不能所有像素的灰度值都为 0 或者都为 255。

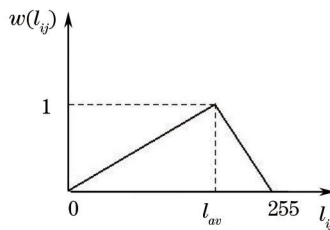


图4 不同灰度值对应的权值

Fig.4 Grayscale values corresponding to different weights

定义模糊度为:

$$s = \frac{1}{M \times N} \sum_{(i,j)} \left[\frac{l_{ij}}{l_{av}} \cdot w(l_{ij}) \right], \quad (15)$$

式中 M 、 N 分别表示图像行和列中像素的个数, $M \times N$ 表示图像所含像素的个数。

设想一幅图像, 其灰度值只包含 0 和 255, 每个像素的权值 $w(l_{ij})$ 都等于 0, 此时图像对比度大, 图像非常清晰。若图像每个像素的灰度值都向灰度均值 l_{av} 靠近, 图像逐渐变得模糊, 当图像模糊到极限情况时, 图像中每一像素的灰度值都等于灰度均值 l_{av} , 每个像素的权值 $w(l_{ij})$ 都等于 1, $\frac{l_{ij}}{l_{av}}$ 也都等于 1, 此时 $s=1$, 即对比度为 0。所以模糊度在 0~1 之间的数值越大, 表示图像越模糊。

为在本文的光学系统中寻求光学系统存在装调误差前后,所成的图像质量的变化情况,定义相对模糊度为:

$$\Delta s = \frac{s - s_0}{s_0}, \quad (16)$$

s_0 为子镜无误差时所成像的模糊度, s 为子镜有一定误差时所成像的模糊度。有误差时系统成像越模糊,相对模糊度的数值越大。下文分析误差和成像质量的关系,均用相对模糊度描述。

3 计算机模拟结果及分析

为模拟成像,选用一个较为常规的光学系统,口径为 200 mm,系统 F 数为 2.6,主镜 F 数为 1.2,焦点伸出量为 40 mm。根据双反系统的设计步骤^[4],确定初始结构,并通过 Zemax 进行优化,最后确定系统的结构参数如表 1 所示。

表 1 三子镜稀疏孔径双反系统的参数

Table 1 Structure parameters of the system

Parameters	Value
F number of the system	2.6
Focal point extension	40 mm
Wavelength of the system	550 nm
Spacing between primary mirror and sub-mirror	151.8 mm
Diameter of primary mirror	200 mm
F number of primary mirror	1.2
Curvature radius of primary mirror	-480 mm
Eccentricity of primary mirror	0
Diameter of secondary mirror	72 mm
Curvature radius of secondary mirror	-327 mm
Eccentricity of secondary mirror	-9.98
Diameter of sub-mirror	80 mm
Long shaft of projection oval	80 mm
Short shaft of projection oval	79.36 mm
Obscuration ratio	9.6%

采用 cameraman 作为目标图像,用 Matlab 软件对成像进行模拟,无装调误差时像平面上的光强度分布如图 5 所示。

对子镜 1 分别引入平移误差、倾斜误差,研究其所成图像的相对模糊度的变化规律。当子镜 1 只存在平移误差,且平移量在 p 在 $[0, 2d]$ 间变化时,相对模糊度的变化情况如图 6 所示。

图 6 中横坐标为子镜平移量 p ,纵坐标为相对模糊度函数 Δs 。由图 6 可见,当平移量逐渐增大时,相对模糊度的值会呈现以波长为单位的周期性变化。对此,根据广义光瞳函数的表达式可得:



图 5 无误差时系统所成的像
Fig.5 Image with no error

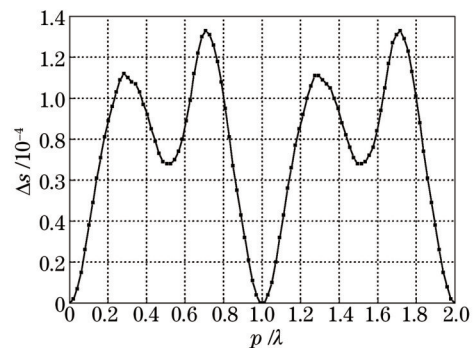


图 6 相对模糊度随子镜平移量的变化曲线
Fig.6 Relationship between relative ambiguity resolution and piston error

$$P(x,y) = P_E(x,y) \sum_{n=1}^3 \{P_n(x,y) \exp[i \cdot \phi(x,y)]\} = P_E \cdot \sum_{n=1}^3 [P_n \cdot (\cos \phi + i \cdot \sin \phi)]. \quad (17)$$

当只存在平移误差时, 相位因子为:

$$\phi(x,y) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot p. \quad (18)$$

通过(18)式可知, $\phi(x,y) = 2\pi$ 即 $p = \lambda$ 为广义光瞳函数, 为一个周期, 因此图6的曲线呈周期性变化, 周期为一个波长。

通过图6可知, 在一个周期内, 当子镜平移量 $p = 0.71\lambda$ 时, 相对模糊度最大, $\Delta_s = 1.32 \times 10^{-4}$, 图像最为模糊, $p = 0.71\lambda$ 时成像图如图7所示。

当子镜1只存在绕 x 轴的倾斜误差, 且倾斜量 $2a\theta_x$ 在 $[0, 2\lambda]$ 间变化时, 相对模糊度的变化情况如图8所示。



图7 当子镜平移量 $p = 0.71\lambda$ 时所成的像

Fig.7 Image with piston error $p = 0.71\lambda$

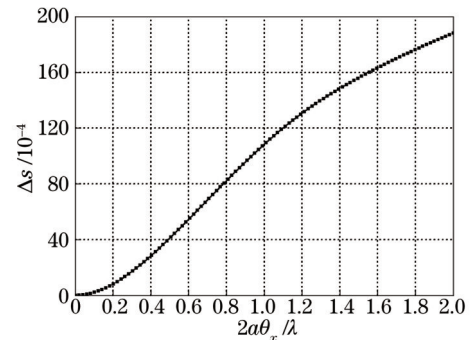


图8 相对模糊度随子镜 x 轴倾斜量 $2a\theta_x$ 的变化曲线

Fig.8 Relationship between relative ambiguity resolution and tilt x error

图8中横坐标为子镜倾斜量 $2a\theta_x$, 纵坐标为相对模糊度函数 Δ_s 。由图8可得, 当倾斜量逐渐增大时, 相对模糊度的值越来越大, 成像质量越来越差。当子镜倾斜量 $2a\theta_x = 0.71\lambda$ 时, 相对模糊度 $\Delta_s = 6.99 \times 10^{-3}$, 是平移误差 $p = 0.71\lambda$ 时的52.95倍。当倾斜量 $2a\theta_x = 0.71\lambda$ 时成像图如图9所示。

当子镜1只存在绕 y 轴的倾斜误差, 且倾斜量在 $2b\theta_y$ 在 $[0, 2\lambda]$ 间变化时, 相对模糊度的变化情况如图10所示。

图10中横坐标为子镜倾斜量 $2b\theta_y$, 纵坐标为相对模糊度函数 Δ_s 。由图10可得, 当倾斜量逐渐增大时, 相对模糊度的值越来越大, 成像质量越来越差。当子镜倾斜量 $2b\theta_y = 0.71\lambda$ 时, 相对模糊度 $\Delta_s = 9.31 \times 10^{-3}$, 是平移误差 $p = 0.71\lambda$ 时的70.53倍。当倾斜量 $2b\theta_y = 0.71\lambda$ 时成像图如图11所示。



图9 倾斜量 $2a\theta_x = 0.71\lambda$ 时所成的像

Fig.9 Image with tilt error $2a\theta_x = 0.71\lambda$

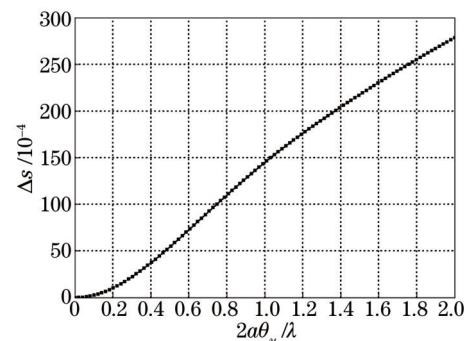


图10 相对模糊度随子镜 y 轴倾斜量 $2b\theta_y$ 的变化曲线

Fig.10 Relationship between relative ambiguity resolution and tilt y error

通过图6相对模糊度随误差的变化规律, 说明对于平移误差, 平移量 p 的大小对系统成像质量的影响是周期性变化的; 通过对比图8和图10, 绕 x 轴、 y 轴的倾斜误差对成像相对模糊度的影响规律基本相同, 倾斜量 $2a\theta_x$ 、 $2b\theta_y$ 的值越大, 相对模糊度的值越大, 图像越模糊, 而且远大于相同大小的平移量对系统成像质量的影响。

图 11 倾斜量 $2b\theta_y = 0.71\lambda$ 时所成的像Fig.11 Image with tilt error $2b\theta_y = 0.71\lambda$

4 结 论

通过推导光瞳函数,得到带有相位信息的广义光瞳函数,利用Zernike多项式,将系统的装调误差转换成波像差,将平移误差、绕 x 轴的倾斜误差和绕 y 轴的倾斜误差分别引入到系统中,并进行模拟成像。定义模糊度和相对模糊度,用相对模糊度对有误差系统所成的图像进行了分析。平移误差对系统成像质量的影响是周期性变化的,而对于两种倾斜误差,图像质量随倾斜量的变大而变得越来越模糊。存在平移误差,子镜平移量 $p = 0.71\lambda$ 时,图像相对模糊度最大,图像最为模糊。存在绕 x 轴的倾斜误差,子镜倾斜量 $2a\theta_x = 0.71\lambda$ 时,相对模糊度是只存在平移误差时的 52.95 倍;存在绕 y 轴的倾斜误差,子镜倾斜量 $2b\theta_y = 0.71\lambda$ 时,相对模糊度是只存在平移误差时的 70.53 倍,可见子镜倾斜时图像的相对模糊度远大于子镜有相同值的平移量时图像的相对模糊度,即对系统成像质量的影响方面,倾斜误差远大于平移误差。因此,系统在装调过程中,需要严格控制倾斜误差。

参 考 文 献

- 1 Natalia Yaitskova, Kjetil Kohlen. Tip-tilt error for extremely large segmented telescopes: detailed theoretical point-spread-function analysis and numerical simulation results[J]. J Opt Soc Am A, 2002, 19(7): 1274-1285.
- 2 Wizinowich P, McLeod B, Lloyd-Hart M, *et al.*. Adaptive optics for array telescopes using piston-and-tilt wave-front sensing[J]. Appl Opt, 1992, 31(28): 6036-6046.
- 3 Yi Hongwei. Study on the Key Issues of the Optical Sparse-Aperture Imaging Systems[D]. Xi'an: Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2007. 60-71.
易红伟. 光学稀疏孔径成像系统关键问题研究[D]. 西安: 中国科学院西安光学精密机械研究所, 2007. 60-71.
- 4 Nicholas J Miller, Matthew P Dierking, Bradley D Duncan. Optical sparse aperture imaging[J]. Appl Opt, 2007, 46(23): 5933-5943.
- 5 Fan Junliu, Wang Jun, Wu Quanying, *et al.*. Tilt error of golay3 telescope system[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(11): 111102.
范君柳, 王 军, 吴泉英, 等. Golay3 望远镜系统的倾斜误差[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(11): 111102.
- 6 Shen Tingting, Wu Quanying, Wang Fuliang, *et al.*. Analysis of piston error for the Golay6 configuration[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(9): 091101.
沈婷婷, 吴泉英, 王福亮, 等. Golay6 结构径向平移误差分析[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(9): 091101.
- 7 Wang Fuliang, Wu Quanying, Fan Junliu, *et al.*. Study on beam combining errors of phased telescope array[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(6): 0616003.
王福亮, 吴泉英, 范君柳, 等. 共相位望远镜阵列的光束耦合问题研究[J]. 中国激光, 2012, 39(6): 0616003.
- 8 Liu Jun, Jiang Hui, Wang Jun, *et al.*. Study on the torus sparse aperture[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(11): 111101.
柳 军, 姜 慧, 王 军, 等. 环面形稀疏孔径的研究[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(11): 111101.
- 9 Wang Youqing, Tan Zhijie, Fan Junliu, *et al.*. Comparative research on three sub-apertures and three arms sparse aperture systems[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2013, 50(12): 121101.

- 王友清, 谈志杰, 范君柳, 等. 三子镜与三臂形稀疏孔径的对比研究[J]. 激光与光电子学进展, 2013, 50(12): 121101.
- 10 Wang Fuliang. Design on Golay3 Telescope Systems and Study on Tilt Errors[D]. Suzhou: Soochow University, 2012. 44-50.
王福亮. Golay3望远系统的设计及其 tilt 误差研究[D]. 苏州: 苏州大学, 2012. 44-50.
- 11 Wu Quanying. Study on the Sparse Aperture Optical Systems[D]. Suzhou: Soochow University, 2006. 18-19.
吴泉英. 稀疏孔径光学系统成像研究[D]. 苏州: 苏州大学, 2006. 18-19.
- 12 Wu Q, Fan J, Wu F, *et al.*. Error analysis of the Golay3 optical imaging system[J]. Appl Opt, 2013, 52(13): 2966-2973.
- 13 Pang Shengli. The Research on Image Blur Assessment[D]. Xi'an: Xi'an University, 2010. 21-33.
庞胜利. 图像模糊度评价研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2010. 21-33.
- 14 Pan Junhua. The Design, Manufacture and Test of the Aspherical Optical Surfaces[J]. Beijing: Science Press, 1994. 11-44.
潘君骅. 光学非球面的设计、加工与检验[M]. 北京: 科学出版社, 1994. 11-44.

栏目编辑: 殷建芳