

多台阶相幅型菲涅耳波带片的矢量衍射

朱艳 张耀举 赵艳

温州大学物理与电子信息工程学院, 浙江温州 325035

摘要 用矢量 Rayleigh-Sommerfeld(VRS)衍射理论分析计算了高数值孔径多台阶相幅型菲涅耳波带片(M -SHFZP)的聚焦场分布。当线性偏振光垂直入射到 M -SHFZP,结果显示:1)由于薄膜透射率随着刻蚀台阶深度发生变化,致使实际的 M -SHFZP的聚焦强度小于多台阶纯相位型菲涅耳波带片(M -SPFZP)的聚焦强度,但是 M -SHFZP的聚焦光斑大小基本上与 M -SPFZP的相同;2)聚焦光的强度随着台阶数的增加而增加,但聚焦光斑的大小不随台阶数变化;3)对于低数值孔径的 M -SHFZP,光轴上的强度呈现一个多焦点分布,但是对于高数值孔径的 M -SHFZP,高级焦点的强度被大大抑制。台阶数愈多,数值孔径愈大,抑制高级次焦点的能力愈强。VRS矢量衍射理论的计算结果与时域有限差分法(FDTD)模拟结果基本一致。

关键词 物理光学;聚焦;矢量 Rayleigh-Sommerfeld 衍射理论;多台阶相幅型菲涅耳波带片;高数值孔径
中图分类号 O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP51.060501

Vertical Diffraction of Multi-Step Hybrid Fresnel Zone Plates

Zhu Yan Zhang Yaoju Zhao Yan

College of Physics and Electronic Information Engineering, Wenzhou University, Wenzhou, Zhejiang 325035, China

Abstract The vertical Rayleigh-Sommerfeld (VRS) diffraction theory is used for analyzing and calculating the focused field distributions of high-numerical-aperture (NA) multi-step hybrid Fresnel zone plates (M -SHFZP). Under the illumination of linearly-polarized light, results are shown as follows: 1) Due to the transmission coefficient of the film changing with the depth of steps, the focused intensity of M -SHFZP is smaller than that of multi-step pure-phase Fresnel zone plates (M -SPFZP). However, the focal spot size of M -SHFZP is almost the same as that of M -SPFZP; 2) As the step number increases, the focused intensity increases, but the spot size is invariant; 3) The diffraction field presents a multispot distribution for low-NA M -SHFZP, but the intensity of high-order foci is effectively suppressed for high-NA M -SHFZP. The more the step number and the higher the NA, the stronger the ability of M -SHFZP to suppress higher-order foci. The results obtained by the VRS agree with the results obtained from the finite-difference time-domain (FDTD) simulation basically.

Key words physical optics; focusing; vertical Rayleigh-Sommerfeld diffraction theory; multi-step hybrid Fresnel zone plate; high-numerical-aperture

OCIS codes 050.1950; 050.5080; 260.1960; 260.5430

1 引言

菲涅耳波带片(FZP)圆形光栅是一种非周期光栅,可以有效地把光聚焦到-1级上,类似于一个透镜,称为菲涅耳透镜。由于连续面型的衍射菲涅耳透镜难于加工,人们常用多台阶结构来近似连续面形结构。当环带数较少、焦距较大时,可以使用标量衍射理论来分析菲涅耳透镜的衍射^[1-7]。当环带数较大、焦距较短时,越靠近微透镜边缘处台阶宽度越小,产生亚波长结构,需要采用矢量衍射分析方法。对厚FZP的衍射场分布,由于要考虑其薄膜内部产生的衍射效应,严格的计算方法有耦合波分析方法和时域有限差分法(FDTD)。严格的耦合波分析方法适用于周期性FZP衍射场的计算,对于非周期性的圆形FZP衍射场的计算比较困难。FDTD

收稿日期: 2014-01-17; 收到修改稿日期: 2014-02-08; 网络出版日期: 2014-05-14

基金项目: 国家自然科学基金(61078023, 61377021)、浙江省科技公益项目(2010C31051)

作者简介: 朱艳(1986—),女,硕士研究生,主要从事光栅衍射方面的研究。E-mail: 814151283@qq.com

导师简介: 张耀举(1960—),男,博士,教授,主要从事衍射光学、微纳光子学等方面的研究。

E-mail: zhangyaoju@sohu.com (通信联系人)

本文电子版彩色效果请详见中国光学期刊网 www.opticsjournal.net

是目前被广泛使用的矢量电磁场计算方法,可以被用来模拟计算高数值孔径FZP的衍射^[8-9],但是该方法不能给出物理图像,而且波带片的环数较大时,需要花费大量的计算时间。为了强调物理意义,需要一些解析模型来分析高数值孔径FZP的聚焦行为。Mote等^[10]用Richards和Wolf的矢量衍射理论^[11]分析了2台阶相位光栅的矢量衍射特性。Carretero等^[12-13]用矢量Rayleigh-Sommerfeld(VRS)衍射理论分析了二元振幅FZP的衍射。Ye等^[14]使用VRS理论详细地研究了亚波长平面型二元振幅FZP聚焦场的偏振特性。

二元振幅和二元相位波带片的聚焦场在光轴上呈现多光斑分布,并且衍射效率较低。FDTD模拟显示,在一定条件下,增加台阶菲涅耳波带片的环带数会使焦斑中心场强增大、焦斑变小、焦深变短,增加台阶数会使聚焦效果加强^[9]。而矢量衍射分析方法对多台阶圆形衍射微透镜的理论分析和设计制作具有重要的指导意义。本文提出VRS理论分析模型,计算了高数值孔径多台阶相幅型菲涅耳波带片(M-SHFZP)的衍射场分布,研究了其抑制高级焦点的能力,分析了薄膜的透射系数对聚焦场的影响。

2 理论与公式

图1显示出了一个4台阶相幅型菲涅耳波带片(4-SHFZP)的截面图。M-SHFZP在折射率为 n 、厚度为 d 的光学薄膜上刻蚀形成。入射波垂直入射于波带片上, f_d 为设计焦距, F 是设计焦点。设共 M 个台阶,每个台阶高度均为 d/M 。

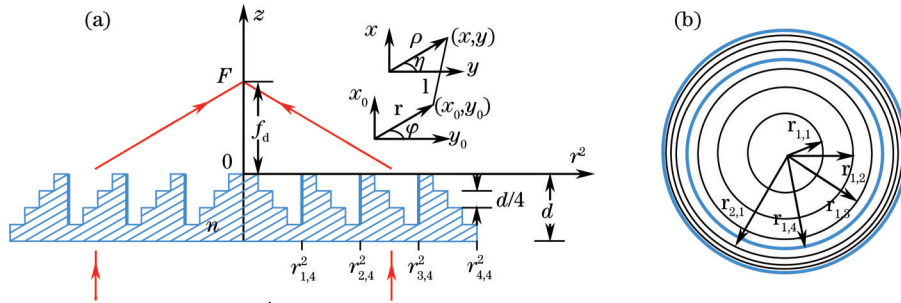


图1 4台阶相幅型菲涅耳波带片模型示意图。(a) x - z 截面图; (b) x - y 截面图

Fig.1 Cut-away diagram of a 4-step hybrid Fresnel zone plate. (a) Cross-sectional view in x - z plane; (b) top down view in x - y plane

在直角坐标系下, $z=0$ 平面的电场可以表示为

$$\mathbf{E}_0(r, \phi, z=0) = E_{0x}(r, \phi)\mathbf{x} + E_{0y}(r, \phi)\mathbf{y} + E_{0z}(r, \phi)\mathbf{z}, \quad (1)$$

式中 (r, ϕ) 为入射面的平面极坐标参数。

在 $z>0$ 空间内的任意一个观察点 (ρ, η, z) ,电场可以表示为

$$\mathbf{E}(\rho, \eta, z) = E_x(\rho, \eta, z)\mathbf{x} + E_y(\rho, \eta, z)\mathbf{y} + E_z(\rho, \eta, z)\mathbf{z}. \quad (2)$$

根据VRS衍射理论^[12-15],电场的表达式为

$$E_x(\rho, \eta, z) = -\frac{z}{2\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} E_{0x}(r, \phi) \frac{ikl-1}{l^3} \exp(ikl)rdrd\phi, \quad (3a)$$

$$E_y(\rho, \eta, z) = -\frac{z}{2\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} E_{0y}(r, \phi) \frac{ikl-1}{l^3} \exp(ikl)rdrd\phi, \quad (3b)$$

$$E_z(\rho, \eta, z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} [(\rho \cos \eta - r \cos \phi)E_{0x}(r, \phi) + (\rho \sin \eta - r \sin \phi)E_{0y}(r, \phi)] \frac{ikl-1}{l^3} \exp(ikl)rdrd\phi, \quad (3c)$$

式中 $l = [r^2 + \rho^2 + z^2 - 2r\rho \cos(\phi - \eta)]^{1/2}$ 表示在波带片 $z=0$ 平面的任意一点 $(r, \phi, 0)$ 到观察点 (ρ, η, z) 的距离,且波数 $k = 2\pi/\lambda$, λ 为入射波波长。

当单位振幅、 x -偏振平面波垂直入射到一个平面平行薄膜上时,在透射面的透射场 \mathbf{E}_0 可以由入射场 \mathbf{E}_i 求出

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{T} \mathbf{R} \mathbf{E}_i, \quad (4)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_p & 0 & 0 \\ 0 & t_s & 0 \\ 0 & 0 & t_p \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_i = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

矩阵 \mathbf{R} 描述平面直角坐标转化成柱坐标的算符, \mathbf{T} 为光经过介质薄膜的透射菲涅耳系数矩阵, t_p 和 t_s 分别表示 TE 和 TM 波通过介质薄膜的透射系数, 可以通过薄膜光学计算得到^[16]。

将(5)式代入(4)式得到

$$\mathbf{E}_0 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(t_p + t_s) + \frac{1}{2}(t_p - t_s)\cos 2\varphi \\ \frac{1}{2}(t_p - t_s)\sin 2\varphi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

当光垂直入射于平面平行薄膜时, $t_p = t_s = t$, 所以(6)式变为

$$\mathbf{E}_0 = (t, 0, 0), \quad (7)$$

$$t = \frac{t_{01}t_{12} \exp(ikn\tau)}{1 + r_{01}r_{12} \exp(2ikn\tau)}, \quad (8)$$

式中 τ 表示薄膜的厚度, $r_{01} = (1 - n)/(n + 1)$, $r_{12} = -r_{01}$, $t_{01} = 1 - r_{12}$, $t_{12} = 1 - r_{01}$ 。

考虑到 FZP 中各台阶薄膜的振幅透射系数, 在 M -SHFZP 的 $z=0$ 平面[见图 1(a)]的电场可表示为

$$E_{0x}(r, \phi) = \sum_{m=1}^M t_m R_m(r) \exp[ikd(m-1)/M], \quad (9a)$$

$$E_{0y}(r, \phi) = 0, \quad (9b)$$

式中 t_m 为光穿过第 m 个台阶介质薄膜的透射系数, 可以根据(8)式计算得到。 t_m 的振幅和相位因每个台阶高度的不同而不同。因此, 实际的台阶菲涅耳波带片不是一个理想的纯相位型波带片, 而是一个振幅和相位杂化的波带片。 $R_m(r)$ 是 M -SHFZP 在 x - y 平面的圆环结构函数, 表达如下

$$R_m(r) = \sum_{j=1}^N [\text{circ}(r/r_{j,m}) - \text{circ}(r/r_{j,m-1})], \quad (10)$$

式中 $\text{circ}(x)$ 是圆域函数, $r_{j,m} = \sqrt{2\lambda f_d(j-1+m/M) + \lambda^2(j-1+m/M)^2}$, $j=1, 2, \dots, N$, $m=1, 2, \dots, M$ 。 NM 是整个多台阶菲涅耳波带片的区域数。

将(9)式代入(3)式, 就可得到 M -SHFZP 的衍射场。由计算可知, $z>0$ 空间内光轴上任意一点的衍射场在 y 、 z 方向的分量都恒为零, 而在 x 方向的分量不为零。利用关系

$$l = [r^2 + z^2]^{1/2} \quad \text{且} \quad ldl = r dr, \quad (11)$$

得出在光轴上的衍射场为

$$E(z) = -z \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^N t_m \exp[ikd(m-1)/M] \int_{r_{j,m-1}}^{r_{j,m}} \frac{ikl-1}{l^2} \exp(ikl) dl, \quad (12)$$

将积分公式

$$ik \int_a^b \frac{1}{l} \exp(ikl) dl = \frac{1}{l} \exp(ikl) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{m!}{(ikl)^m} \Big|_a^b, \quad (13)$$

$$\int_a^b \frac{1}{l^2} \exp(ikl) dl = \frac{1}{l} \exp(ikl) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m!}{(ikl)^m} \Big|_a^b, \quad (14)$$

代入(12)式, 经过计算得出轴向衍射场强度的具体表达式

$$I(z) = |E(z)|^2 = z^2 \left| \sum_{m=1}^M A_m t_m \exp[ikd(m-1)/M] \right|^2, \quad (15)$$

$$A_m = \sum_{j=1}^N \left[\frac{\exp(ik\sqrt{r_{j,m}^2 + z^2})}{\sqrt{r_{j,m}^2 + z^2}} - \frac{\exp(ik\sqrt{r_{j,m-1}^2 + z^2})}{\sqrt{r_{j,m-1}^2 + z^2}} \right]. \quad (16)$$

3 计算与分析

将空气作为周围介质。为了说明应用 VRS 理论分析高数值孔径 M -SHFZP 衍射场分布的有效性, 首先和 FDTD 模拟结果进行比较。图 2 显示出当 N 分别等于 6 和 10 时沿光轴(z 轴)的归一化电场强度分布。应

用 VRS 理论计算的参数与文献 [9] 中的 FDTD 模拟时的参数相同: $\lambda = 1 \mu\text{m}$, $n = 1.5$, $M = 8$, $f_a = 100 \text{ mm}$, $d = 2 \mu\text{m}$ 。虚线是利用 VRS 理论计算结果, 实线是 FDTD 模拟结果^[9]。从图 2 可以看出, VRS 理论所预计的光斑极大值和极小值的位置与 FDTD 模拟基本相同。在光斑的外围, 理论计算结果与 FDTD 模拟有较大的偏差, 且 FDTD 模拟出现高频振荡。这些偏差的原因是 VRS 理论没有考虑 M -SHFZP 结构内部的衍射效应和光在 FZP 各区域之间的耦合效应。但是, 由这些计算结果可以看出, 对多台阶 FZP 衍射场分布进行初步、简单的估算, VRS 理论是有效的。

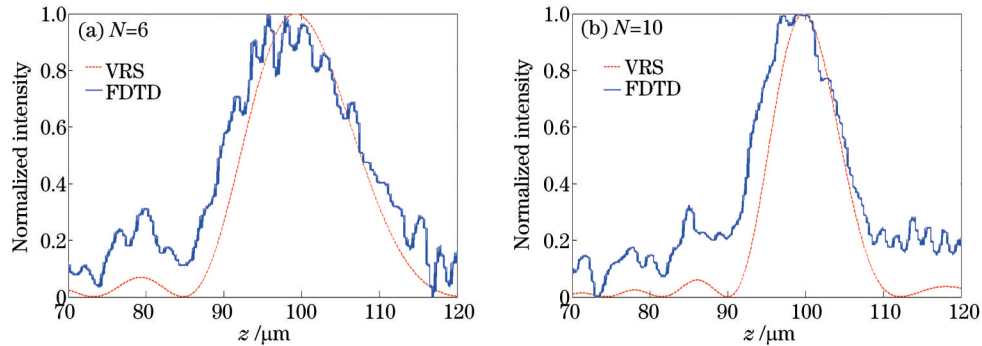


图 2 8-SHFZP 的归一化轴上光强分布

Fig.2 Normalized axial intensity distributions of the 8-SHFZP

为了显示台阶薄膜的透射系数对光强分布的影响, 使用 VRS 理论计算出了 4 台阶 FZP 的强度分布, 结果显示见图 3。计算参数为 $\lambda = 0.633 \mu\text{m}$, $n = 1.5426$, $f_a = 100 \mu\text{m}$, $N = 40$ 。图 3(a) 显示了在主焦点 (-1 级焦点) 的强度随波带片厚度 d 的变化, 图 3(b) 显示了在主焦点附近轴上强度的分布, 图 3(c) 显示了在主焦点的焦平面上 x 方向的强度分布。实线和虚线分别表示 4 台阶相幅型 FZP (4-SHFZP) 和 4 台阶纯相位 FZP (4-SPFZP) 的衍射场分布。

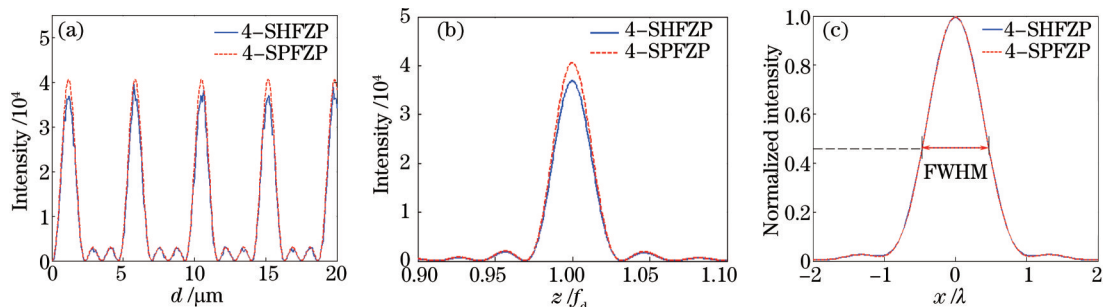


图 3 用 VRS 理论计算的 4-SHFZP (实线) 和 4-SPFZP (虚线) 的衍射场分布。(a) 主焦点的强度随薄膜厚度 d 的变化; (b) 轴向衍射强度分布; (c) 在主焦点的焦平面上沿 x 轴的归一化强度分布。

Fig.3 Intensity distributions of 4-SHFZP and 4-SPFZP calculated by using the VRS theory. (a) Intensity at the designed first-order focus versus the FZP's thickness; (b) axial diffraction intensity distributions; (c) normalized intensity distributions along the x -axis direction in the plane of the primary focus.

从图 3 中可以看出, 衍射场的强度随着薄膜厚度 d 周期性变化, 薄膜的透射系数使得实际的 4-SHFZP 的衍射强度略小于 4-SPFZP 的衍射强度, 但不改变振荡的周期和光斑的半峰全宽 (FWHM, 指主焦平面的归一化衍射强度随 x 轴变化的峰值高度一半时的峰宽度, 可以表征光斑大小)。由此可见, 在粗略的估算中, 可以忽略薄膜的透射系数的效应, 4-SHFZP 的衍射强度近似为 4-SPFZP 的衍射强度来处理。

为了说明多台阶 FZP 抑制高级次焦点的能力和高的聚焦强度, 作为例子, 使用 VRS 理论计算出了 8-SHFZP、4-SHFZP 和 2-SHFZP 的轴向衍射场分布, 结果显示在图 4 中。计算参数为 $\lambda = 0.633 \mu\text{m}$, $n = 1.5426$, $d = 1.2 \mu\text{m}$ 。在计算中, 保持 $f_a = 100 \mu\text{m}$ 不变, 改变环带数 N , 从而使数值孔径发生变化。从图 4 可见, 8-SHFZP 的第 2 个焦点是在 N 趋于无穷时的 -7 级焦点附近, 与主焦点之间的距离大于 $f_a/7$; 4-SHFZP 的第 2 个焦点是在 N 趋于无穷时的 -5 级焦点附近, 与主焦点之间的距离大于 $f_a/5$; 2-SHFZP 的第 2 个焦点是在 N 趋于无穷时的 -3 级焦点附近, 与主焦点之间的距离大于 $f_a/3$ 。对于高数值孔径 M -SHFZP, 如图 4(c) 所示,

高级次焦点的强度被大大抑制,只有-1级一个有效焦点。当数值孔径较低时,如图4(a)所示,8-SHFZP和4-SHFZP的高级次焦点的强度仍可以忽略,但是2-SHFZP的高级次焦点的强度不能忽略。

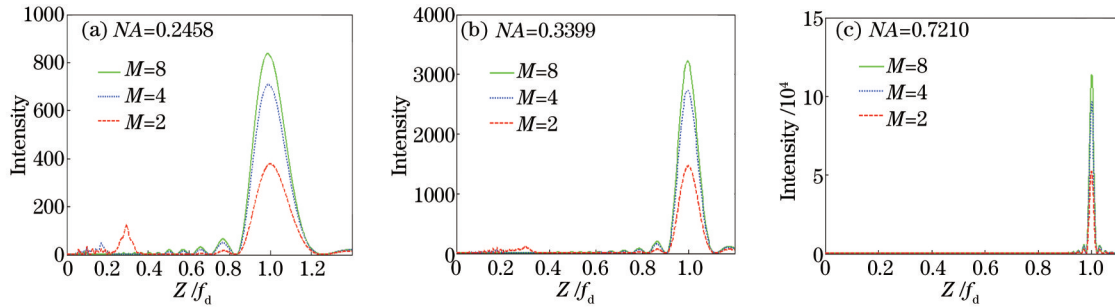


图4 8-SHFZP、4-SHFZP和2-SHFZP的轴向强度分布

Fig.4 Axial intensity distributions of the 8-SHFZP, 4-SHFZP and 2-SHFZP

图5(a)~(c)分别给出了4-SHFZP和2-SHFZP的主焦点的聚焦强度、FWHM及主焦点与第2个焦点的强度之比 q 随着数值孔径 NA 的变化。从图5(a)中可以看出,随着数值孔径 NA 的增大,两个SHFZP的聚焦强度越来越大,且4-SHFZP的聚焦强度要比2-SHFZP的聚焦强度增加的快。图5(b)显示两个SHFZP的聚焦光斑大小相同,且都随着 NA 的增大越来越小。图5(c)显示两个SHFZP的 q 值随着 NA 的增大而增大,且4-SHFZP的 q 值要比2-SHFZP的 q 值增大的快,说明4-SHFZP抑制高级次焦点的能力比2-SHFZP的更大。

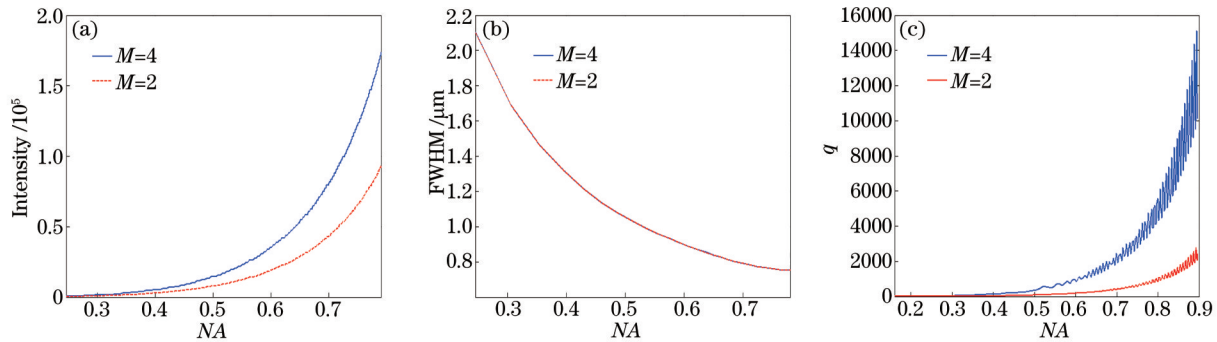


图5 主焦点的(a)聚焦强度,(b) FWHM和(c)主焦点与第2个焦点的聚焦强度之比 q 随数值孔径 NA 的变化

Fig.5 (a) Intensity, (b) FWHM and (c) ratio q of intensities between the primary focus and the second focus versus the numerical aperture NA

4 结 论

提出用VRS理论计算 M -SHFZP的衍射场分布的理论模型,在衍射距离大于5个波长的情况下,在理论分析计算中把 M -SHFZP当成一个平面型FZP处理,未考虑 M -SHFZP结构内部的衍射效应和光在FZP各区域之间的耦合效应,近似对 M -SHFZP衍射场分布进行了初步、简单的估算,其计算结果和FDTD模拟结果比较显示,VRS理论是有效的。结果显示:1) 4-SHFZP的聚焦光斑大小基本上与4-SPFZP的相同,且聚焦强度随着光学薄膜厚度 d 的增大都呈周期性变化,但是4-SHFZP的聚焦强度随着 d 的变化出现微扰。当精确计算台阶FZP的衍射场分布时,需要考虑FZP的透射系数的效应。2) 在相同数值孔径下,4-SHFZP的聚焦强度大于2-SHFZP的聚焦强度,但是两个SHFZP的聚焦光斑大小相同。3) 主焦点的聚焦强度随着台阶数的增加而增加,但聚焦光斑的大小不随相位数变化。数值孔径越大,台阶数越多,抑制高级次焦点的能力越强。当衍射距离小于5个波长时,由于需要考虑波带片内部的衍射效应,VRS理论不再有效。

参 考 文 献

- 1 Y Zhang, C Zheng. Axial intensity distribution behind a Fresnel zone plate[J]. Opt & Laser Techn, 2005, 37(1): 77-80.
- 2 Q Cao, J Jahns. Comprehensive focusing analysis of various Fresnel zone plates[J]. J Opt Soc Am A, 2004, 21(4): 561-571.
- 3 A Jebali, D Erni, S Gulde, *et al.*. Analytical calculation of the Q factor for circular-grating microcavities[J]. J Opt Soc Am B, 2007, 24(4): 906-915.

- 4 K B Doh, K Dobson, T C Poon, *et al.*. Optical image coding with a circular Dammann grating[J]. *Appl Opt*, 2009, 48(1): 134–139.
- 5 Y Zhang, J Chen, X Yea. Multilevel phase Fresnel zone plate lens as a near-field optical element[J]. *Opt Commun*, 2007, 269(2): 271–273.
- 6 Y Zhang, C Zheng, H Xiao. Improving the resolution of a solid immersion lens optical system using a multiphase Fresnel zone plate[J]. *Opt & Laser Techn*, 2005, 37(6): 444–448.
- 7 Zhang Yaoju. Study of diffraction efficiency of step transmission grating[J]. *Chinese J Lasers*, 2003, 30(7): 601–604.
张耀举. 阶梯透射光栅衍射效率的研究[J]. *中国激光*, 2003, 30(7): 601–604.
- 8 R G Mote, S F Yu, B K Ng, *et al.*. Near-field focusing properties of zone plates in visible regime—new insights[J]. *Opt Express*, 2008, 16(13): 9554–9564.
- 9 Liu Yuling, Sui Chenghua, Li Bo. Vector analysis of focusing performance of multilevel circular diffractive microlens[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(6): 1124–1130.
刘玉玲, 隋成华, 李博. 多台阶圆形衍射微透镜聚焦性能的矢量分析[J]. *光学学报*, 2008, 28(6): 1124–1130.
- 10 R G Mote, S F Yu, W Zhou, *et al.*. Subwavelength focusing behavior of high numerical-aperture phase Fresnel zone plates under various polarization states[J]. *Appl Phys Lett*, 2009, 95(19): 191113.
- 11 B Richards, E Wolf. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system[J]. *Proc R Soc London Ser A*, 1959, 253(1274): 358–379.
- 12 L M Carretero, M P Molina, S Blaya, *et al.*. Near-field electromagnetic analysis of perfect black Fresnel zone plates using radial polarization[J]. *J Lightwave Technol*, 2011, 29(17): 2585–2591.
- 13 L C Lopez, M P Molina, P A González, *et al.*. Vectorial diffraction analysis of near-field focusing of perfect black Fresnel zone plates under various polarization states[J]. *J Lightwave Technol*, 2011, 29(6): 822–829.
- 14 H Ye, C W Qiu, K Huang, *et al.*. Creation of a longitudinally polarized subwavelength hotspot with an ultra-thin planar lens: vectorial Rayleigh – Sommerfeld method[J]. *Laser Phys Lett*, 2013, 10(6): 065004.
- 15 R K Luneburg. *Mathematical Theory of Optics*[M]. Berkeley: University of California Press, 1966.
- 16 M Born, E Wolf. *Principles of Optics*[M]. 7th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.