# 一种伽码激光的实现方式

陈世浩1,2 陈紫微3,4,5

'云南大学岳虹高等研究院,云南 昆明 650091 \*东北师范大学理论物理研究所,吉林 长春 130024 \*中国科学院电磁辐射与探测技术重点实验室,北京 100190 \*中国科学院大学,北京 100049 \*麻省理工学院,美国

摘要 提出了波长为 $\lambda_i$ 的入射激光与速度为 $v_0$ 、通过波长为 $\lambda_x$ 周期磁场的电子束背散射产生波长 $\lambda_i$ 激光的方案。只要 $v_0$ 足够大,就有 $\lambda_i$ 远小于 $\lambda_i$ 。扭摆磁铁覆盖有缝隙的超导片后, $\lambda_x$ 虽不变,但有效背散射区纵向长度s能显著减小。 足够强的入射激光也能使s显著减小。与电子束平行的激光谐振腔能产生强度足够大的入射激光。这样,波长 $\lambda_i$ 激光就能实现。即使出射激光的光子数少于入射激光光子数,出射激光的功率仍可以大于入射激光的功率。 关键词 激光器;  $\gamma$  – 激光;光子–电子背散射;相干条件;自由电子激光 中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP51.091403

# A Realization Way of the Gamma Laser

Chen Shihao<sup>1,2</sup> Chen Ziwei<sup>3,4,5</sup>

 <sup>1</sup>Yuehong Institute for Advanced Study, Yunnan University, Kunming, Yunnan 650091, China
 <sup>2</sup>Institute of Theoretical Physics, Northeast Normal University, Changchun, Jilin 130024, China
 <sup>3</sup>Key Laboratory of Microwave and Electromagnetic Radiation, Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China
 <sup>4</sup>University of Chinese Academy of Scineces, Beijing 100049, China
 <sup>5</sup>Massachusetts Institute of Technology, United States

**Abstract** A scheme is investigated that laser with wavelength  $\lambda_i$  is produced by backscattering of incident laser with wavelength  $\lambda_i$  and an incident electron beam with its velocity  $v_0$  passing through a magnetic field with its period  $\lambda_u$ . The characteristics of the scheme are as follows. Provided that  $v_0$  is large enough,  $\lambda_i \gg \lambda_i$ . When superconductivity sheets with their gaps cover the waggle magnets, or when incident laser is strong enough, the longitudinal length of effective backscattering region *s* can markedly decrease. Thus, the laser with its wavelength  $\lambda_i$  can be realized. A laser resonator parallel with the incident electron beam is larger than that of an incident laser beam, although the number of the photons of the outputting laser beam is less than that of the incident laser beam.

**Key words** lasers; *γ* – laser; photon–electron backscattering; coherent conditions; free–electron lasers **OCIS codes** 140.3430; 140.2600; 290.1350; 140.3610; 140.3613

1 引 言

迄今为止,主要有两类激光器。一种是粒子(原子、分子、离子)能级跃迁后,受激辐射激光器;一种是自由电子激光器(FEL)<sup>[1]</sup>。1980年FEL高增益理论被提出<sup>[2]</sup>,几年后被证实<sup>[3-4]</sup>。现在FEL主要有两大类,一类

基金项目: tau-charm physics research KJ(x2-yw-N29)

收稿日期: 2013-11-02; 收到修改稿日期: 2013-12-18; 网络出版日期: 2014-08-06

作者简介:陈世浩(1946—),男,教授,主要从事统一理论、宇宙学、无发散量子场论、暗物质、激光理论等方面的研究。 E-mail:shchen@nenu.edu.cn

是自放大自发辐射(SASE)模式,另一类是利用种子激光的高增益高次谐波放大(HGHG)模式。SASE于 1997年被实验证实<sup>[5]</sup>,HGHG于1991年被提出<sup>[6]</sup>,2000年被证实<sup>[7]</sup>。SASE结构相对简单、波长可调。2009年 已实现了波长为0.15 nm的激光<sup>[8]</sup>,2011年实现了波长为0.06 nm硬X射线激光<sup>[9]</sup>。不足的是,SASE输出激 光纵向相干性不很好,激光功率起伏大,短波长激光波荡器很长。这是必然的,因为难以构成、甚至于不能 制作短波长激光谐振腔,不能依靠谐振腔增大输出激光功率。HGHG的全相干性很好,但由于输出波长必 须是种子激光的高次谐波,所以波长不能连续可调,单级HGHG也难以实现X-激光。

这两种 FEL都有了很大发展。我国科学家也在这一领域做出了很好的工作。2010年在 SDUV-FEL上 实现了 347 nm HGHG-FEL 饱和输出<sup>101</sup>,采用连续可调的种子激光,SDUV-FEL实现了 HGHG 输出波长的 连续调谐<sup>111</sup>。

为了得到更短波长的激光,Yu等<sup>[12-13]</sup>提出了级联HGHG方案,并已在SDUV-FEL和FEIMI装置上得到 验证<sup>[14-15]</sup>。由于输入和输出的信噪比以谐波次数的平方增加等原因,级联HGHG方案能实现的短波激光实际上是受限制的。

以上这些激光器的共同特点是,它们都是受激辐射。由以上所述,这些激光器由于各自的特点,它们都 难以实现 γ-激光。因此,探索新原理基础上、能制作波长足够短激光的激光器是必要的<sup>[16-17]</sup>。

本文提出方案的基本思想是,入射激光与通过周期磁场的高速单色电子束背散射产生短波长激光;不同于 FEL 中的群聚,所提方案中的有效背散射区的长度决定了短波长激光能否实现。计算表明,这一方案可以实现短波长激光。

2 光子-电子背散射激光器原理与主要结构

## 2.1 光子-电子背散射激光器产生激光的条件

本方案产生激光的方式是,一个激光束与通过周期磁场的单色电子束背散射产生短波长激光。这种方 式产生短波长激光的条件为

1) 为产生能量足够高的光子,如  $\gamma$  光子,入射激光光子的能量和电子速度  $v_0$  (大小为  $v_0$ )应足够高,而且 单色性好;

2) 背散射光波长和相位都应相同。为此,电子束应该通过周期性磁场,且入射激光的波长 λ<sub>i</sub>、出射光的 波长 λ<sub>i</sub>、周期磁场的波长 λ<sub>a</sub>及电子初速度值的 v<sub>a</sub>应满足

$$n\lambda_{f} = (\beta_{0}^{-1} - 1)\lambda_{w}, \quad \beta_{0} = v_{0}/c, \quad n = 1, 2, \cdots,$$
(1)

$$\lambda_{w} = l\lambda_{i}, \qquad \lambda_{i} = m\lambda_{i}, \qquad l, m = 1, 2, \cdots;$$
<sup>(2)</sup>

3) 电子有效背散射区纵向长度 s 满足

$$s < \frac{1 + \beta_0}{1 + \beta_0 p_i / p_0} \lambda_i / 4 \approx (1 + \beta_0) \lambda_i / 4, \quad p_\lambda = \hbar k_i.$$
(3)

#### 2.2 对条件的解释

2.2.1 对条件1)与2)的解释

由光子-电子背散射的表达式容易看出,只有条件1)满足,背散射光子的能量才能足够高。条件1)与传统自由电子激光的干涉条件相同,机理也一样。条件2)~3)是本方案提出的要求。波长为λ,的入射激光振幅可以很大,它对电子束的调制作用不可忽略。当条件2)满足时,两个相距λ,的电子运动状态相同,入射激光的相位与波长也都相同,因此反射波的相位与波长必然都相同。因此,来自相距λ, 的电子背散射光能够相干,成为激光,这等效于受激辐射产生的激光。

2.2.2 对条件3)的解释

2.2.2.1 有效背散射区

按本方案,入射激光与入射电子束方向相反,在扭摆磁铁区激光光子与电子对撞。电子从右向左入射, Z轴平行于 v<sub>0</sub>(向左);X轴垂直于Z轴、向外;Y轴垂直于Z轴和X轴、向上。磁场平行于Y轴。入射激光平行 于Z轴、从左向右入射,偏振方向平行于X轴。

由于周期磁场对电子的作用,单电子的运动轨迹如图1所示。虽然磁场中电子速率未变,但速度的Z分

#### 激光与光电子学进展

量  $v_x$ 却周期性地变化,周期就是  $\lambda_x$ ,而密度周期是  $\lambda_x/2$ 。在经典物理意义上,图1中,只有  $A_j$ 点电子的动量 平行于 Z轴、达到  $v_x$ 的最大值  $v_0$ ,因此只有  $A_j$ 点的电子才能与入射激光发生背散射。但在量子力学的意义 上,有确定动量的粒子在其波包中的位置并不确定。即具有动量  $p_0 = m_0 v_0 / \sqrt{1 - \beta_0^2}$ 的电子在  $A_j$ 附近出现的 概率也不为零。另一方面,入射电子不可能是绝对单色的平面波,电子动量p(大小为p)必然有一个宽度  $\Delta p_0$ ,

$$p_0 - \Delta p_0 \leqslant p \leqslant p_0 + \Delta p_0 \,. \tag{4}$$

由于入射激光光源粒子的热运动导致的多普勒效应、自发辐射,光谱的自然宽度或外场等原因,入射激光光 谱必然也有一个宽度  $\Delta \lambda_{i0}$ ,

$$\lambda_{i0} - \Delta \lambda_{i0} \leq \lambda_{i} \leq \lambda_{i0} + \Delta \lambda_{i0} .$$
<sup>(5)</sup>

这样,出射激光就是一个有一定光谱宽度的波列,即

$$\lambda_{\rm m} - \Delta \lambda_{\rm m} \leq \lambda_{\rm f} \leq \lambda_{\rm m} + \Delta \lambda_{\rm m} \,. \tag{6}$$

 $\lambda_{r}$  是  $v_{0}$ 、 $\lambda_{i}$ 的函数。尽管  $\Delta\lambda_{i0}$  及  $\Delta p_{0}$ 不为零,但只要足够小,背散射光的波长就在 [ $\lambda_{m} - \Delta\lambda_{m}, \lambda_{m} + \Delta\lambda_{m}$ ]内, 就可能相干形成长度为  $l = \lambda_{r}^{2}/\Delta\lambda_{r}$ 的激光波列。

设图 1 中  $A_j$  的 Z 轴 坐 标 为  $z_j$ , 在 经 典 物 理 意 义 上, 动 量 在  $[p_0 - \Delta p_0, p_0 + \Delta p_0]$  内 的 电 子 存 在 于  $[z_0 - \Delta z_0, z_0 + \Delta z_0]$  范围内,即,  $p = p \pm \Delta p_0$  决定了Z 轴上一个以  $A_j$  为中点的区间  $s \equiv 2\Delta z_0$ 。

在周期磁场中,有效背散射区间是这样的区间,其中电子动量满足(4)式,其Z向(纵向)长度为s。由于 光子-光子散射振幅正比于  $e^4$ ,可忽略有效背散射区间 [ $z_{j_0} - \Delta z_0$ ,  $z_{j_0} + \Delta z_0$ ]之外的散射光对于背散射激光的 影响,只要有效背散射区的背散射光相位差小于  $\pi$ ,就能得到波长为 $\lambda_i$ 的激光。



图1 通过扭摆磁铁区的电子轨迹

Fig.1 Orbit of an electron passing through region of waggle magnets

有效背散射区和群聚是电子束周期 $\lambda_x$ 内的两个不同的部分。群聚中的电子密度更大,Z向速度更小,加速度更大;有效背散射区中电子的Z向密度更小,Z向速度更大,加速度接近于零。对于稳定流动的电子流,单位时间内通过这两部分并垂直于Z轴截面的电子数是相同的,通过的光子数也相同。因此,相同薄层 $\Delta z$ 内,背散射的次数相同。但由于光子-电子Z向微分散射截面随电子Z-向速度增加而增大,因此 $\Delta z$ 内有效背散射区的光子-电子Z向微分散射截面要大于群聚区光子-电子Z向微分散射截面(相应的背散射光波长不在 $\lambda_r \pm \Delta \lambda_r$ 范围内)。有效背散射区的光子-电子背散射截面正比于s。

2.2.2.2 有效背散射区满足的条件

为了背散射光能相干成激光,仅仅(6)式还不够,背散射光的相位差  $\Delta \theta_f$  还必须小于  $\pi$  。  $\Delta \theta_f$  决定于 s, (3)式是必要的。下面推导  $s \equiv 2\Delta z_0$  满足的条件。

为了方便,首先在入射光子与电子的质心坐标系  $K'(h/\lambda'_i = -mv'_0/\sqrt{1-\beta'^2_0})$ 中考虑这一问题,然后再变换 到实验室坐标系 K。在质心系中, $\lambda'_i = \lambda'_i$ 。

相对于实验室系K,K'的速度是

$$v' = \beta' c = \frac{\beta_0 (p_0 - p_i) c}{p_i \beta_0 + p_0} \,. \tag{7}$$

变换到 K' 系,可得

$$p'_{0} = \frac{1 - \beta' / \beta_{0}}{\sqrt{1 - \beta'^{2}}} p_{0} = -p'_{i} = p'_{i} = -\frac{1 + \beta'}{\sqrt{1 - \beta'^{2}}} p_{i} = \frac{1 - \beta'}{\sqrt{1 - \beta'^{2}}} p_{i} , \qquad (8)$$

$$\lambda'_{f} = \lambda'_{i} = \sqrt{\frac{1-\beta'}{1+\beta'}} \lambda_{i} = \sqrt{\frac{1+\beta'}{1-\beta'}} \lambda_{f} > 4s', \qquad (9)$$

式中  $p'_{i} = \hbar k'_{i}, p'_{f} = \hbar k'_{f}$ 。

设区域  $[z'_{i} - \Delta z'_{0}, z'_{i} + \Delta z'_{0}]$ 的左、右边界点分别为  $P_{1}, P_{2}$ ;  $s' \equiv P_{1}P_{2} = 2\Delta z'_{0} < \lambda'_{1}/4$ ,  $P_{1} \leq P'_{1} < P'_{2} \leq P$ ;反平行于 电子束的入射激光在  $P'_{1}$ 、  $P'_{2}$ 处与电子发生背散射,相应的背散射光分别为  $R_{1}$ 、  $R_{2}$ 。  $R_{1}$ 、  $R_{2}$ 的光程差是  $2P'_{1}P'_{2} < \lambda'_{1}/2$ 。因此,当  $s' < \lambda'_{1}/4$ ,来自于  $[z'_{i} - \Delta z'_{0}, z'_{1} + \Delta z'_{0}]$ 中任意两个背散射光的位相差  $\Delta \theta$ 都小于  $\pi$ 。

如果  $s' = P_1 P_2 > \lambda'_1 / 4$ , 必然存在这样的  $P'_1 \times P'_2$ , 满足  $P_1 \leqslant P'_1 < P'_2 \leqslant P$ ,  $P_1 P'_1 = P_1 P_2 - \lambda'_1 / 4 = P'_2 P_2$ ,  $P_1 P'_2 = P'_1 P_2 = \lambda'_1 / 4$ 。这时,分别来自于  $P_1 P'_1$  和  $P'_2 P_2$ 的背散射光  $R'_1$ ,  $R'_2$ 的相位差  $\Delta \theta'_{12} \ge \pi$ ,对于每一个来自  $P_1 P'_1$ 的背散射光,在  $P'_2 P_2$ 总存在与其相位相反的背散射光,反之亦然。因此,来自  $P_1 P'_1$  和  $P'_2 P_2$ 的背散射光 振幅将相互抵消。只有来自  $P'_1 P'_2$ 区间的光振幅不被抵消。如果  $\lambda'_1 < s' < \lambda'_1 / 2$ ,则从这个区间出射的背散射 光相位差都小于  $2\pi$ ,部分背散射光相互抵消。可见,  $s' < \lambda'_1 / 4$ 是必要的。

变换质心系到实验室坐标系,由(9)式可得

$$s = s' \cdot \sqrt{1 - {\beta'}^2} < \frac{\lambda_{\rm f}}{4} \sqrt{1 - {\beta'}^2} = \frac{1 + \beta_0}{4(1 + \beta_0 p_{\rm f}/p_0)} \lambda_{\rm f} \approx (1 + \beta_0) \lambda_{\rm f}/4 .$$
<sup>(10)</sup>

在传统自由电子激光中,相应于(3)式的条件是 $\sigma < \lambda_r$ ,  $\sigma$ 是群聚居的纵向尺度。对于 $\gamma$ -激光,这个条件是很难实现的。

#### 2.3 光子-电子背散射激光器的主要结构

2.3.1 附加超导片的扭摆磁铁及有效背散射区长度的减小

由于周期磁场对单色电子束的作用,电子Z向速度和密度分别按 $\lambda_{x}$ 和 $\lambda_{x}/2$ 周期变化。为了增大场强和场强梯度,缩小s,可在扭摆磁铁上附加有缝隙的超导片。

图 2 是扭摆磁铁和覆盖到扭摆磁铁表面上的超导片俯视示意图。按图 2(a)所示方式排列磁铁后,在上 排磁铁的下面和下排磁铁的上面覆盖图 2(b)所示、有缝隙的超导簿片,这些缝隙的间距是  $\lambda_{x}/2$ ,宽度为 a,  $(\lambda_{x}/2)/a = k$ 。这些超导簿片构成回路。



图2 (a)周期排列的磁铁和(b)附加其上的超导片示意图

Fig.2 (a) Waggle magnets and (b) superconducting sheets with the gaps cover the waggle magnets

在超导薄片和电子束之间安置有能反射各种杂光,排斥电子(加负压)的反光薄片。这样,被液体(如液氮)冷却的超导体薄片能够保持其低温。

设磁场的宽度为  $\Delta x_0$ ,在  $2\Delta z_0 \Delta x_0$ 范围内,由于  $2\Delta z_0 < \lambda_i / 4$ ,磁场可看作场强为  $B_0$ (大小为  $B_0$ )的均匀磁场。加上超导片后,由于超导体的迈斯纳效应,磁通量守恒,原来通过面积  $\lambda_* / (2\Delta x_0)$ 的磁通量  $\Phi_0 = \Delta x_0 \int_{z_j - \Delta z_0}^{z_j + \Delta z_0} dz B$ 只能从缝隙  $a\Delta x_0$ 里通过,原来通过  $2\Delta z_0 \Delta x_0$ 的磁通量  $\varphi_0 = B_0 2\Delta z_0 \Delta x_0$ ,现在从  $2\Delta z_1 \Delta x_0$ 里通过,  $\Delta z_1 = \Delta z_0 / k$ ,面积内  $2\Delta z_1 \Delta x_0$  磁感应强度变为  $B_1 = B_0 k$ 。可见,加上超导片后,产生了更强的磁场和磁场梯度。在图 1 和图 3 中  $A_j$ 这样的点,电子的速度与电子初速度  $v_0$ 相同,反射回的激光与电子在  $A_j$ 这样的点

电子在磁场中所受到的力为  $F = dp/dt = ev \times B$ 。如前所述,磁场垂直于电子速度与X轴,因而也垂直于 由 磁 场 导 致 的 电 子 加 速 度 。 压 缩 磁 场 后,电 子 通 过 有 效 背 散 射 区  $2\Delta z_1$  所 用 的 时 间 减 少 到  $\Delta t_1 = 2\Delta z_1/v_0 = (2z_0/k)/v_0 = \Delta t_0/k$ ,磁感应强度增大到  $B_1 = kB_0$ ,结果电子通过有效背散射区  $2\Delta z_1$  后的动量改变 量  $\Delta p_1$ 大小仍等于  $\Delta p_0$ 大小:  $t + \Delta t$ .

$$\Delta \boldsymbol{p}_{1} = e \int_{\mathbf{A}} dt \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}_{1} = e \Delta t_{1} v_{0} B_{1} = e \Delta z_{1} B_{1} = e \Delta t_{0} v_{0} B_{0} = e \Delta z_{0} B_{0} = e \varphi_{0} / x_{0} = \Delta \boldsymbol{p}_{0} , \qquad (11)$$

可见,  $\Delta p_0$  越小, 磁场场强越大,  $\Delta z_0$  越小。附加超导片后, 电子的运动轨迹和密度就如图3所示, 虽然  $\lambda_x$  未 变, 但 s 显著减小了。



图3 加上有缝隙的超导片后,电子的轨迹示意图

Fig.3 Schematic diagram of an electronic track when waggle magnets are covered by thin superconducting sheets

#### with their gaps

本方案中,在有效背散射区,入射激光被高速运动、满足(1)~(3)式的电子散射,这如同激光被高速运动 的晶体反射,反射光必然是高频激光。由于电子在周期磁场中作加速运动,自发辐射或受激辐射仍然存 在。但由于没有谐振腔,因此受激辐射不强,受激辐射的单光子能量也不大。而入射激光可以很强,因此反 射激光的振幅可以足够大,特别是单光子能量可以很大,所以背散射激光功率可以足够大。除了背散射激 光外,其他方向的散射产生的激光也可以存在,但功率小。

在具体求解电子在扭摆磁场场强中的运动时,应如同自由电子激光那样利用单电子理论或空间电荷波 理论求解周期磁场中的电子运动方程<sup>[18-20]</sup>。这时(1)式可代换为文献[21]中对应的表达式。 2.3.2 有效背散射区长度 s 的估算

暂不考虑  $\Delta \lambda_i$ ,可以由  $\Delta p_0$  估算 s。设磁场方向为 Y向,磁感强度为 B,在  $A_i$  点邻近, B 看作常量;在电 子-光子的质心系中,一个电子动量为  $p_0 + \Delta p_0$ ,  $\Delta p_0 \ll p_0$ , 在  $A_i$  点电子动量  $p_0 + \Delta p_0$  平行于 Z轴,在  $A_i$  点邻 近的  $B_i$ 点,电子动量方向就是电子轨迹在  $B_i$ 点的切线方向, Z分量为  $p_0$ ,则X分量为  $\sqrt{2p_0\Delta p_0}$ ;在  $A_i$ 点附 近运动轨迹及光子-电子散射如图 4 所示。图 4(b)中的 B点散射的入射电子动量是  $p_0 + \Delta p_0$ ,入射光子动量  $p_i = p_0$ 。动量  $p_0 + \Delta p_0$ 的 z分量是  $p_0$ 。考虑到电子受到的洛伦兹力,得到

$$s = 2\Delta z_0 = 2A_j B_j = \frac{2\sqrt{2p_0 \Delta p_0}}{eB}$$
 (12)

(12)式应看作在经典物理意义上对s的估算。考虑到 $\Delta\lambda_i$ 或不在质心系中,所得结果与此相近,不影响 s的数量级。实际上,相应于 $\Delta\lambda_i$ 的入射光子动量的 $\Delta p_i \ll \Delta p_o$ 。因此,(12)式是可以接受的。



图4 (a)确定有效背散射区  $\Delta z_0 = s/2$  的示意图; (b) 光子-电子散射示意图

Fig.4 Schematic diagram of (a) calculation of effective backscattering region  $\Delta z_0 = s/2$  and (b) photo-electron scattering 2.3.3 电子-光子背散射装置

为了增大波长为 $\lambda_i$ 入射激光的强度,可如图5设计激光器。A是波长为 $\lambda_i$ 的激光反射镜,B是波长为 $\lambda_i$ 的激光滤光镜,C是波长为 $\lambda_i$ 的激光反射镜和波长为 $\lambda_i$ 的透射镜;实线表示电子,虚线表示光子。A、B、C 在同一个柱面内,镜面相互平行并垂直于Z轴。A、B镜之间密封有被激发后能产生波长为 $\lambda_i$ 激光的介质。 C镜可由镀有反射波长 $\lambda_i$ 激光膜层、很薄的金属片制作,同时用流体冷却。选择 $L_{AC}$ 满足

$$L_{\rm AC} = m\lambda_{\rm i} , \quad m = 1, \, 2\cdots, \tag{13}$$

式中*L*<sub>Ac</sub>是产生入射激光的谐振腔腔长。谐振腔的BC部分就是扭摆磁铁区,也是电子-光子散射区。谐振 腔 AB 内介质被激发后,入射激光将由于A、C之间的多次反射和AB 内介质的受激辐射,入射激光强度可以 增加到足够强,从而提高产生γ激光的振幅。



图5 光子-电子背散射激光器示意图

Fig.5 Schematic diagram of photon-electron backscattering lasers

3 光子-电子背散射激光器的分析与讨论

# 3.1 条件1)~3)的实现

3.1.1 条件1)、2)的实现

在实验室参考系中,相对于 v<sub>0</sub>,入射角为 π,反射角为 0(背散射)时,散射后光子的能量和微分散射截面 分别是

$$E_{\rm f} = \frac{\left(1+\beta\right)^2 E_{\rm c}^2 E_{\rm i}}{m_0^2 c^4 + 2\left(1+\beta\right) E_{\rm c} E_{\rm i}} = \frac{\left(1+\beta\right) E_{\rm i}}{1-\beta + 2\sqrt{1-\beta^2} E_{\rm i}/(m_0 c^2)} = \frac{hc}{\lambda_{\rm f}},\tag{14}$$

$$\frac{E_{i}}{E_{i}} = \frac{\lambda_{i}}{\lambda_{f}} \approx \frac{1+\beta}{1-\beta}, \quad \text{when } \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \frac{2E_{i}}{m_{0}c^{2}} \ll 1, \quad (15)$$

$$E_{\rm f} \approx \frac{m_{\rm o}c^2}{2} \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}_{\rm i}, \quad \text{when } \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \frac{m_{\rm o}c^2}{2E_{\rm i}} \ll 1, \qquad (16)$$

$$\sigma(\beta) \equiv \left(\frac{\mathrm{d}\sigma_{_{\lambda\lambda'}}(\alpha=0)}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{_{\mathrm{lab}}} = \frac{1+\beta}{1-\beta}\sigma_{_{0}}, \ \sigma_{_{0}} \approx 10^{-23} \mathrm{mm}^{-2},$$
(17)

式中  $E_{e}$ 、 $E_{i}$ 、 $E_{f}$ 分别是入射电子能量、入射光子能量及出射光子能量,  $\alpha$  是散射光与入射电子动量的夹角。由(14)~(17)式,只要(1- $\beta$ )足够小,出射光子能量  $E_{f}$ 就能足够大,且  $\sigma(\beta) \gg \sigma_{0}$ 。

按量子力学的粒子全同性原理和散射理论,单粒子的运动及其作用决定于其波包,而由于全同粒子的 交换作用,其波包决定于与其波包有重叠部分的所有全同粒子。这意味着,所有电子或光子共同决定了单 电子或单光子的运动及其作用。这在本质上不同于经典物理。按经典物理,两个粒子散射的末态仅仅决定 于这两个粒子的初态。由于入射激光是与密度周期分布的电子束整体作用,如同激光被高速运动的晶体反 射,因此反射后仍将具有相干性,形成激光。

由(14)式, $\lambda_x$ 确定后, $\lambda_i$ 、 $\beta$ 决定了 $\lambda_r$ 。可以调整 $\lambda_i$ 、 $\beta$ ,使得条件1)、2)满足。这样,当条件3)也满足 时,背散射光就可以形成激光。

3.1.2 入射激光对电子束的调制作用及条件3)的实现

电子有效背散射区是周期磁场和入射激光对入射电子束共同作用的结果。所提方案中,入射激光振幅 可以足够大。因此应该考虑其对电子束的调制作用。

按图5所示结构,主要有三种光通过周期磁场。一种是与电子同方向、从B出射、波长为 $\lambda_i$ 的激光b;一种是从反射镜C反射回的激光c,波长也是 $\lambda_i$ ;一种是背散射产生、波长为 $\lambda_i$ 的激光。这三种激光对电子运动都有调制作用。由于没有出射激光的谐振腔,其振幅小,可忽略出射激光对电子束的调制作用。满足(13) 式正、反方向的两个波长为 $\lambda_i$ 的行波合成为波长为 $\lambda_i$ 的驻波和行波两部分,这两束波长为 $\lambda_i$ 的激光导致同样的群聚及有效背散射区。详细的分析可知,周期磁场和入射激光共同对电子束的调制结果如图6所示。 这里考虑了 $\lambda_i \ll \lambda_v$ ,  $B_i < B_v$ ,  $B_i$ ,  $B_v$ , 分别为入射激光磁场场强和磁铁的场强。

当入射激光足够强,考虑到入射激光对电子运动的调制作用,由于入射光电场的作用,必然有 *s* < λ<sub>i</sub> 或 *s* ≪ λ<sub>i</sub> 。因此 *s* < (1 + β<sub>0</sub>)λ<sub>i</sub>/2 < λ<sub>i</sub> 容易实现。特别是当入射激光波长接近于出射光波长时,条件3)能自动满足。这意味着,用这一方案可逐步得到短波长激光。

由(17)式可知,由于电子的速度  $v_0$  很大,激光光子 b 与电子的散射截面  $\sigma_b$  将远小于激光光子 c 与电子的散射截面  $\sigma_c$ ,即  $\sigma_b \ll \sigma_c$ ,因此  $\sigma_b$ 可忽略。



图 6 周期磁场和入射激光共同调制的电子束示意图

Fig.6 Schematic diagram of electron beam modulated by both a periodic magnetic field and an incident laser beam **3.2** 输出功率及几个例子

3.2.1 输出功率

周期磁场的区间长为 L,周期为  $\lambda_{w}$ ,则  $L = L_{w}\lambda_{w}$ , $L_{w}$  是一个整数。  $L_{w}$ 个有效背散射区总长度为  $S = sL_{w}$ 。设有效背散射区电子数密度为  $n_{e}$ (即电子束的初始密度),一个有效背散射束团中的电子与一个由 C 镜反射回的光子的散射截面为  $\sigma_{v}$ ,则一个由 C 镜反射回的光子通过 L 长的周期磁场时,与有效背散射区 中电子的发生背散射的概率  $p_{w}$ 就是

$$p_{\gamma} = \sigma_{\gamma} S n_e \cdot (1 + v/c) . \tag{18}$$

设由C镜反射回的光子的数密度为 $n_{y}$ ,截面为Q,背散射光子能量为 $\varepsilon_{l} = h/\lambda_{l}$ ,则输出激光的功率是

$$P_{f} = \varepsilon_{f} \cdot cQn_{\gamma} \cdot \sigma_{\gamma} Sn_{e} (1 + v_{0}/c) .$$
<sup>(19)</sup>

由 (19) 式 可 见, 输 出 激 光 功 率 正 比 于  $\varepsilon_r$ 。如果 输 出 的 是  $\lambda_r = 0.0106$  nm 的  $\gamma$  激 光, 入射 激 光 是  $\lambda_i = 10.6 \,\mu$ m 的二氧化碳激光,则  $\varepsilon_i / \varepsilon_i = \lambda_i / \lambda_r = 1 \times 10^6$ 。可见,即使出射激光的光子数少于入射激光的光子数,输出激光的功率仍可能大于入射激光的功率。

3.2.2 几个例子

由(1)式和(14)式计算几个具体例子。

1) 设  $E_{ie} = 2.555 \text{ GeV}$ ,  $\lambda_i = 10.6 \,\mu\text{m}$ ,  $\lambda_w = 2.1137324 \text{ cm}$ , 则  $\beta = 0.999999978$ ,  $E_i = 0.116966266 \text{ eV}$ ,  $E_i = 11643301 \text{ eV} = 10.587086 \text{ MeV}$ ,  $\lambda_i = 1.17108944 \times 10^{-4} \text{ nm}$ ,  $E_i / E_i = \lambda_i / \lambda_i = 9.0514009 \times 10^7 \approx 10^8$ ,  $\lambda_w / \lambda_i = 1994$ , n = 3970。

2) 有效背散射区长度

由(11)式或(12)式可看出,有效背散射区长度 *s*反比于磁感应强度 *B*。设  $\lambda_{x} = 20 \text{ mm}$ , *B*<sub>0</sub> = 10 T,未加超 导片时, *s* = 2 $\Delta z_{0} = 0.01 \text{ mm}$ 。加上缝隙是 *a* = 0.01 mm的超导片后,则 *k* = (20/2)/0.01 = 1000。这样,磁场被 压缩了 1000倍,场强增加到 *B*<sub>1</sub> = *kB*<sub>0</sub> = 10000 T。  $\Delta z_{0}$ 减小到 *s*<sub>1</sub> = 2 $\Delta z_{1} = 2\Delta z_{0}/k = 10^{-6} \text{ mm} = 1 \text{ nm}$ ,这是 X 射线波 长。如果 *s* = 10<sup>-3</sup> mm, *a* = 10<sup>-3</sup> mm,则 *s*<sub>1</sub> = 10<sup>-11</sup> mm,这是  $\gamma$  – 激光的波长。入射激光对电子束的调制会使得 *s* 变得更小,这里并没有考虑入射激光的调制作用。

3.3 讨论与技术难点

3.3.1 讨 论

显然,出射光束是否为激光与观测者的坐标系无关,因此可以在电子-光子质心系中讨论这一问题。 考虑到  $p_i/p_0 = (E_i/E_0)/\beta_0$ ,当 $(1 - \beta_0)$ 可以忽略时,由(8)式可得

$$\frac{p_{0}^{'}}{p_{0}} = \frac{\left(p_{i}/p_{0}\right)\sqrt{1+\beta_{0}}}{\sqrt{1-\beta_{0}+2\beta_{0}\left(p_{i}/p_{0}\right)}} \approx \frac{1}{\beta_{0}}\sqrt{\frac{E_{i}}{E_{0}}} \approx \frac{\lambda_{f}}{\beta_{0}^{2}\lambda_{f}^{'}}.$$
(20)

可见,当 $p_i/p_0 \ll 1$ 时, $p'_0 \ll p_0$ , $\lambda'_r \gg \lambda_r$ 。垂直于运动方向的磁感应强度变换是 $B' = B_0/\sqrt{1-\beta'^2}$ 。这样,由 (12)式可知,在K'系,当 $p_i/p_0 \ll 1$ 时, $v' \sim v$ , $s' < \lambda'_r/4$ 是容易实现的。

当然,由此方案能否产生γ-激光不依赖于坐标系的选择。实际上,由(12)式可以看出,只要Δp。足够

小,则 s 必然足够小,条件3)可能实现。

当  $\Delta p_0 \rightarrow 0$ ,则  $s \rightarrow 0$ 。而对于 FEL,当  $\Delta p_0 \rightarrow 0$ ,其中的群聚长度  $\sigma$  不能趋于零。可见,至少在理论上, 所提方案可以实现  $\gamma$  -激光。

为了增大有效背散射区的电子密度,并改善有效背散射区电子束的平行性,可以用左右双列周期性排列、覆盖有超导片的扭摆磁铁代替单列扭摆磁铁。左右两列磁铁周期性相同,相位差是 λ<sub>w</sub>/2。这样, A<sub>j</sub>处的电子密度更大,平行性更好,因此背散射产生的激光强度更大。 3.3.2 技术难点

1) 需要高精度调整  $\lambda_{v}$ 、 $\lambda_{i}$  和  $v_{0}$  的关系;

2)为了使得出射激光足够强,入射激光谐振腔腔长 L<sub>AC</sub> 应该足够长。这样,入射激光方向上的散度必须 小。当 L<sub>AC</sub> 很长时,这个条件不是容易实现的;

3) C镜对于入射光是反射镜,对于出射光却是透射镜。由于短波激光光子能量很大,后者并不容易满 足。这也是一个难点。C镜应尽可能地薄,同时用流体冷却。也可以使得出射光与入射激光不同轴,但要 增加仪器的复杂性。

# 4 结 论

本文提出了波长为 $\lambda_i$ 的入射激光与通过波长为 $\lambda_u$ 的周期磁场、速度为 $v_0$ 的电子束背散射产生波长为  $\lambda_r$ 激光的方案。本方案实现激光的条件是: $n\lambda_r = (c/v-1)\lambda_u$ , $\lambda_u = l\lambda_i$ , $s < \lambda_r/4$ 。只要 $v_0$ 足够大,就有  $\lambda_i \gg \lambda_r$ 。条件 $s < \lambda_r/4$  代替了传统自由电子激光中的条件 $\sigma < \lambda_r$ , $\sigma$ 是群聚的纵向长度, $\sigma < \lambda_r$ 不再是必要 的。扭摆磁铁上覆盖有缝隙超导片,能使得有效背散射区长度s显著减小。所提方案中,激光谐振腔的BC 部分与扭摆磁铁区及电子-光子散射区重合,这使得与电子束背散射的激光强度能够足够大。不同于传统 激光,即使出射激光的光子数少于入射激光光子数,出射激光的功率仍可以大于入射激光的功率。

当入射激光足够强,条件3)容易实现。特别是当入射激光波长接近于出射光波长时,条件3)能自动满足。将3.2.2节中的几个具体例子的数值代入(12)式及(20)~(21)式,适当地选取 $\Delta p_0$ (例如,选取 $\Delta p_0 = p_0 \times 10^{-4}$ )及B = 10 T,可知,条件3)可以实现。这意味着,用这一方案,可逐步得到短波长激光。

### 参考文献

- 1 J M J Madey. Stimulated emission of Bremsstrahlung in a periodic magnetic field[J]. J Appl Phys, 1971, 42(5): 1906–1913.
- 2 A M Kondratenko, E L Saldin. Generation of coherent radiation by a relativistic electron beam in an ondulator[J]. Particle Accelerators, 1980, 10: 207–216.
- 3 R Bonifacio, C Pellegrini, L M Narducci, Collective instabilitics and high-gain regime in a free electron laser[J]. Opt Commun, 1984, 50(6): 373-378.
- 4 T G Orzechowski, B Anderson, W M Fawley, *et al.*. Microwave radiation from a high-gain free electron laser amplifier [J]. Phys Rev Lett, 1985, 54(9): 373-378.
- 5 M Hogan, C Pellegrini, J Rosenzweig, *et al.*. Measurement of high gain and intensity fluctuations ina self-amplified spontaneous-emission free-electron laser[J]. Phys Rev Lett, 1998, 80(2): 289–292.
- 6 L H Yu. Generation of intense UV radiation by subharmonically seeded single-pass free-electron laser[J]. Phys Rev A, 1991, 44(8): 5178-5193.
- 7 L H Yu, M Bazien, I Ben-Zvi, *et al.*. High-gain harmonic generation free-electron laser[J]. Science, 2000, 289(5481): 932-934.
- 8 P Emma, R Akre, J Arthur, *et al.*. First lasing and operation of Anngstrom wavelength free-electron laser[J]. Nature Photonics, 2010, 4(9): 641-647.
- 9 T Ishikawa, H Aoyagi, T Asaka, *et al.*. A compact X-ray free-electron laser emitting in the subangstrom region[J]. Nature Photonics, 2012, 6(8): 540-544.
- 10 Z T Zhao. Seeding experiments at the SDUV-FEL[R]. FEL 2011, WEOBI2 (invited talk), 2011.
- 11 B Liu, W B Li, J H Chen, et al.. Demonstration of a widely-tunable and fully-coherent highgain harmonic-generetion

free-electron laser[J]. Phys Rev ST Accel Beams, 2013, 16(2): 699-704.

- 12 L H Yu, I Ben-Zvi. High gain harmonic generation of soft X-rays with the "fresh bunch" technique[J]. Nucl Instrum Methods Phys Res A, 1997, 393(1-3): 96-99.
- 13 Juhao Wu, Lihua Yu. Coherent hard X-rays production by cascading stages of high gain harmonic generation[J]. Nucl Instrum Methods Phys Res A, 2001, 475(1-3): 104-111.
- 14 S Di Mitri, E Allaria, D Castronovo, *et al.*. Double stage seeded FEL with fresh bunch injection technique at FERMI@Elettra[C]. Proc IPAC 2013, 2013. TUPEA011.
- 15 L Giannessi. FERMI demonstrates first seeded free electron laser working in double-stage cascaded configuration[J]. Synchrotron Radiation News, 2013, 26(1): 48.
- 16 H K Avetissian, G F Mkrtchian, Nonlinear quantum regime of the X-ray Compton laser[J]. Phys Rev, 2002, 65(4Pt2B): 046505.
- 17 R H Pantell, G Soncini, H E Puthoff. S-9—Stimulated photon-electron scattering[J]. IEEE J Quant Electron, 1968, QE-4(11): 905-907.
- 18 Wang Qingyuan, Yu Shanfu, Liu Shenggang. Exact sinhle particle theory of free electron laser and its applications[J]. High Power Laser and Particle Beams, 1991, 3(1): 23-31.

汪清源, 于善夫, 刘盛纲. 自由电子激光的单电子理论及其应用[J]. 强激光与粒子束, 1991, 3 (1): 23-31.

19 Liu Shenggang. Space-charge wave theory of free electron laser[J]. High Power Laser and Particle Beams, 1990, 2(2): 131-147.

刘盛纲. 自由电子激光的空间电荷波理论[J]. 强激光与粒子束, 1990, 2(2): 131-147

- 20 Liu Shenggang. Linear theory of free electron laser[J]. J UEST of China, 1990, 19(1): 1-8. 刘盛纲. 自由电子激光的线性理论[J]. 电子科技大学学报, 1990, 19(1): 1-8.
- 21 Xie Jialin. Electron-photon interactions and the developments of free electron lasers[J]. J Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, 2002, 19 (1): 7–17.

谢家麟. 电子-光子相互作用的应用与自由电子激光的发展[J]. 中国科学院研究生院学报, 2002, 19(1): 7-17.