

基于可见光通信的室内定位算法及相应参数估计克拉美罗界

沈芮 张剑 王鼎

信息工程大学信息工程学院, 河南 郑州 450002

摘要 基于可见光通信的新型室内定位方法具有传统无线定位方法难以替代的优势,且室内光源布局对定位性能的好坏有着直接影响。在满足室内光照条件要求的前提下,针对典型可见光通信室内定位模拟环境,推导了待测点的克拉美罗界(CRB)和定位性能最佳的光源布局,并使用高斯-牛顿算法进行了仿真分析,证明了文中推导的正确性。

关键词 可见光通信;室内定位;克拉美罗界;高斯-牛顿算法

中图分类号 TN929.12 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP51.090604

Indoor Location Method and the Cramer-Rao Bound Estimation Based on Visible Light Communications

Shen Rui Zhang Jian Wang Ding

College of Information Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450002, China

Abstract The new indoor location method based on visible light communications has irreplaceable advantages over traditional wireless location methods. As for the new location method, the light distribution has direct impact on the location performance. In the condition of meeting the indoor illumination requirements, the cramer-rao bound (CRB) and the optimal light distribution with the best location performance in a typical simulation environment is inferred, after that, simulation analysis is given using the Gauss-Newton algorithm, and the results demonstrate the validity of the theory.

Key words visible light communications; indoor location; Cramer-Rao Bound; Gauss-Newton algorithm

OCIS codes 060.4510; 120.6650; 350.5340; 220.2945

1 引言

可见光通信(VLC)是利用白光LED固态光源在照明同时实现通信的新型绿色通信技术,具有泛在覆盖、节能降耗、健康安全、定向辐射、布设简单、成本低廉、电磁兼容性良好等突出优点,近年来已经成为国内外研究热点。特别是在信道特性研究^[1-3]、高速传输编码研究^[4-7]、定位应用等领域有着快速发展。

在移动互联网时代,各种基于定位的位置服务系统应用越来越普遍。据统计,现代社会人们80%的时间是在室内活动,并且随着城市化的发展,各类大型建筑物越来越多,因此室内定位需求日益迫切。此外,传统的无线电定位系统在矿井、医院、加油站等特殊环境下使用受限,并且长期的电磁辐射对人体存在潜在的损害。相比于传统的无线定位技术,基于VLC的定位技术在室内无线定位领域具有良好的应用前景。

与传统无线电定位技术相比较,利用VLC技术实现室内定位的不同之处在于,系统设计与布设时需要考虑室内照明的基本需求,即室内多个可见光源的布局应满足室内任意区域的最低光照度要求。由于仅考虑照明要求或仅考虑定位精度要求的光源布局结构并不相同,因此在室内可见光无线定位系统设计过程中,需要考虑照明与定位约束条件下的室内多个可见光源的整体优化布局问题。

收稿日期: 2014-02-11; 收到修改稿日期: 2014-04-21; 网络出版日期: 2014-08-16

基金项目: 国家863计划(2013AA013603)

作者简介: 沈 芮(1987—),男,硕士研究生,主要从事可见光通信室内定位方面的研究。E-mail: kobe777369@163.com

导师简介: 张 剑(1973—),男,博士,副教授,主要从事可见光通信方面的研究。E-mail: swordrawn@163.com

本文介绍了基于接收信号强度检测的 VLC 定位方法和仿真模型,推导了光源任意对称布局时待测面定位误差分布性能限(克拉美罗界,CRB)和高斯-牛顿算法的理论性能,最后对文中推导所得结果进行了仿真对比验证。

2 基于接收信号强度检测的 VLC 定位方法

基于接收信号强度检测(RSSI)的 VLC 定位方法,其原理与传统无线电定位中的 RSSI 方法基本相同。由于可见光通信过程中,信号通常采用强度调制,接收端可利用光电检测器件(PD)实现对信号直流能量的检测,因此与 RSSI 方法的结合十分自然。

图 1 给出了典型的 VLC 下行链路信道模型,即朗伯模型^[8-9]。

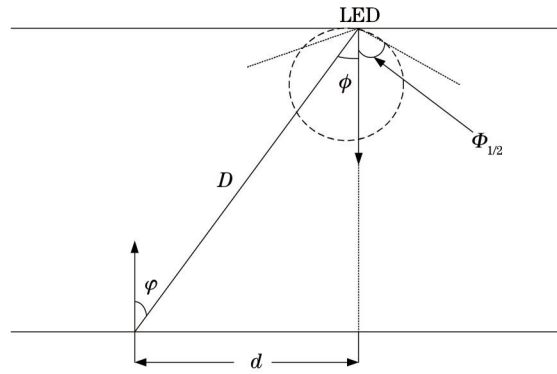


图 1 朗伯模型

Fig.1 Lambert's model

模型中从 LED 到接收端直射视距光信道直流增益 $H(0)$ 的数学表达式为

$$H(0) = \begin{cases} \frac{(m+1)A}{2\pi D^2} \cos^m \phi T_s g \cos \varphi, & 0 \leq \varphi \leq \varphi_c \\ 0, & \varphi > \varphi_c \end{cases} \quad (1)$$

式中 A 为光电探测器探测面积, D 为发射端与接收端之间的距离, φ 为入射角, ϕ 为发射角, T_s 为光滤波器增益, g 为光聚能器增益, φ_c 是接收机视角, m 为光源辐射模式,其数学表达式为

$$m = \frac{\ln 2}{\ln \cos \Phi_{1/2}} \quad (2)$$

式中 $\Phi_{1/2}$ 为光源的发光功率半角,即在这个角度上的辐射功率为中心功率的一半, m 值大小决定光束方向性,其值越大,光束方向性越好。

在实际应用中,单个 LED 功率较小,通常采用 LED 阵列布局,为了方便计算,将每一个 LED 阵列看作一个点光源,信道噪声模型为高斯白噪声。仿真采用如图 2 所示的典型模拟环境^[10-11],4 个光源对称分布在天花板上。基于朗伯信道模型,利用(1)式可以计算出每个光源与 PD 之间的距离,然后应用三边定位法即可实

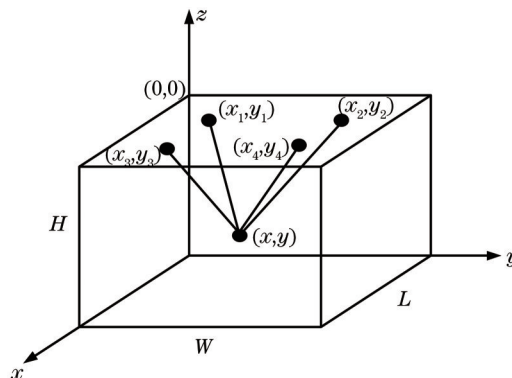


图 2 模拟室内环境

Fig.2 Simulation of indoor environment

现对PD的定位。在室内多光源条件下,PD接收到的点光源信号可能大于3个,则可以建立超定方程组,采用最大似然估计的方法实现对PD位置的估计,进一步提高定位精度。

3 室内环境下的CRB推导

3.1 室内光照要求条件

光照度表示接收面上的明暗程度,定义为单位面积上接收的光通量,单位为勒克斯(lx)。接收面上的光照度可表示为

$$E = \frac{I(0)\cos^m \phi}{D^2}, \quad (3)$$

式中 $I(0)$ 为LED中心发光强度。

根据国际标准化组织的相关规定,普通室内的光照强度一般应大于300 lx才能满足室内照明要求。光源安装的位置会直接影响到待测面的光照度分布,这里主要考虑待测面光照度最小值是否满足室内照明要求,故应首先计算出满足室内光照要求的光源安装区域。仿真参数如表1所示。

表1 仿真参数

Table 1 Simulation parameters

Parameters	Values
Room size /m	5×5×3
Height /m	2
Number of LEDs	10×10
Center luminous intensity /cd	32
Transmitted optical power /W	45.2
Semi-angle at half power /($^{\circ}$)	60
Field of view at a receiver /($^{\circ}$)	60

因为4个光源对称分布在天花板上,其坐标关系为

$$\begin{cases} x_1 = x_2 \\ x_3 = x_4 = L - x_1 \\ y_1 = y_3 \\ y_2 = y_4 = W - y_1 \end{cases}. \quad (4)$$

由于其对称性,当 (x_1, y_1) 确定后,其余3个光源坐标也随之确定,因此本文中只讨论 (x_1, y_1) 位置。假定 (x_1, y_1) 沿对角线移动,即 $x_1 = y_1$,从天花板边沿位置(0.1,0.1)移动到接近天花板中心位置(2.4,2.4),步长为0.1,其余3个光源随之同步移动。分析待测面光照度最小值的变化趋势,仿真结果如图3所示。

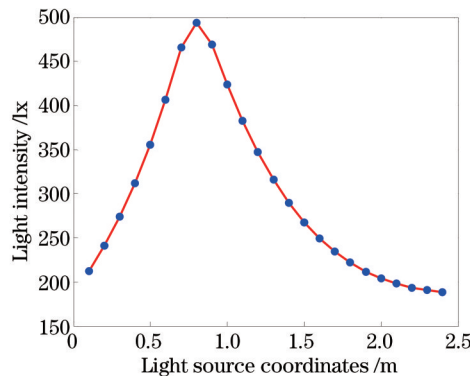


图3 不同光源位置光照度最小值

Fig.3 Minimum illumination of different light positions

从图中可以看出,当光源1安装在 $x_1 = y_1 = 0.4$ 到 $x_1 = y_1 = 1.3$ 区域内,待测面最小光照度大于300 lx,满足室内光照度要求条件。

3.2 接收平面的 CRB

对于参数估计问题, CRB 界为任何无偏估计量的方差确定了一个下限, 即不可能求得方差小于下限的无偏估计量, 并为比较无偏估计量的性能提供了一个标准。在本文的研究中, 待测点坐标的定位误差分布性能限即为 CRB, 因此通过推导待测点的 CRB, 可获知当前环境参数下的定位理论最佳性能, 这对可见光源阵列布局有着非常重要的指导意义。下面对待测点的 CRB 进行理论推导。

根据模拟环境及朗伯模型公式, 设每个光源发送功率为 P_u , PD 处对应每个光源的接收功率为 P_{ri} , 光源在待测面投影到 PD 距离为 d_i , 当 PD 水平放置时 $\cos \varphi = \cos \phi$, 噪声分布为高斯白噪声 n_i , 可得

$$P_{ri}(d_i) = \frac{(m+1)A}{2\pi(d_i^2+h^2)} \cos^{m+1} \phi_i T_s g P_u + n_i, \quad i=1,2,3,4. \quad (5)$$

由于 $\cos \phi_i = \frac{h}{\sqrt{d_i^2+h^2}}$, 则

$$P_{ri}(d_i) = \frac{(m+1)A}{2\pi(d_i^2+h^2)} \left(\frac{h}{\sqrt{d_i^2+h^2}} \right)^{m+1} T_s g P_u + n_i, \quad (6)$$

设

$$f_i(d_i) = \frac{(m+1)A}{2\pi(d_i^2+h^2)} \left(\frac{h}{\sqrt{d_i^2+h^2}} \right)^{m+1} T_s g P_u = \frac{(m+1)A}{2\pi(d_i^2+h^2)^{(m+3)/2}} h^{m+1} T_s g P_u, \quad (7)$$

则 $P_{ri}(d_i) = f_i(d_i) + n_i$, 令矢量 $f(\mathbf{d}) = \begin{bmatrix} f_1(d_1) \\ f_2(d_2) \\ f_3(d_3) \\ f_4(d_4) \end{bmatrix}$, $\mathbf{n} = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \end{bmatrix}$, 则有

$$\frac{\partial f(\mathbf{d})}{\partial \mathbf{d}^T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(d_1)}{\partial d_1} & \frac{\partial f_1(d_1)}{\partial d_2} & \frac{\partial f_1(d_1)}{\partial d_3} & \frac{\partial f_1(d_1)}{\partial d_4} \\ \frac{\partial f_2(d_2)}{\partial d_1} & \frac{\partial f_2(d_2)}{\partial d_2} & \frac{\partial f_2(d_2)}{\partial d_3} & \frac{\partial f_2(d_2)}{\partial d_4} \\ \frac{\partial f_3(d_3)}{\partial d_1} & \frac{\partial f_3(d_3)}{\partial d_2} & \frac{\partial f_3(d_3)}{\partial d_3} & \frac{\partial f_3(d_3)}{\partial d_4} \\ \frac{\partial f_4(d_4)}{\partial d_1} & \frac{\partial f_4(d_4)}{\partial d_2} & \frac{\partial f_4(d_4)}{\partial d_3} & \frac{\partial f_4(d_4)}{\partial d_4} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

根据(7)式可知 $\frac{\partial f_i(d_i)}{\partial d_j} = 0, i \neq j$, 并且 $\frac{\partial f_i(d_i)}{\partial d_i} = -\frac{AT_s g P_u (m+1)(m+3)h^{m+1}d_i}{2\pi(d_i^2+h^2)^{(m+5)/2}}$, 故 $\frac{\partial f(\mathbf{d})}{\partial \mathbf{d}^T}$ 为对角矩阵, 即

$$\frac{\partial f(\mathbf{d})}{\partial \mathbf{d}^T} = -\frac{AT_s g h^{m+1}(m+1)(m+3)}{2\pi} \text{diag} \left[\frac{P_{i1}d_1}{(d_1^2+h^2)^{(m+5)/2}}, \frac{P_{i2}d_2}{(d_2^2+h^2)^{(m+5)/2}}, \frac{P_{i3}d_3}{(d_3^2+h^2)^{(m+5)/2}}, \frac{P_{i4}d_4}{(d_4^2+h^2)^{(m+5)/2}} \right], \quad (9)$$

在待测面上, 有

$$\begin{cases} (x_1-x)^2 + (y_1-y)^2 = d_1^2 \\ (x_2-x)^2 + (y_2-y)^2 = d_2^2 \\ (x_3-x)^2 + (y_3-y)^2 = d_3^2 \\ (x_4-x)^2 + (y_4-y)^2 = d_4^2 \end{cases}. \quad (10)$$

设 $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, 则有

$$\frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{X}^T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial d_1}{\partial x} & \frac{\partial d_1}{\partial y} \\ \frac{\partial d_2}{\partial x} & \frac{\partial d_2}{\partial y} \\ \frac{\partial d_3}{\partial x} & \frac{\partial d_3}{\partial y} \\ \frac{\partial d_4}{\partial x} & \frac{\partial d_4}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x-x_1}{d_1} & \frac{y-y_1}{d_1} \\ \frac{x-x_2}{d_2} & \frac{y-y_2}{d_2} \\ \frac{x-x_3}{d_3} & \frac{y-y_3}{d_3} \\ \frac{x-x_4}{d_4} & \frac{y-y_4}{d_4} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

根据克拉美罗界公式,有

$$[\mathbf{B}_{\text{CR}}(\mathbf{X})]^{-1} = \left(\frac{\partial f(\mathbf{d})}{\partial \mathbf{X}^T} \right)^T \mathbf{Q}^{-1} \frac{\partial f(\mathbf{d})}{\partial \mathbf{X}^T} = \mathbf{F}^T(\mathbf{X}) \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{X}), \quad (12)$$

式中 \mathbf{Q} 为噪声的协方差矩阵, $\mathbf{Q} = E[\mathbf{nn}^T]$ 。根据矩阵微分公式,有 $\frac{\partial f(\mathbf{d})}{\partial \mathbf{X}^T} = \frac{\partial f(\mathbf{d})}{\partial \mathbf{d}^T} \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{X}^T}$ 。

联合(9)式与(11)式,得到

$$\frac{\partial f(\mathbf{d})}{\partial \mathbf{X}^T} = \frac{\partial f(\mathbf{d})}{\partial \mathbf{d}^T} \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{X}^T} = -\frac{AT_s g h^{m+1} (m+1)(m+3)}{2\pi} \begin{bmatrix} \frac{P_{11}(x-x_1)}{(d_1^2+h^2)^{(m+5)/2}} & \frac{P_{11}(y-y_1)}{(d_1^2+h^2)^{(m+5)/2}} \\ \frac{P_{12}(x-x_2)}{(d_2^2+h^2)^{(m+5)/2}} & \frac{P_{12}(y-y_1)}{(d_2^2+h^2)^{(m+5)/2}} \\ \frac{P_{13}(x-x_3)}{(d_3^2+h^2)^{(m+5)/2}} & \frac{P_{13}(y-y_3)}{(d_3^2+h^2)^{(m+5)/2}} \\ \frac{P_{14}(x-x_4)}{(d_4^2+h^2)^{(m+5)/2}} & \frac{P_{14}(y-y_4)}{(d_4^2+h^2)^{(m+5)/2}} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

其中 $d_i (i=1,2,3,4)$ 可由(10)式求得。将(13)式代入(12)式即可求得 $\mathbf{B}_{\text{CR}}(\mathbf{X})$ 。

3.3 综合性能最佳的光源布局

根据以上推导,对于给定的光源布局(即给定4个光源坐标),可以得到关于任意待测点的CRB,最终得到整个待测面的CRB。CRB越低,能够达到的估计精度就越高。因此希望针对图2所示的模拟室内环境,在满足室内光照条件的前提下,通过调整不同的光源位置,使得待测面的CRB尽可能小,继而找出最小的CRB对应的光源位置,即为定位性能最好的光源布局。

以 (x_1, y_1) 为例, x_1 和 y_1 分别从0.1处移动到2.4处,步长为0.1,其余3个光源随之同步移动,接收端信噪比为30 dB,仿真结果如图4所示。

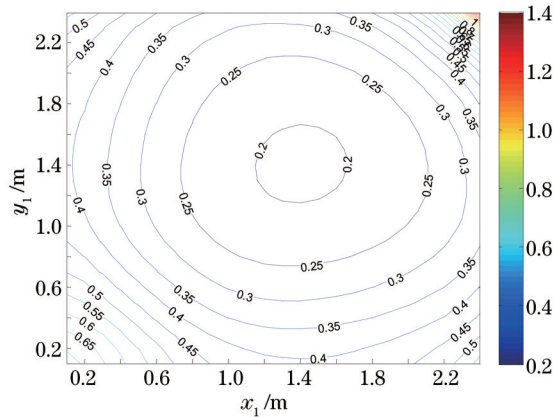


图4 不同光源位置待测面CRB均值

Fig.4 Average CRB of different light positions

结合仿真结果和室内光照条件考虑,当 $(x_1, y_1) = (1.3, 1.3)$ 时,系统既满足室内光照度要求又具有较好的定

位性能,光源布局最为合理。此时待测面CRB分布如图5所示。

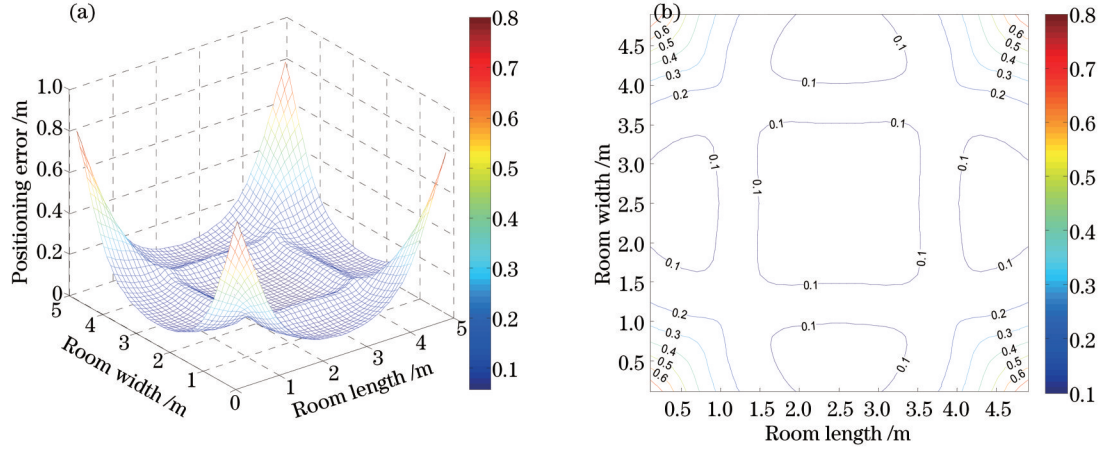


图5 CRB分布。(a)立体图;(b)等高图

Fig.5 CRB distribution. (a) Stereogram; (b) contour map

4 高斯-牛顿迭代算法

4.1 高斯-牛顿迭代算法

为了获得坐标参数的有效估计(能够达到或者渐进达到CRB),考虑以最大似然估计量来实现。然而,由于最大似然函数与待估计量之间具有非线性关系,不易获得其最大似然估计量的闭式解,因而采用高斯-牛顿迭代算法来进行优化求解。

高斯-牛顿迭代法的基本思想是使用泰勒级数展开式去近似地代替模型,然后通过多次迭代,最后使原模型的残差平方和达到最小。

依据以上对CRB的推导,假设第 k 次迭代的结果为 X_k ,现利用一阶泰勒级数展开可得

$$P_r = f(X) + n \approx f(X_k) + F(X_k)(X - X_k) + n, \quad (14)$$

于是第 $k+1$ 次迭代的结果可通过求解如下加权线性最小二乘估计值获得,即有

$$X_{k+1} = X_k + [F^T(X_k)Q^{-1}F(X_k)]^{-1}F^T(X_k)Q^{-1}[P_r - f(X_k)], \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (15)$$

下面推导其理论性能,不妨令其迭代收敛值为 X^a ,即 $X^a = \lim_{k \rightarrow +\infty} X_k$ 。在(15)式两边取极限可得

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} X_{k+1} = \lim_{k \rightarrow +\infty} X_k + \lim_{k \rightarrow +\infty} [F^T(X_k)Q^{-1}F(X_k)]^{-1}F^T(X_k)Q^{-1}[P_r - f(X_k)] \Rightarrow F^T(X^a)Q^{-1}[P_r - f(X^a)] = O_{L \times 1}, \quad (16)$$

再利用一阶误差分析方法可得

$$O_{L \times 1} = F^T(X^a)Q^{-1}[P_r - f(X^a)] \approx F^T(X)Q^{-1}[F(X)(X - X^a) + n], \quad (17)$$

(16)式忽略的是关于误差的高阶项,由(17)式可进一步得

$$X^a - X \approx [F^T(X)Q^{-1}F(X)]^{-1}F^T(X)Q^{-1}n, \quad (18)$$

由此可知泰勒的估计方差矩阵为

$$M_{SE}(X) = E[(X^a - X)(X^a - X)^T] = [F^T(X)Q^{-1}F(X)]^{-1} = B_{CR}(X). \quad (19)$$

根据(19)式可知高斯-牛顿迭代算法的理论性能即为相应的CRB。

4.2 仿真实验

仿真实验中,选取当光源布局为 $(x_1, y_1) = (1.3, 1.3)$ 时采用高斯-牛顿迭代算法对待测点的定位结果为情况A,选取当光源布局为 $(x_1, y_1) = (0.8, 0.8)$ 时采用高斯-牛顿迭代算法对待测点的定位结果为情况B,两种光源布局在待测点对应的理论性能限分别为CRB-1和CRB-2。在待测面对角线上由边沿至中心选取4个测试点,取 $k=30$,循环600次求其平均值。接收端信噪比范围为20~40 dB,仿真结果如图6所示。

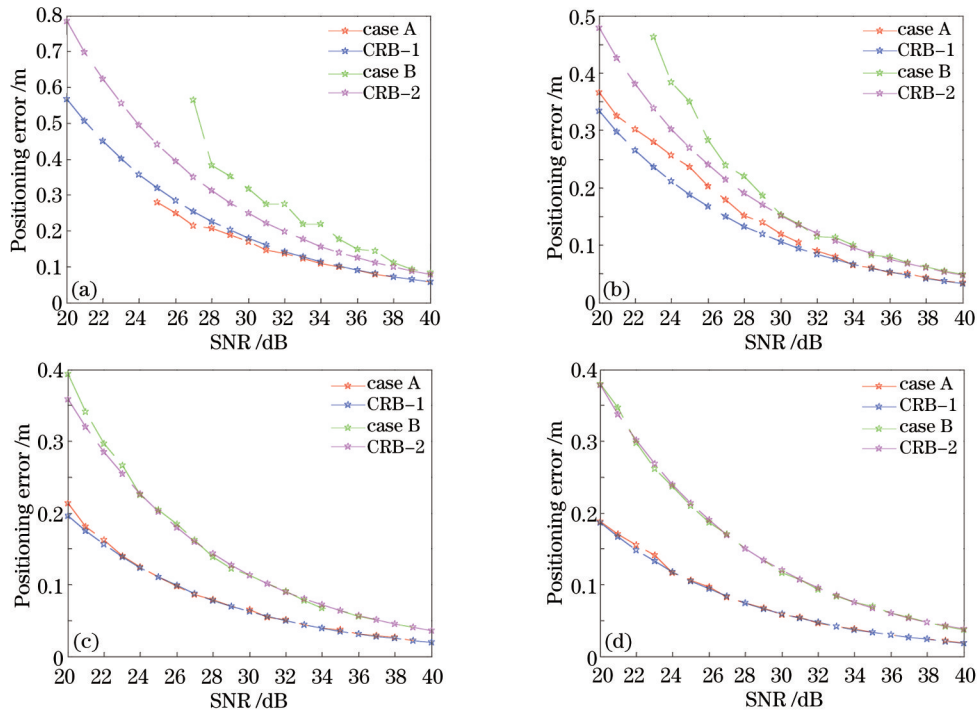


图6 不同待测点的CRB和高斯-牛顿算法。(a)待测点(1,1);(b)待测点(1.5,1.5);(c)待测点(2,2);(d)待测点(2.5,2.5)

Fig.6 CRB and Gauss-Newton method of different points. (a) Point (1,1); (b) point (1.5,1.5); (c) point (2,2); (d) point (2.5, 2.5)

从图6中可以得到如下结论: 1)情况A和情况B的定位性能仿真值与理论值都能够较好地吻合,并且情况A的定位性能始终优于情况B,从而说明情况A能够提供更好的定位性能。2)随着测试点越来越靠近中心,情况A和情况B的仿真曲线与CRB曲线拟合越来越好,从而说明定位性能越来越好。3)信噪比较小时,离中心较远的测试点计算过程不完全收敛,未能完成高斯-牛顿迭代算法。

5 结 论

基于可见光通信的新型室内定位方法具有传统无线定位方法难以替代的优势,且室内光源布局对定位性能的好坏有着直接的影响。在满足室内光照条件要求的前提下,针对典型可见光通信室内定位模拟环境,推导了待测点的CRB,并依此给出了定位性能最佳的光源布局。通过高斯-牛顿算法实现了该定位模型的最大似然估计。对两种不同的室内光源布局情况进行仿真分析,并与推导的CRB作对比,仿真结果不仅验证了理论推导的正确性,同时显示本文所设计的光源布局较其他布局具有定位优势。

参 考 文 献

- 1 Fu Hongshuang, Zhu Yijun. Analysis of the correlation of optical multiple-input multiple-output channel using white LED lighting in indoor line of sight environments [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(9): 0906002.
付红双, 朱义君. 室内直射环境下白光LED的多输入多输出信道相关性分析[J]. 光学学报, 2013, 33(9): 0906002.
- 2 Ding Deqiang, Ke Xizheng. Research on generalized mathematic radiation model for white LED [J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(9): 2536-2540.
丁德强, 柯熙政. 一种通用白光LED数学发光模型研究[J]. 光学学报, 2010, 30(9): 2536-2540.
- 3 Yang Yu, Zhang Jiankun, Liu Bo, *et al.*. Study of the impact of LED nonlinearity on orthogonal frequency division multiplex based visible light communication systems [J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(8): 0805007.
杨宇, 张建昆, 刘博, 等. LED非线性对基于正交频分复用可见光通信系统的影响[J]. 中国激光, 2011, 38(8): 0805007.
- 4 Li Ming, Cao Yang, Li Shuming, *et al.*. Study on the repetition space-time codes for multiple-input multiple-output free-space optical systems [J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(4): 0405004.
黎明, 曹阳, 李书明, 等. 多输入多输出空间光通信中的循环空时编码研究[J]. 中国激光, 2013, 40(4): 0405004.

- 5 Li Rongling, Tang Chanjuan, Wang Yuanquan, *et al.*. A MISO-OFDM visible light communication system using LED based on subcarrier multiplexing [J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 39(11): 1105001.
李荣玲, 汤婵娟, 王源泉, 等. 基于副载波复用的多输入单输出正交频分复用LED可见光通信系统[J]. *中国激光*, 2012, 39(11): 1105001.
- 6 Zhang Jiankun, Yang Yu, Chen Hongda. Modulation scheme analysis of indoor visible light communications [J]. *Chinese J Lasers*, 2011, 38(4): 0405003.
张建昆, 杨宇, 陈弘达. 室内可见光通信调制方法分析[J]. *中国激光*, 2011, 38(4): 0405003.
- 7 Chen Juan, Ke Xizheng, Chen Ting. Differential space time code for free space optical multiple input multiple output system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(2): 0206004.
湛娟, 柯熙政, 程婷. 自由空间光多输入多输出系统中的差分空时码[J]. *光学学报*, 2013, 33(2): 0206004.
- 8 Komine T, Nakagawa M. Fundamental analysis for visible-light communication system using LED lights [J]. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 2004, 50(1): 100-107.
- 9 Hann S, Kim J H, Jung S Y, *et al.*. White LED ceiling lights positioning systems for optical wireless indoor applications [C]. 2010 36th European Conference and Exhibition on Optical Communication IEEE, 2010. 1-3.
- 10 Zhang W, Kavehrad M. A 2-D indoor localization system based on visible light LED [C]. *Photonics Society Summer Topical Meeting Series*, IEEE, 2012. 80-81.
- 11 Jung S Y, Hann S, Park S, *et al.*. Optical wireless indoor positioning system using light emitting diode ceiling lights [J]. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2012, 54(7): 1622-1626.