

基于准蒙特卡罗算法的测透镜焦距数据误差分析

叶苗

黄淮学院, 河南 驻马店 463000

摘要 针对传统测量的透镜焦距数据误差大的问题, 提出采用准蒙特卡罗算法进行分析。用液晶屏显示分化图形取代平行光管的玻罗板; 通过最小二乘拟合法计算被测焦距; 自适应准蒙特卡罗算法采样器对成像采样, 采样器根据每个像素和它相邻像素的亮度差异产生不同数量样本, 采样器没有自身的极限控制值, 使用 Hardy-Krause 决定有界变差函数, 通过多维勒贝格测度使准蒙特卡罗方法的误差由随机点列的星偏差决定。实验仿真显示液晶显示屏测量焦距比目视测量焦距的标准偏差小, 准蒙特卡罗算法的均方根误差比蒙特卡罗算法的小。

关键词 测量; 准蒙特卡罗; 平行光管; 均匀点集

中图分类号 TN206; TH744 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP51.061202

Error Analysis of Focal Length of Lens Based on Quasi-Monte Carlo Algorithm Evaluation

Ye Miao

Huang Huai College, Zhumadian, Henan 463000, China

Abstract Since the focal length of the lens based on traditional measurement has large error, the Quasi-Monte Carlo algorithm is adopted for analysis. The liquid crystal display screen differentiation graphics are used instead of parallel Perot plate light pipe. Then least square fitting is used to calculate the focal length. Adaptive Quasi-Monte Carlo algorithm sampler is adopted for imaging sampling, and according to the brightness difference of each pixel and its neighboring pixels, different number of samples are produced. The sampler has no limit control values, so the Hardy-Krause is used to decide the bounded variation function. By Dovi Lebegue method, the error of the Quasi-Monte Carlo method is decided by the star deviation error of random sequence. Simulation shows that the standard deviation of the focal length measured by LCD screen is smaller than that measured by visual measuring, and that root-mean square error of Quasi-Monte Carlo algorithm is smaller than that of the Monte Carlo algorithm.

Key words measurement; quasi-Monte Carlo; collimator; uniform points

OCIS codes 120.3688; 230.1150; 230.6080

1 引言

焦距是光学系统的一个基本参数, 是光学系统在装配与调校过程中必须已知的参数, 而透镜又是组成光学系统的最基本的元件。因此, 透镜的焦距自然是确定其物像关系的重要参数, 同时透镜的焦距是否精确也将直接影响整个光学系统^[1-2]。

传统的透镜光学参数测量方法是由测量人员在光具座上逐项进行观测、记录、分析数据和计算结果等一系列工作, 存在着效率低、精度不稳定、对测量人员要求高等限制因素^[3], 比如: 用放大率法测量透镜或光学系统的焦距, 使用带显微镜的目镜测微器读取玻罗板像的间距, 因为目镜测微器自身结构的复杂性, 在测量过程中旋转测微手轮时容易造成成像不稳定, 导致回旋误差, 而且由于仅依靠操作员主观判断, 对操作者要求较高, 同时具有较大的人为误差。此外, 当劳动量较大时, 人眼极易疲劳, 更会增加判读机率, 大大降低劳动效率。

收稿日期: 2013-12-12; 收到修改稿日期: 2014-01-14; 网络出版日期: 2014-04-29

基金项目: 河南省科技厅科技攻关项目(122300410210)

作者简介: 叶苗(1983—), 女, 硕士, 讲师, 主要从事光学工程方面的研究。E-mail: yemiao83@qq.com

本文采用准蒙特卡罗算法,计算有限维积分的误差阶次是小于蒙特卡罗积分的误差阶次,用液晶屏(LCD)显示分划图形取代平行光管的分划板,通过平行光管形成一个无穷远的目标,由数据采集器采集目标通过被测透镜所成的像进行误差分析。采样器根据每个像素和它相邻像素的亮度差异产生不同数量样本,采样器没有自身的极限控制值,准蒙特卡罗方法的误差只由随机点列的星偏差决定。实验仿真显示准蒙特卡罗算法的均方根误差(RMSE)明显比蒙特卡罗算法的小。

2 测量过程

2.1 系统光路图

传统方法中用放大率法测焦距是通过人眼判读被测光学系统对玻罗板所成像的某对刻线对间距而计算出被测光学系统的焦距。为避免频繁地更换分划板,用液晶屏显示分划图形取代了平行光管的玻罗板,通过平行光管后形成一个无穷远的目标,用 CCD 取代人眼作为接收器,再经被测透镜成像在 CCD 接收器^[4],图 1 给出了测量光路图。

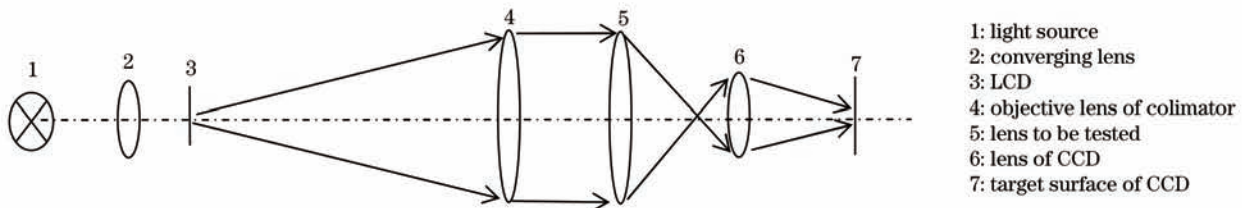


图 1 透镜焦距测量光路

Fig.1 Optical path of focal length measurement

2.2 焦距计算

一个透镜的分辨率用它能够分辨两组衍射花样的最小角距离 θ 表示。若 D 为透镜孔径, λ 为光波波长, 则最小角距离 θ 为

$$\theta = \frac{1.22\lambda}{D} (\text{rad}) = \frac{140}{D} (") \quad (1)$$

将液晶分划板置于平行光管的物镜焦平面上,那么,在待测透镜的第二焦平面附近,将得到液晶分划板的像。用测微目镜观察此像,待测透镜的质量越高,观察到的能分辨的单元号码就越多,找出液晶分划板上刚能分辨的单元号码^[5],当分划图形是间距为 y 的一对平行线时,液晶屏显示分划图上得到的实际像是一对间距为 y' 的平行线,其间距用这两条平行线间垂直距离上的像素数 p 来表示,单位是 pixel。 p 和 y' 之间存在一个比例系数 r , 而且有

$$y' = r \cdot p. \quad (2)$$

用 w 表示液晶屏的像素宽度, m 表示分划图形线对间所含液晶像素数。于是根据放大率法原理,透镜焦距 f' 可表示为

$$f' = C_0 \cdot \frac{p}{m}, \quad (3)$$

式中 $C_0 = f'_c \cdot \frac{r}{w}$ 是一个常数, f'_c 是平行光管物镜焦距, p 通过两条平行直线一起经最小二乘拟合得到。利用焦距标准透镜标定 C_0 后,对于不同的透镜就可以根据 p 计算出焦距 f' 。

3 准蒙特卡罗算法

蒙特卡罗算法是以概率统计为指导的一种数值计算方法,使不确定的问题转化为具有确定的结果。准蒙特卡罗算法计算有限维积分的误差阶次是小于蒙特卡罗积分的误差阶次,因此在平行光管测量中用自适应准蒙特卡罗算法,算法采样器根据每个像素和它相邻像素的亮度差异产生不同数量样本,采样器没有自身的极限控制值,只受采样器中噪波阈值的制约。

准蒙特卡罗方法对测量 $\{x_i^i\}_{i=1}^N$ 进行再采样,生成长度为 n 的低差异性的均匀点集 $\{u^i, i=1, \dots, n\}$, 则采样

空间为 $[a_i, b_i]$, 其中 $a_i = \min\{x_i^i\}_{i=1}^N$, $b_i = \max\{x_i^i\}_{i=1}^N$ 。

通过空间函数映射

$$\bar{x}_i^i = [a_i + (b_i - a_i)u^i]. \quad (4)$$

这样图像新的空间抽样集合为 $\{\bar{x}_i^i\}_{i=1}^N$, 容量为 n 。新样本集仍然分布在原样本集空间上, 但是分布较随机样本更为均匀, 因此可以获得更好的估计性能^[6-7]。

采用 Koksma-Hlawka 不等式给出准蒙特卡罗方法的计算误差

$$\left| \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) - \int_{I^d} f(u) du \right| \leq V(f) D_N^*(x_1, x_2, \dots, x_N), \quad (5)$$

式中随机点列 $x_1, x_2, \dots, x_N \in I[0, 1)^d V(f)$, I^d 表示 d 维空间 $[0, 1)^d$, d 、 N 分别为低差异性序列的维数和个数; $V(f)$ 是函数在空间 I^d 中 Hardy-Krause 意义下的有界变差函数; $D_N^*(x_1, x_2, \dots, x_N)$ 是星偏差统计, 星偏差统计的定义为

$$D_N^*(x_1, x_2, \dots, x_N) = \sup_{B \in W^*} \left| \frac{F(B; Q)}{N} - \lambda_d(B) \right|, \quad (6)$$

式中 \sup 表示上确界函数, Q 是空间 I^d 中包含的点集 x_1, x_2, \dots, x_N , B 是 I^d 的子集, $B \in W^*$ 是 I^d 上具有形式 $\prod_{i=1}^d [u_i)$ 的所有子区间的集合; λ_d 是 d 维勒贝格测度。

$$F(B; Q) = \sum_{i=1}^N C_B(x_i), \quad (7)$$

式中 C_B 是 B 的特征函数, $F(B; Q)$ 只计算满足 $x_i \in B (1 \leq i \leq N)$ 的那些点的个数的函数^[8], 因此准蒙特卡罗方法的误差主要由随机点列的星偏差决定。

4 测量参数误差因数

4.1 相对标准偏差

以测量实际的焦距值来分析各项误差, 有助于减小测量误差。因此需要对焦距值的测量采取一定的措施来避免测量误差, 通过间接测量的误差得到焦距测量的相对标准偏差

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{f'}}{f'} = \sqrt{\left(\frac{1}{f'_c}\right)^2 \sigma^2_{f'_c} + \left(\frac{1}{y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{1}{y''}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{1}{y'''}\right)^2 \sigma_y^2} \approx 0.025 \text{ mrad}. \quad (8)$$

检测抛物镜的焦距产生一个 0.025 mrad 的测量误差, 在误差分析时应加以考虑^[9]。

4.2 放大倍率误差

选取液晶屏显示在像面所占测量元个数时^[10-12], 会产生读数误差, 读数最大误差为两个像素, 即

$$\sigma_2 = \frac{2 \times 5.2 \mu}{9 \text{ mm}} = 0.00113 \text{ mrad}. \quad (9)$$

5 实验仿真

5.1 实验参数

测微鼓轮分度值: 角度值是 $1''$, 线性值是 $L/200 \mu\text{m}$ (L 为反射镜机座的有效长度, mm); 有效发射率: 0.99 W; 温度精确度: $\pm(0.15 \pm 0.002)^\circ\text{C}$; 传感器: Pt100; 光阑: $\Phi 0.3$ 、 $\Phi 0.5$ 、 $\Phi 0.8$ 、 $\Phi 1$ 、 $\Phi 2$ (mm); 焦距: 1 m; 有效口径: $\Phi 70$ mm; 工作波长: $1 \sim 5 \mu\text{m}$; 光束平行度: $2'$ 。采用液晶分划板的焦距测量结果如表 1 所示。

定位得出第三对线间隔像素为 243.63 pixel, 对应的实际物理距离为 10.000 mm, CCD 像素量为 0.0175 mm, 得出焦距 $\bar{f} = 550.6151$ mm。

由标准偏差定义可知

表1 采用液晶分划板的焦距测量结果

Table 1 Results of focal length measurement with LCD panel

No.	Left line pixel	Right line pixel	Third interval pixel	Focal length of measure /mm
1	521.99	765.62	243.63	550.6151
2	521.99	765.62	243.63	550.6141
3	522.00	765.61	243.63	550.6150
4	522.00	765.62	243.63	550.6148
5	521.99	765.62	243.63	550.6151
6	521.99	765.62	243.63	550.6156
7	522.00	765.62	243.63	550.6152
8	522.00	765.62	243.63	550.6155
9	521.99	765.62	243.63	550.6150
10	521.99	765.62	243.63	550.6151

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (f_i - \bar{f})^2}{m-1}} = 0.0007355950, \quad (10)$$

式中 m 为测量次数, f_i 第 i 次测量焦距, \bar{f} 为测量平均焦距。

经目视测量得到的十组测量结果如表2所示。

表2 目视测量焦距结果

Table 2 Results focal length measured by eye

No.	Read 1 /mm	Read 2 /mm	Focal length of collimator / mm	Reticle span /mm	Measured focal length /mm
1	4.660	2.954	1290.03	4.000	550.5151
2	4.660	2.955	1290.03	4.000	550.6141
3	4.659	2.952	1290.03	4.000	550.1150
4	4.661	2.952	1290.03	4.000	550.6148
5	4.660	2.955	1290.03	4.000	550.7151
6	4.660	2.952	1290.03	4.000	550.5256
7	4.659	2.954	1290.03	4.000	550.3152
8	4.660	2.955	1290.03	4.000	550.6155
9	4.660	2.954	1290.03	4.000	550.8753
10	4.659	2.954	1290.03	4.000	550.6151

由表2数据得出焦距 $\bar{f} = 550.3913\text{mm}$, 标准偏差 $S = 0.41$ 。

5.2 误差分析

通过 Matlab 编程, 把使用液晶屏测量数据如表3所示, 导入到准蒙特卡罗算法模型中。

表3 测量数据

Table 3 Data of measurement

No.	1		2		3		4		Average
	$K=1$	$K=-1$	$K=1$	$K=-1$	$K=1$	$K=-1$	$K=1$	$K=-1$	
L	331°14'	211°10'	328°03'	208°09'	319°41'	199°34'	198°44'	318°48'	
R	151°12'	31°10'	148°05'	28°07'	139°38'	19°34'	18°43'	138°43'	
No.	5		6		7		8		59°57'
	$K=1$	$K=-1$	$K=1$	$K=-1$	$K=1$	$K=-1$	$K=1$	$K=-1$	
L	334°14'	209°10'	318°03'	228°23'	356°13'	200°64'	168°04'	328°89'	
R	147°12'	33°10'	168°05'	58°44'	156°34'	28°67'	48°03'	148°61'	

将测量数据分另记为 α_L 、 α'_L 、 α_R 、 α'_R :

$$\alpha = \frac{1}{4}[(\alpha_L - \alpha'_L) + (\alpha_R - \alpha'_R)]. \quad (11)$$

数据处理后

$$\alpha_1 = \frac{1}{4}[(331^\circ 14' - 211^\circ 10') + (151^\circ 12' - 31^\circ 10')] = 59^\circ 57', \quad (12)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{4}[(328^\circ 3' - 208^\circ 9') + (148^\circ 5' - 28^\circ 7')] = 60^\circ 1', \quad (13)$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{4}[(319^\circ 41' - 199^\circ 34') + (139^\circ 38' - 19^\circ 34')] = 59^\circ 54', \quad (14)$$

$$\alpha_4 = \frac{1}{4}[(318^\circ 48' - 198^\circ 44') + (138^\circ 43' - 18^\circ 43')] = 59^\circ 58'. \quad (15)$$

同理,可以得到 $\alpha_5 = 59^\circ 59'$, $\alpha_6 = 60^\circ 03'$, $\alpha_7 = 59^\circ 55'$, $\alpha_8 = 60^\circ 01'$ 。

平均值 $\bar{\alpha} = \frac{1}{4}(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 + \alpha_7 + \alpha_8) = 59^\circ 57'$ 。

不确定度

$$\Delta_A = S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_i - \bar{\alpha})^2}{n-1}} \approx 4',$$

$$\Delta_B \approx \Delta_{\text{instru}} = 1',$$

$$\Delta_T = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = \sqrt{4'^2 + 1'^2} \approx 5',$$

$$\alpha = \bar{\alpha} \pm \Delta\alpha = 59^\circ 57' \pm 0.5',$$

其中 Δ_A 为测量偏差, Δ_B 为仪器自射偏差。

由蒙特卡罗算法,有 $E_p = \frac{\Delta\alpha}{\bar{\alpha}} \times 100\% = 0.13\%$

由准蒙特卡罗算法,有 $E_r = \frac{\bar{\alpha} - \alpha_0}{\alpha_0} \times 100\% = \frac{59^\circ 57' - 60^\circ}{60^\circ} \times 100\% = 0.09\%$

所以, $E_r < E_p$, 测量结果的随机误差的范围比较小。这是因为任意长的子点集都能均匀地填充采样空间,得到低偏差点集,防止处理测量数据产生二次误差,其均方根误差明显比蒙特卡罗算法的要小,如图2所示,表明所提算法的分析精度更高。

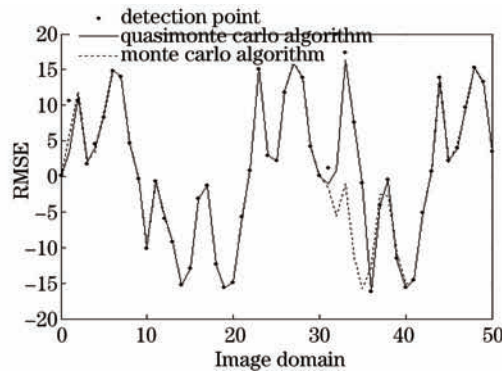


图2 准蒙特卡罗算法和蒙特卡罗算法的RMSE比较

Fig.2 Comparison of RMSE of quasi-Monte Carlo algorithm and Monte Carlo algorithm

在图2中,准蒙特卡罗算法的均方根误差明显比蒙特卡罗算法的小,这是因为准蒙特卡罗算法采样器根据每个像素和它相邻像素的亮度差异产生不同数量样本,采样器自身没有极限控制值。

6 结 论

用液晶屏显示分划图形取代平行光管的分划板,通过平行光管形成一个无穷远的目标,由数据采集器采集目标通过被测透镜所成的像进行误差分析,准蒙特卡罗方法的误差只由随机点列的星偏差决定。实验仿真显示准蒙特卡罗算法均方根误差明显比蒙特卡罗算法的小,为测量焦距提供了一种新思路。

参考文献

- 1 Liu lei. Design of off-axis aspherical collimator with lightweight and high stability [J]. Chinese Optics, 2011, 4(6): 588-593.
刘磊. 轻型高稳定性离轴非球面平行光管设计[J]. 中国光学, 2011, 4(6): 588-593.
- 2 Wang Fuguo, Yang Fei, Ming Ming, *et al.*. 1.5 m primary mirror structure design and analysis for vertical and vacuum collimator [J]. Infrared Technology, 2012, 34(9): 525-530.
王富国, 杨飞, 明名, 等. 1.5 m垂直状态真空平行光管主镜支撑结构设计与分析[J]. 红外技术, 2012, 34(9): 525-530.
- 3 Li Xiang, Zhang Xiaohui. A real-time auto-focusing system for collimator with large aperture [J]. Opto-Electronic Engineering, 2012, 39(7): 55-60.
李响, 张晓辉. 大口径平行光管实时检焦系统[J]. 光电工程, 2012, 39(7): 55-60.
- 4 Dong Bing, Fu Yuegang, Liu Zhiying. Large aperture off-axis collimator: primary mirror structure and optical inspection [J]. Journal of Applied Optics, 2011, 32(7): 714-717.
董冰, 付跃刚, 刘智颖. 大口径光学离轴平行光管研究主反镜结构及光学检测[J]. 应用光学, 2011, 32(7): 714-717.
- 5 Wang Lei, Wang Shouyin, Zhou Hu, *et al.*. Basic principles and use method of collimator [J]. Chinese J Scientific Instrument, 2006, 27(z1): 980-982.
王磊, 王守印, 周虎, 等. 平行光管的基本原理及使用方法[J]. 仪器仪表学报, 2006, 27(z1): 980-982.
- 6 Zhao Lingling, Ma Peijun, Su Xiaohong, *et al.*. Spatial size of sample set control-based multiresolutional particle filter [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(11): 2664-2668.
赵玲玲, 马培军, 苏小红, 等. 空间域容量控制多分辨率粒子滤波算法[J]. 电子学报, 2010, 38(11): 2664-2668.
- 7 Chen Zhimin, Bo Yuming, Wu Panlong, *et al.*. Quasi-Monte Carlo particle filter algorithm for target tracking based on GRNN [J]. Information and Control, 2012, 41(6): 760-766.
陈志敏, 薄煜明, 吴盘龙, 等. 基于GRNN的拟蒙特卡罗粒子滤波目标跟踪算法[J]. 信息与控制, 2012, 41(6): 760-766.
- 8 Han Zexi, Xing Jinghong. Dynamic measurement uncertainty evaluation based on Quasi-Monte Carlo method [J]. Electronic Test, 2011, (5): 14-18.
汉泽西, 邢靖虹. 基于拟蒙特卡罗方法的动态测量不确定度评定[J]. 电子测试, 2011, (5): 14-18.
- 9 Bai Gongxin, An Zhiyong, Xiao Zuojiang, *et al.*. Research on detection system for multi-axes parallelism of laser sighting telescope [J]. Journal of Changchun University of Science and Technology, 2012, 35(2): 21-25.
柏公欣, 安志勇, 肖作江, 等. 激光瞄具多轴一致性检测系统研究[J]. 长春理工大学学报, 2012, 35(2): 21-25.
- 10 Weng Cuncheng, Chen Min, Hong Lingpeng, *et al.*. Method to adjust the telescope and collimator of spectrometer to be perpendicular and intersect its central spin axis [J]. Physical Experiment of College, 2012, 25(2): 47-48.
翁存程, 陈敏, 洪凌鹏, 等. 分光计望远镜与平行光管的轴线垂直且相交于转轴的调节方法[J]. 大学物理实验, 2012, 25(2): 47-48.
- 11 Zhou Yuanyuan, Zhou Sizhong, Deng Ying. Application of focusing capillary in extreme ultraviolet collimator [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(10): 1023001.
周媛媛, 周泗忠, 邓颖. 聚焦毛细管在极紫外平行光管中的应用[J]. 光学学报, 2012, 32(10): 1023001.
- 12 Zhang Yaoyu, Li Min. A new test method of optical-axis parallelism for three-meter reflex light-tube [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(12): 121205.
张尧禹, 李岷. 3 m长折转光管光轴平行性检测新方法[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(12): 121205.