

极少方向投影光偏折CT的偏折角压缩传感修正重建

张斌 刘龙

青岛科技大学机电工程学院, 山东 青岛 266061

摘要 将压缩传感理论与偏折角修正迭代技术相结合解决光偏折层析极少方向的投影重建,提出了一种新的偏折角压缩传感修正重建算法。该算法以待测场梯度的 l_1 范数为稀疏性先验模型,结合最速下降法进行全变差调整,并引入压缩传感权重因子对迭代过程进行优化。在极少方向投影条件下对双峰温度场进行模拟重建,并在相同条件下与已有算法进行比较。结果表明,在6方向投影数据条件下,新算法在峰值构建和重建平滑度方面均表现出显著的优越性,新算法的峰值误差和标准距离误差分别比现有算法降低了18.32%和46.67%。通过对喷焰温度分布的实验测量证明了该算法的有效性。

关键词 图像系统;光偏折层析;压缩传感;重建算法

中图分类号 O438 文献标志码 A doi: 10.3788/LOP51.051102

Deflection Tomography Reconstruction Technology Based on Deflection Angle Compressed Sensing Revision from Few View-angles Projections

Zhang Bin Liu Long

College of Electromechanical Engineering, Qingdao University of Science and Technology,
Qingdao, Shandong 266061, China

Abstract The theory of compressed sensing is integrated with deflection angle revision iteration technique for deflection tomography reconstruction from few view-angles projections. A new iterative reconstruction algorithm with deflection angle compressed sensing revision is developed to improve the quality of reconstruction distribution from incomplete projection data. The algorithm, which combines the sparsity of the object field gradient l_1 norm, is adjusted by total variation with the steepest descent method. A compressed sensing weighting factor is employed in every iteration step to optimize the reconstruction. In numerical simulation, the new approach produces reliable reconstruction for asymmetrical temperature distribution from 6 view-angles projections. The error analysis provides a good indication of the precision and convergence of the algorithm. Compared with our previous algorithm for deflection tomography, the new algorithm turns out to be more accurate. The maximum value error is reduced by 18.32% and the normalized distance error is reduced by 46.67% when the new reconstruction algorithm is employed. The efficacy of the new algorithm has been assessed by reconstructing a flame temperature field.

Key words imaging systems; deflection tomography; compressed sensing; reconstruction algorithm

OCIS codes 110.6960;110.6955;110.2650

1 引言

工程热物理和空气动力学等领域的发展促使非稳态流场测量成为新的研究热点。在复杂流场显示与测量领域,光偏折层析(CT)因其非接触测量方式、抗干扰能力强、敏感性低等一系列特质成为强有力的实用测量技术。然而非稳态复杂流场的光偏折投影获取方法决定了其重建只能在少数投影采样的条件下进行,现有算法无法满足严重非完全数据条件下的CT重建,因而光偏折CT技术的应用受制于其重建算法的发展。

收稿日期: 2013-10-23; 收到修改稿日期: 2013-12-03; 网络出版日期: 2014-04-15

基金项目: 国家自然科学基金(61205005)

作者简介: 张斌(1978—),男,副教授,主要从事光信息处理技术方面的研究。E-mail: zb-sh@163.com

以代数重建技术(ART)为代表的迭代类算法,因其在各种采样方案、非完全数据、噪声控制等方面的稳健性决定了它比解析(变换类)算法更适合解决实际的CT重建问题^[1]。近年来涌现的改进的序列子集联合代数重建技术(ISO-SART)^[2]、基于Newton-Raphson算法的加速代数重建技术(AART)^[3]、定向代数重建技术(DART)^[4]、自适应联合代数重建技术(ASART)^[5]、改进的自适应代数重建技术(MAART)^[6]、自适应统计迭代重建技术(ASIRT)^[7]等研究不断改良着迭代类算法的重建性能。然而这些未考虑CT成像原理和特点的通用CT重建算法,无法体现光偏折CT本质(成像原理)上的优势。贺安之教授的团队从基本的偏折公式出发,推导出偏折角修正重建技术(DARRT),并进行了多种复杂流场的光偏折CT测量^[8-11],结果表明该算法对稳态非对称温度场、超音速密度场等复杂参量分布实现了良好重建。然而在极度欠采样条件下,该算法仍不能满足非稳态复杂流场高精度测量的要求。

在探索极度欠采样条件下CT重建的过程中,压缩传感(CS)^[12]这一颠覆性的信息处理指导理论为科研人员延伸出广阔的研究思路。CS的本质是由极少数投影数据或采样数据重建原场,其核心优点在于信号投影的数据量远小于传统方法所获得的数据量,这一特质极好地契合了光偏折CT实验测量非稳态复杂流场时的极度欠采样重建。

针对DARRT在极度欠采样条件下重建精度较低的问题,本文结合CS理论提出一种偏折角压缩传感修正重建算法(DARRT+CS)。该算法以待测场梯度的 l_1 范数为稀疏性先验模型,结合最速下降法进行全变差调整,减小温度场梯度的 l_1 范数,并引入压缩传感权重因子对迭代过程进行优化,使用数值模拟重建分析验证了该算法的有效性。

2 原 理

2.1 光偏折CT的基本原理

光偏折CT技术是基于光线在非均匀折射率场中传播发生方向改变而产生光程差的复杂流场测试技术。光偏折CT是利用激光光波作为信息敏感器,获取光线通过被测场多方向的偏折投影数据反演二维乃至三维场分布。光线通过流场产生偏折的基本原理如图1所示,图中二维相位场 O 的折射率分布为 $n(x,y)$,环境折射率为 n_0 , $R.O.$ 表示入射光线, $x'-y'$ 坐标轴相对 $x-y$ 轴旋转了角度 θ 。在角度为 θ 的观测方向,偏折角 $\varphi(y',\theta)$ 可以由偏折仪显示和分析得到。

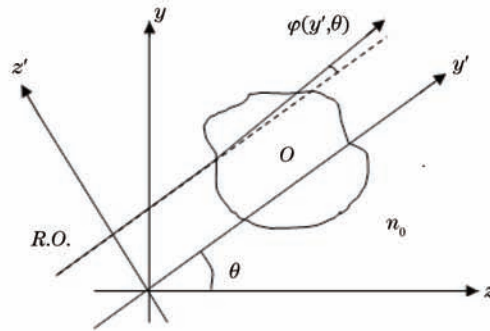


图1 光线通过流场产生偏折及坐标系统

Fig.1 Deflection by light ray passing through flow field and system of coordinate

$$\varphi(y',\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{n_0} \frac{\partial n}{\partial y'} dx', \quad (1)$$

式中 n 是被测折射率分布, n_0 是环境折射率。将折射率场划分成 $l=w \times w$ 个足够小的相等网格,网格边长为 d 。设每一网格内的折射率变化 Δn 为常数,若有 l 的投影方向,每个投影方向有 m 条射线,则该平面内任意光线的偏折角可以写成

$$\sum_0^{l-1} A_{ij} \left[\frac{1}{n_0} \frac{\partial n_i}{\partial y'} \right] = \varphi_j, \quad j = 0, \dots, (m-1) \times l, \quad (2)$$

式中 A_{ij} 是第 j 条光线通过第 i 个网格的长度, φ_j 是第 j 条光线的偏折角。

2.2 偏折角压缩传感修正重建算法

压缩传感理论表明,若分布本身或在某一变换域具有稀疏表示,则可由少量观测值重建出原始图像或分布。令 ψ 代表某一稀疏变换, θ 代表投影矩阵, ψ 和 θ 两者不相干; n 表示图像或分布矩阵; φ 是经过投影获得的观测值,则通过求解(4)式就可重建原始分布。

$$\min_n \|\psi n\|_0, \text{ s.t. } \theta n = \varphi, \quad (3)$$

式中零范数代表非零元素个数。(4)式是非凸优化问题,计算复杂度高。Candes 和 Donoho 提出用 l_1 范数代替 l_0 范数,(4)式变为(5)式

$$\min_n \|n\|_1, \text{ s.t. } \theta n = \varphi, \quad (4)$$

式中 $\|n\|_1 = \sum |n_i|$ 。在图像或者分布具有稀疏表示时,(4)式和(5)式的解是等价的,因此,(4)式的非凸优化问题转变为凸优化问题。

压缩传感在极少数投影重建方面的极大优势,恰恰弥补了 DARRT 算法在极少数投影数据条件下重建精度较低的不足。

根据 CS 理论和偏折角 CT 原理,结合物理量(温度、密度)分布的全变差的稀疏性,提出了一种偏折角压缩传感修正重建算法(DARRT+CS),并推导得出 DARRT+CS 算法的约束最小化的数学描述

$$\min_n \|n\|_{TV} \text{ s.t. } Dn = Cn + q - h, \quad (5)$$

(5)式中

$$\|n\|_{TV} = \sum_{i,j} \sqrt{|n(s+1,t) - n(s,t)| + |n(s,t+1) - n(s,t)|}, \quad (6)$$

n 是折射率分布的矩阵, s, t 是矩阵 n 的坐标序号, h, q, C, D 的元素是斜率 k 和 A 的函数, A 是光线通过网格的长度矩阵, q 和 h 分别代表迭代过程中的边界修正量和各采样偏折角。计算过程分为以下三步:

1) 对(5)式线性转化的偏折角投影方程使用偏折角修正思想进行迭代重建。将光偏折角公式折射率偏导数进行离散、合并相关同类项等一系列处理,推导得出 DARRT 的迭代表达式:

$$n_i^{m+1} = n_i^m + \omega \frac{(h_j - q_j + \sum_{i=0}^{l-1} D_{ij} n_i^m) - \sum_{i=0}^{l-1} C_{ij} n_i^m}{(\sum_{i=0}^{l-1} C_{ij})^2} C_{ij}, \quad j = 0, \dots, (m-1) \times l, \quad (7)$$

式中 ω 为松弛系数, i, j 分别代表网格序号和采样序号, C_{ij}, D_{ij}, q_j, h_j 表达式见表 1,表中 $A_{(i+1)j}, A_{(i+w)j}, A_{(i-1)j}, A_{(i-w)j}$ 是第 j 条光线通过第 i 个网格的相邻网格的长度。

表 1 偏折公式中的各参量

Table 1 Parameters of the deflection equation

| C_{ij} | D_{ij} | q_j | h_j |
|---|---|--|-------------------------------|
| $k \frac{A_{(i+1)j}}{d} + \frac{A_{(i+w)j}}{d}$ | $k \frac{A_{(i-1)j}}{d} + \frac{A_{(i-w)j}}{d}$ | $n_0 \left(\frac{\sum_{\text{top}} A_{ij} - \sum_{\text{bottom}} A_{ij}}{d} + k \frac{\sum_{\text{left}} A_{ij} - \sum_{\text{right}} A_{ij}}{d} \right)$ | $2n_0 \varphi_j \sqrt{1+k^2}$ |

2) 利用 CS 算法即结合全变差范数和最速下降法修正目标值。利用最速下降法快速减小全变差范数,因而使迭代过程更快收敛或达到目标值。

为了防止梯度过大引起算法发散,同时保证算法加速收敛,引入最速下降因子 $\rho = 0.0000005$,每迭代一次后调整因子为 $\rho_s = 0.997$ 。

$$\beta = \max(|n_{i,j}^{(k)}|) / \max(|f_{i,j}|), \quad (8)$$

$$n_{i,j}^{(k)} = n_{i,j}^{(k-1)} - \beta \times \rho \times f_{i,j}, \quad (9)$$

$$\rho = \rho \times \rho_s, \quad (10)$$

(8)、(9)式中

$$f_{i,j} = \frac{\partial n_{TV}}{\partial n_{i,j}^{(k)}} = \frac{4n_{i,j}^{(k)} - n_{i+1,j}^{(k)} - n_{i-1,j}^{(k)} - n_{i,j-1}^{(k)} - n_{i,j+1}^{(k)}}{a_{i,j}} + \frac{n_{i,j}^{(k)} - n_{i+1,j}^{(k)}}{a_{i+1,j}} + \frac{n_{i,j}^{(k)} - n_{i-1,j}^{(k)}}{a_{i-1,j}} + \frac{n_{i,j}^{(k)} - n_{i,j+1}^{(k)}}{a_{i,j+1}} + \frac{n_{i,j}^{(k)} - n_{i,j-1}^{(k)}}{a_{i,j-1}}, \quad (11)$$

(11)式中

$$a_{i,j} = \sqrt{\frac{(n_{i+1,j}^{(k)} - n_{i,j}^{(k)}) + (n_{i,j}^{(k)} - n_{i-1,j}^{(k)}) + (n_{i,j}^{(k)} - n_{i,j-1}^{(k)}) + (n_{i,j+1}^{(k)} - n_{i,j}^{(k)})}{2\Delta^2} + \varepsilon^2}, \quad (12)$$

式中 Δ 是采样间隔, ε 是很小的正数, 本文取 $\varepsilon = 10^{-8}$ 。

3) 初期数值模拟实验显示, 在极少数投影条件下, DARRT 重建的流场分布较平滑, 但峰值误差较大, 而 CS 重建的流场能很快达到峰值, 但重建流场毛刺较多。为此引入一个权重因子 λ ($0 \leq \lambda \leq 1$), 通过调整 λ 的大小来发挥 DARRT 和 CS 优势, 同时抑制 DARRT 和 CS 各自的不足。迭代过程如下:

$$n_{\text{DARRT+CS}}^{(k)} = (1 - \lambda)n_{\text{DARRT}}^{(k)} + \lambda n_{\text{CS}}^{(k)}. \quad (13)$$

DARRT+CS 算法的计算流程如图 2 所示。

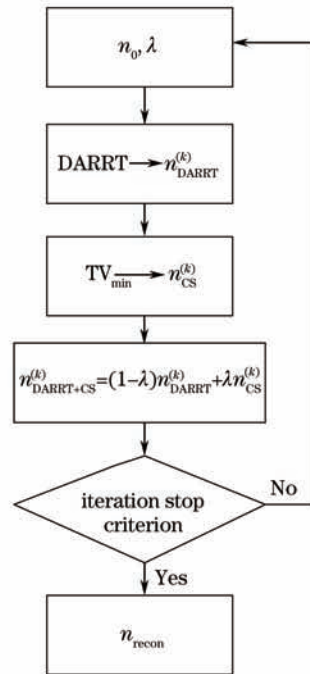


图 2 DARRT+CS 算法流程图

Fig.2 Flowchart of DARRT + CS algorithm

3 实验与结果

3.1 数值模拟

通过进行数值模拟实验, 验证新算法的重建性能。光偏折投影数据由平行光线通过模拟生成的温度场生成, 该温度场满足(14)式高斯函数的双峰分布, 如图 3(a)所示。

$$t(x, y) = 220 \exp\left[-\frac{(x-11)^2 + (x-11)^2}{15}\right] + 70 \exp\left[-\frac{(x-18)^2 + (x-18)^2}{15}\right]. \quad (14)$$

划分温度场为 30×30 网格; 使用极少数投影采样 (6 角度采样), 每个投影方向的采样数为 149; 迭代过程不使用任何平滑操作, 只结合 $t_r(x_i, y_i) \geq 0$ 的限制条件; DARRT 的松弛因子取 0.5, DARRT+CS 的权重因子取 0.3; 重建出折射率分布后再由 G-D (Gladstone-Dale) 公式推出温度分布。图 3 是两种算法在 6 方向的重建温度场。使用两种算法迭代 250 次后, 用标准距离误差 (E_{nd}) 和最大值误差 (E_{mv}) 对重建过程进行分析, 误差定义为

$$E_{nd} = \frac{\|n_e(x_i, y_i) - n_r(x_i, y_i)\|}{\|n_e(x_i, y_i)\|}, \quad (15)$$

$$E_{mv} = \frac{|\max\{t_c(x_i, y_i)\} - \max\{t_r(x_i, y_i)\}|}{\max t_c(x_i, y_i)}, \quad (16)$$

式中 n_c, n_r 分别表示真实折射率和重建折射率值, t_c, t_r 分别表示真实温度和重建温度值。图4显示了6方向投影数据分别使用两种方法的重建误差对比。

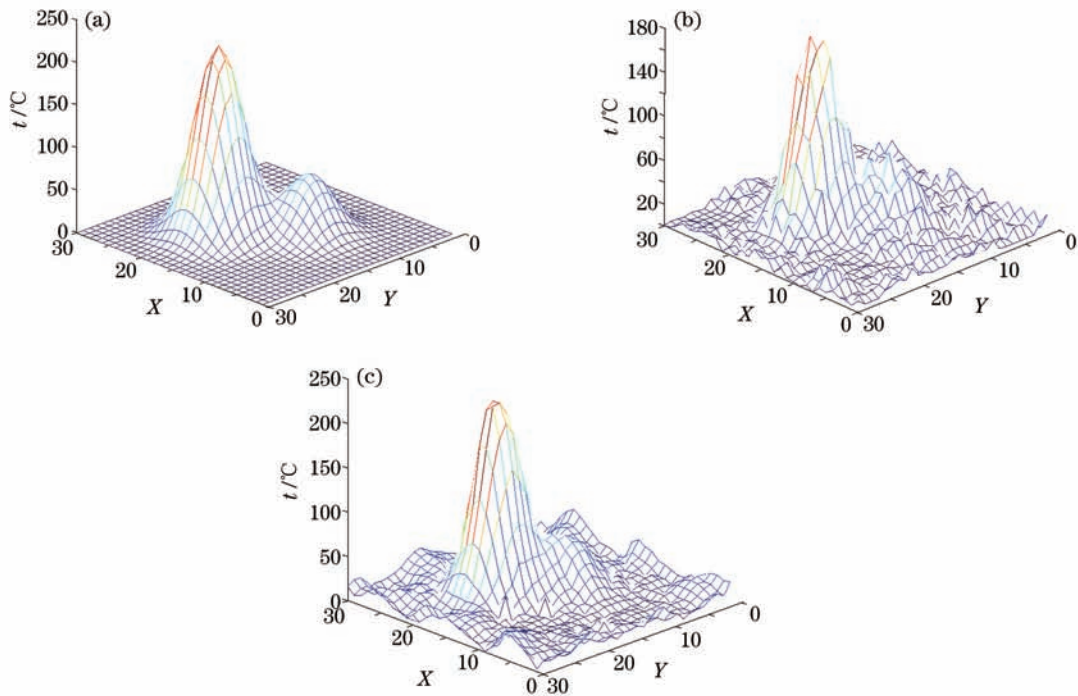


图3 原场与两种算法6方向投影重建场的对比。(a)原场;(b)DARRT重建场;(c)DARRT+CS重建场
Fig.3 Original field and constructed field by two algorithms with 6 directional protections. (a) Original field;
(b)constructed field by DARRT; (c) constructed field by DARRT+CS

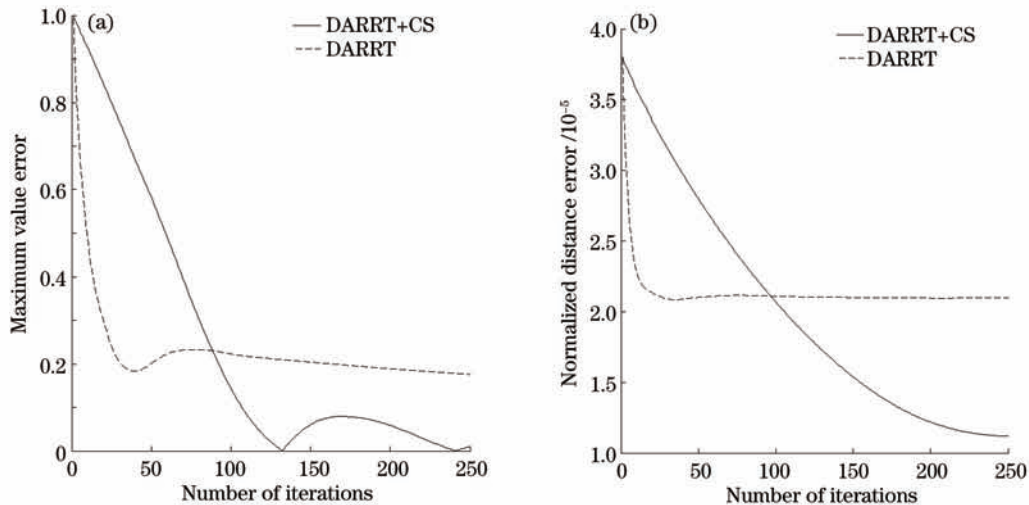


图4 两种算法的6方向投影重建误差对比。(a) E_{mv} ;(b) E_{nd}

Fig.4 Reconstructed error by two algorithms with 6 directions. (a) E_{mv} ;(b) E_{nd}

从图3的重建结果可以看出,在6个投影方向的严重非完全数据条件下,DARRT的重建效能受到了显著影响,尽管两种算法都可重建出双峰的温度场结构,但DARRT无法有效重构峰值,且结合CS修正的重建表面质量明显优于DARRT重建。图4给出了定量的误差分析,在6投影方向数据条件下,两种方法的迭代过程都有效降低了重建误差,在迭代初期,DARRT的两种误差曲线收敛速度快于DARRT+CS算法。但从图4(a)可以看出,DARRT的 E_{mv} 曲线接近平稳后的最小值为18.32%,远未达到峰值;而DARRT+CS算法尽管前期收敛较慢,但 E_{mv} 曲线随着迭代次数的增加一直在下降并在132次迭代后达到最佳值。从图4(b)中可以看

出, DARRT的 E_{nd} 曲线在迭代约50次后基本平缓, 最终 E_{nd} 值为 2.10×10^{-5} ; DARRT+CS的算法 E_{nd} 曲线在迭代约100次时达到DARRT的误差水平, 但随着迭代次数的增加, E_{nd} 继续降低, 240次迭代后 E_{nd} 为 1.12×10^{-5} 。两者相比, 新算法的峰值误差和标准距离误差分别比现有算法降低了18.32%和46.67%。

3.2 喷灯火焰温度场的重建

为了验证修正算法的有效性, 实验中将该算法应用于喷灯火焰温度场的重建。实验装置及其过程下: 实验中以乙醇喷灯生成的温度场为待测场, 使用自行研制的激光叠栅偏折仪采集多方向投影数据, 实验装置见文献[13]。其中激光波长为 $0.6328 \mu\text{m}$, 使用的两个完全相同的朗奇光栅, 其节距均为 0.05 mm , 间距为 46 mm , 叠栅条纹成像在屏上, 再由CCD采集传入计算机。

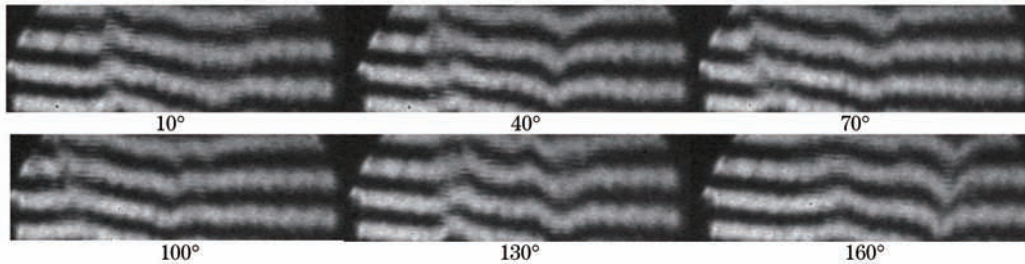


图5 温度场的6方向叠栅条纹图

Fig.5 6 directions of Moiré deflectograms of temperature field

将图5中6方向叠栅条纹图的最下方一条完整条纹处设为重建界面, 划分 30×30 网格。算法使用的各个参数取值如下: $\omega=0.5$, 权重因子 $\lambda=0.3$, 环境温度为 $20 \text{ }^\circ\text{C}$, 使用从 10° 到 160° 等间隔 30° 的6个投影方向数据参与重建, 每个投影方向的采样数为149, 用DARRT+CS重建技术迭代130次, 得到的截面温度分布如图6所示。

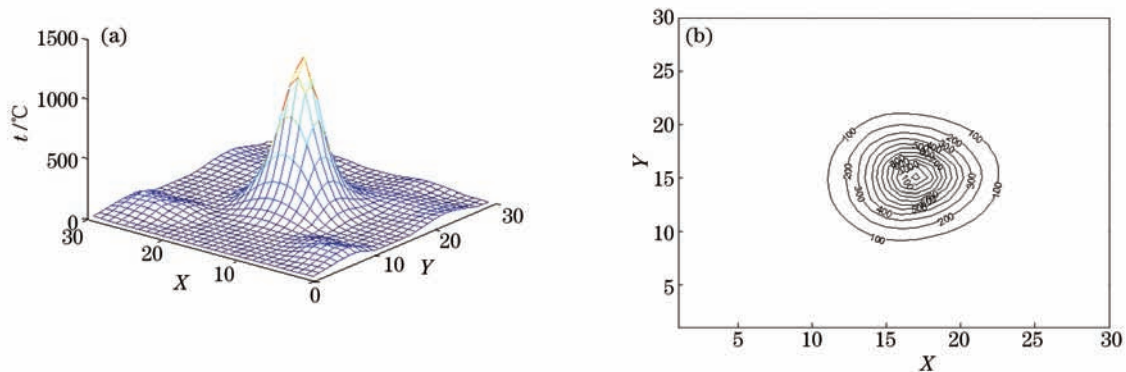


图6 重建的温度分布。(a)该截面的温度场分布;(b)该截面的温度等值线图

Fig.6 Reconstructed temperature distributions at a designated section. (a) 3D temperature of the cross section; (b) temperature contour map of the cross section

4 结 论

CS是一种通过极少采样数据即可重建原场的理论与方法, 本文将其应用于光偏折CT的重建算法。模拟重建显示, 基于CS理论和光偏折角CT原理的DARRT+CS算法在峰值构建和重建平滑度方面均表现出显著的优越性, 峰值误差和标准距离误差分别比现有算法降低18.32%和46.67%, 有效提高了在极度欠采样条件下的重建精度。实验结果证明了该重建技术对于极少方向投影流场重建的有效性。CS理论和光偏折CT重建理论结合的新算法在湍流脉动流场的CT测量方面的应用仍在进一步的研究中。

参 考 文 献

- 1 Ruru Li, Jinxiao Pan, Zhouli Hui. Accurate ray-driven algorithm in iterative image reconstruction for one-beam CT[J]. Journal of Computational Information Systems, 2011, 7(13): 4686-4693.
- 2 Huihua Kong, Jinxiao Pan. An improved ordered-subset simultaneous algebraic reconstruction technique [C]. The 2nd International Congress on Image and Signal Processing, 2009. 1-5.

- 3 S Angeli, E Stiliaris. An accelerated algebraic reconstruction technique based on the Newton–Raphson scheme [C]. IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference, 2009. 3382–3387.
- 4 J H Kim, B Y Choi, U Z Ijaz, *et al.*. Directional algebraic reconstruction technique for electrical impedance tomography [J]. Journal of the Korean Physical Society, 2009, 54(4): 1439–1447.
- 5 Xiaohua Wan, Fa Zhang, Qi Chu, *et al.*. Three–dimensional reconstruction using an adaptive simultaneous algebraic reconstruction technique in electron tomography [J]. Journal of Structural Biology, 2011, 175(3): 277–287.
- 6 Ning Li, Chunsheng Weng. Modified adaptive algebraic tomographic reconstruction of gas distribution from incomplete projection by a two–wavelength absorption scheme [J]. Chin Opt Lett, 2011, 9(6): 061201.
- 7 S Brady, R Kaufman. WE–A–301–01: characterization of an adaptive statistical iterative reconstruction (ASIRTM) algorithm in CT: a pediatric perspective [J]. Medical Physics, 2011, 38(6): 3795–3796.
- 8 Chen Yunyun, Song Yang, Li Zhenhua, *et al.*. Comparison of fringe displacement in moiré deflection tomography diagnosis between flame and arc plasma [J]. Japanese Journal Society of Applied Physics, 2011, 50(1): 016601.
- 9 Song Yang, Chen Yunyun, He Anzhi, *et al.*. Moire tomography based on phase reconstruction [J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(5): 1232–1239.
宋 旸, 陈云云, 贺安之, 等. 基于相位重建的叠栅层析技术[J]. 光学学报, 2009, 29(5): 1232–1239.
- 10 Chen Yunyun, Song Yang, He Anzhi, *et al.*. Applicability of moiré deflection tomography for diagnosing arc plasmas[J]. Appl Opt, 2009, 48(3): 489–496.
- 11 Yunyun Chen, Yang Song, Zhenhua Li, *et al.*. Feasibility of moiré deflectometry for measuring temperature and electron number density of rocket exhaust plume [C]. SPIE, 2010, 7848: 78480B.
- 12 D L Donoho. Compressed sensing [J]. IEEE Trans Inform Theory, 2006, 52(4): 1289–1306.
- 13 Zhang Bin, Song Yang, Song Yizhong, *et al.*. Flow field Moire tomography based on phase unwrapping and a new iterative reconstruction algorithm [J]. Chinese Journal of Lasers, 2006, 33(4): 531–536.
张 斌, 宋 旸, 宋一中, 等. 基于相位展开和一种新的迭代重建算法的流场莫尔层析术 [J]. 中国激光, 2006, 33(4): 531–536.